

第七届“学用杯”

全国数学知识应用竞赛 九年级初赛试题 (A) 卷

(本卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

温馨提示: 亲爱的同学们, 这份试卷将记录你的自信、沉着与智慧. 愿你能够放松心情, 认真审题, 缜密思考, 细心演算, 交一份满意的答卷.

一、选择题 (每小题 6 分, 共 30 分)

1. 校园内一个半径为 10 米的圆形草坪, 如图 1, 一部分学生为走“捷径”, 走出了一条小路 AB . 通过计算可知, 这些学生踩坏了花草, 其实仅仅少走了 (假设 2 步为 1 米, 结果保留整数) ()

- A. 4 步 B. 5 步 C. 6 步 D. 7 步

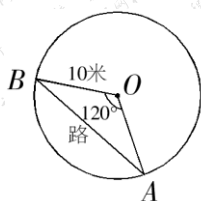


图 1

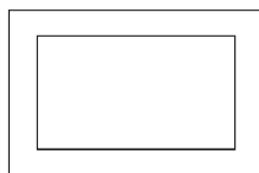


图 2

2. 小红的妈妈做了一个矩形枕套 (长、宽不等), 又在枕套四周镶上了相同宽度的花边, 如图 2 所示, 关于两个矩形, 下列说法正确的是 ()

- A. 两个矩形相似 B. 两个矩形不一定相似
C. 两个矩形一定不相似 D. 无法判断两个矩形是否相似

3. 如图 3, 方台村为了抽取水库的水来浇灌山上的果木树, 准备在山坡上建一个抽水泵站. 已知山坡上有 A 、 P 、 Q 三处可供选择, 且测得 A 到水库 C 的距离为 50m, P 到 C 的距离为 40m, Q 到 C 的距离为 35m, 山坡的坡角 $\angle ACB=15^\circ$. 由于大气压的影响, 此种水泵的实际吸水扬程 AB 不能超过 10m, 否则无法抽取水库的水, 则水泵站应建在 ()

- ($\sin 15^\circ = 0.2588$, $\cos 15^\circ = 0.9659$, $\tan 15^\circ = 0.2679$) ()
A. A 处 B. P 处 C. Q 处 D. A 、 P 、 Q 均可

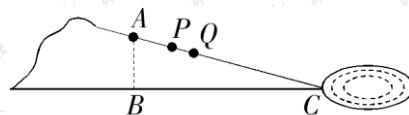


图 3

4. 宏光学校有一面积为 100 米^2 的正方形展厅, 计划铺满统一大小的正方形地板砖, 现市场上有大、小两种规格产品: 大地板砖对角线长为 50cm, 每块 0.8 元; 小地板砖对角线长为 40cm, 每块 0.6 元, 甲公司的优惠办法是: 凡购买大地板砖 700 块以上者给予 9 折优惠, 凡购买小地板砖 1000 块以上者给予 7 折优惠; 乙公司的优惠办法是: 凡购买 700 元以上者, 不管购买大块还是小块均按 8 折优惠. 在质量、服务条件相同的情况下, 为使学校支付的费用最少, 请你为该校选择最佳购买方案 ()

- A. 到甲公司购买大块地板砖 B. 到乙公司购买大块地板砖
C. 到甲公司购买小块地板砖 D. 到乙公司购买小块地板砖

5. 如图 4, 在某条公路上, 从里程数 8m 开始到 4 000m 止, 每隔 8m 将树与灯按图中的规则设立: 在里程数 8m 处种一棵树, 在 16m 处立一盏灯, 在 24m 处种一棵树 (相邻的树与树、树与灯之间的距离都是 8 米)……, 且每两盏灯之间的距离相等. 依此规则, 下列里程数 800m~824m 之间树与灯的排列顺序中正确的是 ()

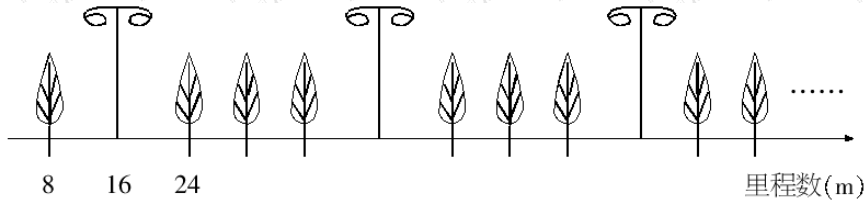
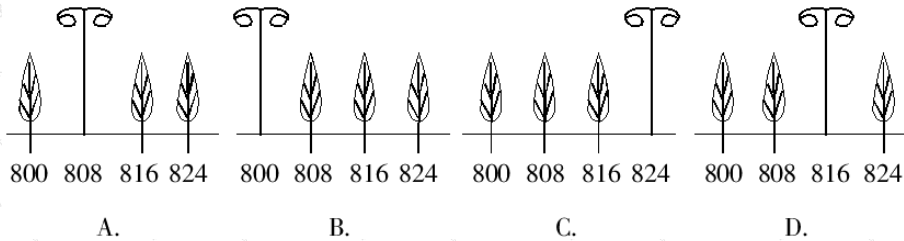


图 4



二、填空题 (每小题 6 分, 共 30 分)

6. 王强毕业于农业技术职业学校, 毕业后采用大棚栽培技术种植了一亩地的良种西瓜, 第一年这亩地产西瓜 625 个, 为了估计这亩地的收成, 王强在西瓜大批上市前随机摘下 10 个成熟的西瓜, 称重如下:

西瓜质量 (单位: 千克)	5.5	5.4	5.0	4.9	4.6	4.3
西瓜个数 (单位: 个)	1	2	3	2	1	1

根据以上信息可以估计这亩地的西瓜质量约是_____千克.

7. 你是否用电脑进行过图案设计? 图 5 (1) 是小明在电脑上设计的小房子, 然后他又进行变化, 得到图 5 (2); 小亮也在电脑上设计了一个图案, 如图 5 (3), 如果小亮也按小明变化图形时的规律对图 5 (3) 进行变化, 得到的图案是_____ (画出简图).

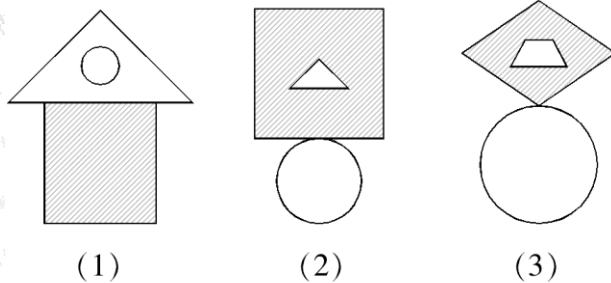


图 5

8. 某希望小学刚刚建起, 田径场还没建好, 秋季运动会时, 临时设置简易跑道如图 6 所示, 两端由两个半圆组成, 一周约 250 米, 在一次 400 米跑比赛中, 第一道从起点 A 要跑一圈半到终点 C. 第二道终点不变, 且中途不准抢道 (每道宽 1 米). 为公平起见, 第二跑道起点 B 应比第一跑道向前移动_____.

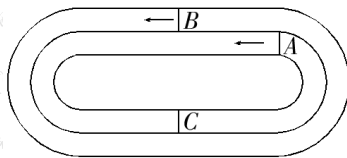


图 6

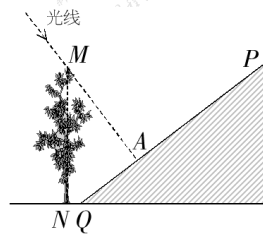


图 7

9. 自行车轮胎安装在前轮上行驶 6 000 千米后报废, 若安装在后轮上只能行驶 4 000 千米. 为了行驶尽可能远的路程, 如果采用当自行车行驶一定路程后将前、后轮胎调换使用的方法,

那么安装在自行车上的一对新轮胎最多可行驶_____千米.

10. 已知, 如图 7, 斜坡 PQ 坡度为 $i=1:\frac{4}{3}$, 坡脚 Q 旁的点 N 处有一棵大树 MN . 近中午的某个时刻, 太阳光线正好与斜坡 PQ 垂直, 光线将树顶 M 的影子照射在斜坡 PQ 上的点 A 处. 如果 $AQ=4$ 米, $NQ=1$ 米, 则大树 MN 的高度为_____.

三、解答题 (本大题共 60 分)

11. (本题 10 分) **判断决策:** 三个无线电厂家在广告中都声称, 它们的半导体收音机产品在正常情况下, 产品的平均寿命是 8 年, 商品检验部门为了检查他们宣传的真实性, 对三个厂家出售的半导体收音机寿命进行了抽样统计, 结果如下(单位: 年):

甲厂: 3、4、5、5、5、7、9、10、12、13、15;

乙厂: 3、3、4、5、5、6、8、8、8、10、11;

丙厂: 3、3、4、4、4、8、9、10、11、12、13;

请你利用所学统计知识, 对上述数据进行分析并回答以下问题:

- (1) 这三个厂家的广告, 分别利用了哪一种反映数据集中趋势的特征数?
- (2) 如果你是顾客, 应选购哪个厂家的产品? 为什么?

12. (本题 15 分) **方案设计:** 东风汽车租赁公司共有 30 辆出租汽车, 其中甲型汽车 20 辆, 乙型汽车 10 辆. 现将这 30 辆汽车租赁给 A 、 B 两地的旅游公司, 其中 20 辆派往 A 地, 10 辆派往 B 地, 两地旅游公司与汽车租赁公司商定每天价格如下表:

	每辆甲型车租金 (元/天)	每辆乙型车租金 (元/天)
A 地	1 000	800
B 地	900	600

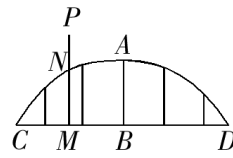
- (1) 设派往 A 地的乙型汽车 x 辆, 租赁公司这 30 辆汽车一天共获得的租金为 y (元), 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 若要使租赁公司这 30 辆汽车一天所获得的租金总额不低于 26 800 元, 请你说明有多少种分派方案, 并将各种方案设计出来;
- (3) 如果要使这 30 辆汽车每天获得的租金最多, 请你为租赁公司提出合理的分派方案.

13. (本题 15 分) **实践应用:** 下承式混凝土连续拱圈梁组合桥, 其桥面上有三对抛物线形拱圈. 图 8 (1) 是其中一个拱圈的实物照片, 据有关资料记载 此拱圈高 AB 为 10.0m (含拱圈厚度和拉杆长度), 横向分跨 CD 为 40.0m.

- (1) 试在示意图 (图 8 (2)) 中建立适当的直角坐标系, 求出拱圈外沿抛物线的解析式;
- (2) 在桥面 M (BC 的中点) 处装有一盏路灯 (P 点), 为了保障安全, 规定路灯距拱圈的距离 PN 不得少于 1.1m, 试求路灯支柱 PM 的最低高度. (结果精确到 0.1m)



(1)



(2)

图 8

14. (本题 20 分) **归纳猜想:** 同学们, 让我们一起进行一次研究性学习:

(1) 如图 9, 已知正三角形 ABC 的中心为 O , 半径为 R , 将其沿直线 l 向右翻滚, 当正三角形翻滚一周时, 其中心 O 经过的路程是多少?

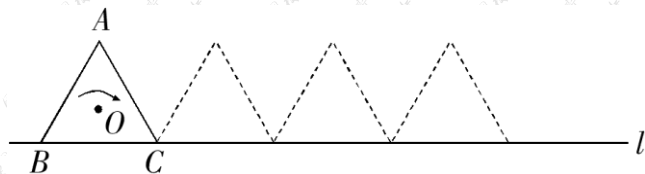


图 9

(2) 如图 10, 将半径为 R 的正方形沿直线 l 向右翻滚, 当正方形翻滚一周时, 其中心 O 经过的路程是多少?

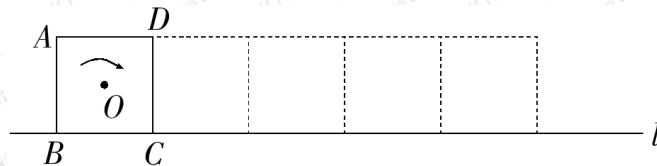


图 10

(3) 猜想: 把正多边形翻滚一周, 其中心 O 所经过的路程是多少 (R 为正多边形的半径, 可参看图 11)? 请说明理由.

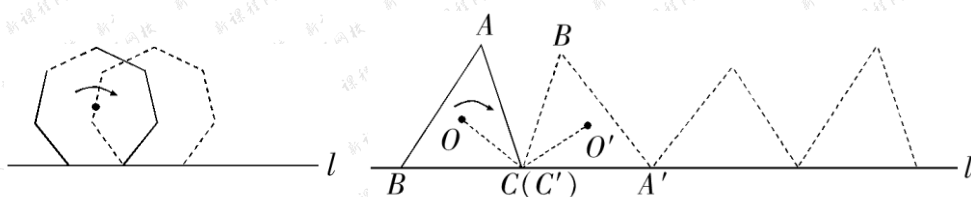


图 11

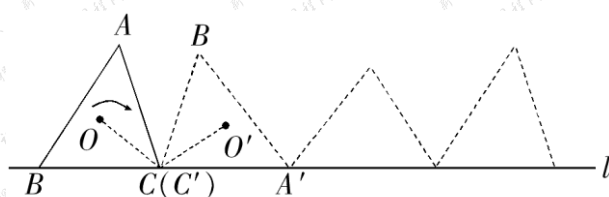


图 12

(4) 进一步猜想: 任何多边形都有一个外接圆, 若将任意圆内接多边形翻滚一周时, 其外心所经过的路程是否是一个定值 (R 为多边形外接圆的半径)? 为什么? 请以任意三角形为例说明 (如图 12).

通过以上猜想你可得到什么样的结论? 请写出来.

四、开放题 (本题 30 分)

15. 扬子晚报报道《你家用“峰谷电”合不合算?》: “峰谷电”的含义是这样的, 每天 8:00 到 22:00 用电每千瓦时是 0.56 元 (峰电); 22:00 至次日 8:00 每千瓦时是 0.28 元 (谷电).

注：平时居民用电每千瓦时是 0.52 元。

(1) 根据你家的平时用电情况，算一算，你家用这样的“峰谷电”合算吗？

(2) 请根据“峰谷电”的使用，编拟一道数学实际应用问题，并给出解题过程，注明用的什么数学知识。

第七届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

九年级初赛试题 (A) 卷参考答案

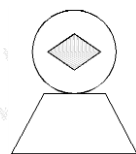
一、选择题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. B 2. C 3. C 4. C 5. D

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

6. 3 125

7.



8. 2π 米

9. 4 800

10. 8 米

三、解答题 (每小题 15 分, 共 60 分)

11. 解: (1) 因为甲厂的收音机寿命的平均数是 8 年, 众数是 5 年, 中位数是 7 年; 乙厂的收音机寿命的平均数约是 6.45 年, 众数是 8 年, 中位数是 6 年; 丙厂的收音机寿命的平均数约是 7.36 年, 众数是 4 年, 中位数是 8 年.6 分

所以, 甲厂选用平均数, 乙厂选用众数, 丙厂选用中位数;8 分

(2) 因为甲厂收音机的平均寿命比乙厂、丙厂的都高, 因此, 顾客应选购甲厂的产品.

.....10 分

12. 解: (1) $y = 1\ 000(20 - x) + 900x + 800x + 600(10 - x) = 26\ 000 + 100x (0 \leq x \leq 10)$;

.....6 分

(2) 依题意, 得 $26\ 000 + 100x \geq 26\ 800$,

又因为 $0 \leq x \leq 10$, $\therefore 8 \leq x \leq 10$.

因为 x 是整数, $\therefore x = 8, 9, 10$, 方案有 3 种.9 分

方案 1: A 地派甲型车 12 辆, 乙型车 8 辆; B 地派甲型车 8 辆, 乙型车 2 辆;

方案 2: A 地派甲型车 11 辆, 乙型车 9 辆; B 地派甲型车 9 辆, 乙型车 1 辆;

方案 3: A 地派甲型车 10 辆, 乙型车 10 辆; B 地派甲型车 10 辆.12 分

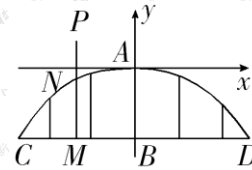
(3) $\because y = 26\ 000 + 100x$ 是一次函数, 且 $k = 100 > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大.

\therefore 当 $x = 10$ 时, 这 30 辆车每天获得的租金最多.

\therefore 合理的分配方案是 A 地派甲型车 10 辆, 乙型车 10 辆; B 地派甲型车 10 辆.15 分

13. (1) 如右图, 以 A 为坐标原点, BA 所在直线为

y 轴建立直角坐标系 xAy ，因拱圈外沿所在的抛物线过原点，且以 y 轴为对称轴，故可设抛物线解析式为：



$$y = ax^2, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

由题意抛物线过点 $D(20, -10)$ ，代入得 $a = -\frac{1}{40}$ ，故拱圈外沿抛物线的解析式为：

$$y = -\frac{1}{40}x^2. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(2) 设 $N(-10, k)$ ，则：

$$k = -\frac{1}{40} \times (-10)^2 = -2.5(\text{m}),$$

$$\therefore MN = 10 + k = 7.5(\text{m}), \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore PM = MN + PN \geq 7.5 + 1.1 = 8.6 \text{ (m)},$$

即路灯支柱 PM 的最低高度为 8.6 米。(其余解法可类似给分).....15 分

14. 解：(1) 当正三角形 ABC 向右翻滚一周时，其中心 O 经过的路线是三条等弧，所以其中心 O 经过的路程为： $\frac{120\pi R}{180} \times 3 = 2\pi R$3 分

(2) 中心 O 经过的路程为 $\frac{90\pi R}{180} \times 4 = 2\pi R$6 分

(3) 当 n 边形向右翻滚一周时，其中心 O 经过的路线是 n 条等弧，这些弧的半径为 R ，所对的圆心角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，所以中心 O 经过的路程为 $\frac{360}{n} \pi R \times n = 2\pi R$10 分

(4) 是定值 $2\pi R$ ，理由如下：

在 $\triangle ABC$ 中，设 $\angle A = \alpha$ ， $\angle B = \beta$ ， $\angle C = \gamma$ ， $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的半径为 R ，把 $\triangle ABC$

沿直线 l 向右翻滚一周时，其外心 O 经过的路线是三条弧，当 AC 边与直线 l 重合时， C 与 C' 重合， A 与 A' 重合， B 与 B' 重合，连接 CO 、 $C'O'$ ，则 $\angle ACO = \angle A' C' O'$ ，所以

$\angle OCO' = \angle ACA' = 180^\circ - \gamma$ ，所以 $l = \frac{(180 - \gamma)\pi R}{180}$ ，同理，另两条弧长分别为：

$\frac{(180 - \alpha)\pi R}{180}$ ， $\frac{(180 - \beta)\pi R}{180}$ ，所以外心 O 所经过的路程为 $2\pi R$16 分

通过以上猜想可得结论为：把圆内接多边形翻滚一周时，多边形的外心所经过的路程是一个定值.20 分

四、开放题 (本题 30 分)

15. (1) 答案不惟一，可选择自己家每月 (或平均每天) 的用电情况，计算说明。只要合理即可得分。(本小问 10 分)；

(2) 答案不惟一，本小问共 20 分，编写题目合理可得 10 分，再写出解题过程，并说明所用数学知识可得 20 分，以下题目可参考。

题 1: (用一元一次方程知识编拟) 某户居民今年二月份起使用“峰谷电”，三月份经记录这两个月使用“谷电”150 千瓦时，已知两月共付电费 112 元。问该居民使用“峰谷电”多少

千瓦时？费用比原来节约了多少？

（“峰谷电”中，“峰电”是 8：00 到 22：00 用电，“谷电”是 22：00 到次日 8：00，下同）

题 2：（用二元一次方程知识编拟）某户居民今年三月份使用“峰谷电”，付电费 112 元，比原来节约了 60.8 元，问该户居民使用“峰电”，“谷电”各多少千瓦时？

题 3：（用不等式知识编拟）某户居民今年三月份使用电量 300 千瓦时，当“峰电”占总电量的多少时，使用“峰谷电”才合算？

题 4：（用函数知识编拟）某户居民今年三月份起使用“峰谷电”，平均每天使用“峰电” 8 千瓦时，写出三月份（31 天）该户居民的电费（ y 元）与每天“谷电”的用电量 x （千瓦时）之间的函数关系式。