2015年无锡市初中毕业升学考试

数学试题

本试卷分试题和答题卡两部分，所有答案一律写在答题卡上．考试时间为120分钟．试卷满分130分．

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上，并认真核对条形码上的姓名、准考证号是否与本人的相符合．

2．答选择题必须用2B铅笔将答题卡上对应题目中的选项标号涂黑．如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．答非选择题必须用0.5毫米黑色墨水签字笔作答，写在答题卡上各题目指定区域内相应的位置，在其他位置答题一律无效．

3．作图必须用2B铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚．

4．卷中除要求近似计算的结果取近似值外，其他均应给出精确结果．

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑）

1．－3的倒数是　（ ▲ ）

A．3　　B．±3　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

2．函数$y=\sqrt{x-4}$中自变量x的取值范围是　（ ▲ ）

A．$x>4$　　B．$x\geqslant4$　　C．$x\leqslant4$　　D．$x\neq4$

3．今年江苏省参加高考的人数约为393 000人，这个数据用科学记数法可表示为　（ ▲ ）

A．393×10^3　　B．3.93×10^3　　C．3.93×10^5　　D．3.93×10^6

4．方程$2x-1=3x+2$的解为　（ ▲ ）

A．$x=1$　　B．$x=-1$　　C．$x=3$　　D．$x=-3$

5．若点$A(3,-4)$、$B(-2,m)$在同一个反比例函数的图像上，则m的值为　（ ▲ ）

A．6　　B．－6　　C．12　　D．－12

6．下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是　（ ▲ ）

A．等边三角形　　B．平行四边形　　C．矩形　　D．圆

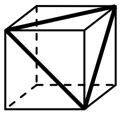
7．tan45°的值为　（ ▲ ）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

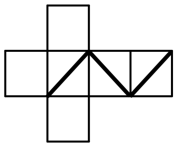
8．八边形的内角和为　（ ▲ ）

A．180°　　B．360°　　C．1080°　　D．1440°

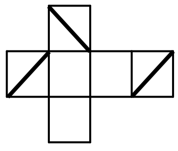
9．如图的正方体盒子的外表面上画有3条粗黑线，将这个正方体盒子的表面展开（外表面朝上），展开图可能是　（ ▲ ）



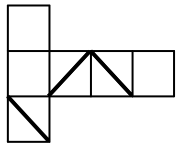
（第9题）



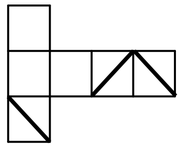
A.



B.

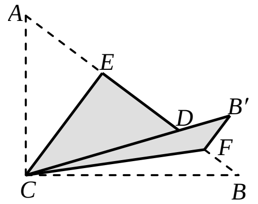


C.



D.

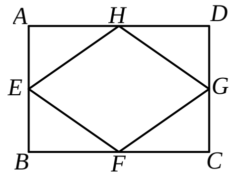
10．如图，Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=3$，$BC=4$，将边 AC 沿 CE 翻折，使点 A 落在 AB 上的点 D 处；再将边 BC 沿 CF 翻折，使点 B 落在 CD 的延长线上的点 B'处，两条折痕与斜边 AB 分别交于点 E、F，则线段 $B'F$ 的长为（ ▲ ）



（第 10 题）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分．不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置）



（第 14 题）

11．分解因式：$8-2x^2=$___▲___．

12．化简$\frac{2x+6}{x^2-9}$得___▲___．

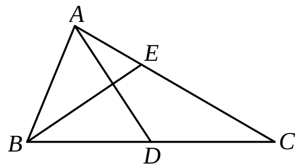
13．一次函数 $y=2x-6$ 的图像与 x 轴的交点坐标为___▲___．

14．如图，已知矩形 $ABCD$ 的对角线长为 8cm，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长等于___▲___cm．

15．命题“全等三角形的面积相等”的逆命题是___▲___命题．（填“真”或“假”）

16．某种蔬菜按品质分成三个等级销售，销售情况如下表：

等级	单价（元/千克）	销售量（千克）
一等	5.0	20
二等	4.5	40
三等	4.0	40



（第 17 题）

则售出蔬菜的平均单价为___▲___元/千克．

17．已知：如图，AD、BE 分别是△ABC 的中线和角平分线，$AD\perp BE$，$AD=BE=6$，则 AC 的长等于___▲___．

18．某商场在“五一”期间举行促销活动，根据顾客按商品标价一次性购物总额，规定相应的优惠方法：①如果不超过 500 元，则不予优惠；②如果超过 500 元，但不超过 800 元，则按购物总额给予 8 折优惠；③如果超过 800 元，则其中 800 元给予 8 折优惠，超过 800 元的部分给予 6 折优惠．促销期间，小红和她母亲分别看中一件商品，若各自单独付款，则应分别付款 480 元和 520 元；若合并付款，则她们总共只需付款___▲___元．

三、解答题（本大题共 10 小题，共 84 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19．（本题满分 8 分）计算：

（1）$(-5)^0-(\sqrt{3})^2+|-3|$；　　（2）$(x+1)^2-2(x-2)$．

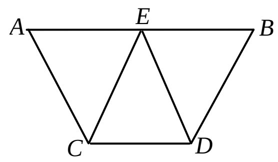
20．（本题满分 8 分）

（1）解不等式：$2(x-3)-2\leqslant 0$；

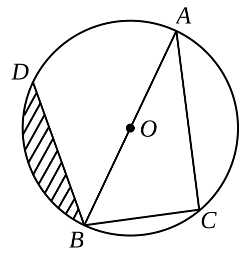
（2）解方程组：$\begin{cases} 2x-y=5，\cdots\cdots\cdots① \\ x-1=\frac{1}{2}(2y-1).\cdots② \end{cases}$

21．（本题满分 8 分）已知：如图，$AB∥CD$，E 是 AB 的中点，$CE=DE$．

求证：（1）$\angle AEC=\angle BED$；（2）$AC=BD$．



22．（本题满分 8 分）已知：如图，AB 为⊙O 的直径，点 C、D 在⊙O 上，且 $BC=6$cm，$AC=8$cm，$\angle ABD=45^{\circ}$．（1）求 BD 的长；（2）求图中阴影部分的面积．



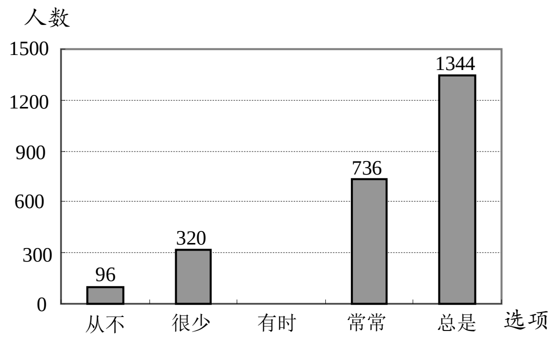
23．（本题满分 6 分）某区教研部门对本区初二年级的学生进行了一次随机抽样问卷调查，其中有这样一个问题：

老师在课堂上放手让学生提问和表达　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

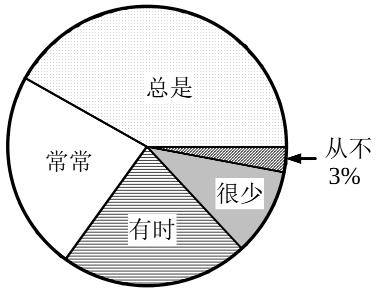
A．从不　　　　B．很少　　　　C．有时　　　　D．常常　　　　E．总是

答题的学生在这五个选项中只能选择一项．下面是根据学生对该问题的答卷情况绘制的两幅不完整的统计图．

各选项选择人数的条形统计图



各选项选择人数分布的扇形统计图



根据以上信息，解答下列问题：

（1）该区共有____▲____名初二年级的学生参加了本次问卷调查；

（2）请把这幅条形统计图补充完整；

（3）在扇形统计图中，“总是”所占的百分比为____▲____.

24.（本题满分 8 分）

（1）甲、乙、丙、丁四人做传球游戏：第一次由甲将球随机传给乙、丙、丁中的某一人，从第二次起，每一次都由持球者将球再随机传给其他三人中的某一人．求第二次传球后球回到甲手里的概率．（请用“画树状图”或“列表”等方式给出分析过程）

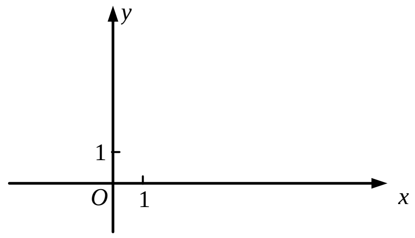
（2）如果甲跟另外 n（n≥2）个人做（1）中同样的游戏，那么，第三次传球后球回到甲手里的概率是____▲____（请直接写出结果）.

25．（本题满分 8 分）某工厂以 80 元/箱的价格购进 60 箱原材料，准备由甲、乙两车间全部用于生产 A 产品．甲车间用每箱原材料可生产出 A 产品 12 千克，需耗水 4 吨；乙车间通过节能改造，用每箱原材料可生产出的 A 产品比甲车间少 2 千克，但耗水量是甲车间的一半．已知 A 产品售价为 30 元/千克，水价为 5 元/吨．如果要求这两车间生产这批产品的总耗水量不得超过 200 吨，那么该厂如何分配两车间的生产任务，才能使这次生产所能获取的利润 w 最大？最大利润是多少？（注：利润＝产品总售价－购买原材料成本－水费）

26．（本题满分 10 分）已知：平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 的顶点分别为 $O(0，0)$、A（5，0）、$B(m，2)$、$C(m－5，2)$．

（1）问：是否存在这样的 m，使得在边 BC 上总存在点 P，使 $\angle OPA＝90°$？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，请说明理由．

（2）当 $\angle AOC$ 与 $\angle OAB$ 的平分线的交点 Q 在边 BC 上时，求 m 的值．



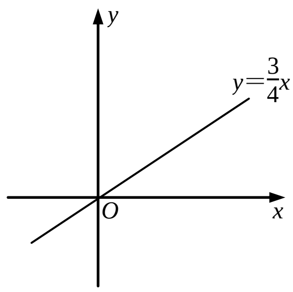
27.（本题满分 10 分）一次函数 $y=\frac{3}{4}x$ 的图像如图所示，它与二次函数 $y=ax^2-4ax+c$ 的图像交于 A、B 两点（其中点 A 在点 B 的左侧），与这个二次函数图像的对称轴交于点 C.

（1）求点 C 的坐标；

（2）设二次函数图像的顶点为 D.

①若点 D 与点 C 关于 x 轴对称，且△ACD 的面积等于 3，求此二次函数的关系式；

②若 $CD=AC$，且△ACD 的面积等于 10，求此二次函数的关系式.



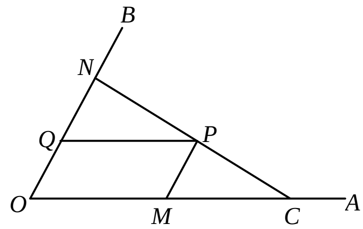
28.（本题满分 10 分）如图，C 为∠AOB 的边 OA 上一点，$OC=6$，N 为边 OB 上异于点 O 的一动点，P 是线段 CN 上一点，过点 P 分别作 $PQ/\!/OA$ 交 OB 于点 Q，$PM/\!/OB$ 交 OA 于点 M.

（1）若∠$AOB=60°$，$OM=4$，$OQ=1$，求证：$CN\perp OB$.

（2）当点 N 在边 OB 上运动时，四边形 $OMPQ$ 始终保持为菱形.

①问：$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}$的值是否发生变化？如果变化，求出其取值范围；如果不变，请说明理由.

②设菱形 $OMPQ$ 的面积为 S_1，△NOC 的面积为 S_2，求$\frac{S_1}{S_2}$的取值范围.



2015年无锡市初中毕业升学考试
数学试题参考答案及评分说明

一、选择题（每小题3分，共30分）

1．D　2．B　3．C　4．D　5．A　6．A　7．B　8．C　9．D　10．B

二、填空题（每小题2分，共16分）

11．$2(2+x)(2-x)$　12．$\dfrac{2}{x-3}$　13．（3，0）　14．16　15．假

16．4.4　17．$\dfrac{9\sqrt{5}}{2}$　18．838或910

三、解答题（本大题共10小题，共84分）

19．解：（1）原式＝1－3＋3＝1．　（2）原式＝$x^2+2x+1-2x+4=x^2+5$．

20．解：（1）$2x-6-2\leqslant 0$，　$\therefore x\leqslant 4$．

（2）解法1：由①，得 $y=2x-5$③，由②得 $2x-2y=1$④，

把③代入④得 $2x-2(2x-5)=1$．解得 $x=\dfrac{9}{2}$．　把 $x=\dfrac{9}{2}$ 代入③得 $y=4$．$\therefore \begin{cases} x=\dfrac{9}{2}, \\ y=4. \end{cases}$

解法2：由②得 $2x-2y=1$③，　①－③得 $y=4$．把 $y=4$ 代入①得 $x=\dfrac{9}{2}$．$\therefore \begin{cases} x=\dfrac{9}{2}, \\ y=4. \end{cases}$

21．证：（1）$\because AB/\!/CD$，$\therefore \angle AEC=\angle ECD$，$\angle BED=\angle EDC$．

$\because CE=DE$，$\therefore \angle ECD=\angle EDC$．$\therefore \angle AEC=\angle BED$．

（2）$\because E$ 是 AB 的中点，$\therefore AE=BE$．

在△AEC 和△BED 中，$\begin{cases} AE=BE, \\ \angle AEC=\angle BED, \\ EC=ED, \end{cases}$ $\therefore \triangle AEC\cong\triangle BED$．　$\therefore AC=BD$．

22．解：（1）$\because AB$ 为⊙O 的直径，$\therefore \angle ACB=90°$．

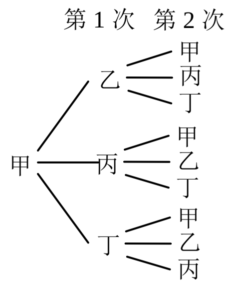
$\because BC=6$cm，$AC=8$cm，$\therefore AB=10$cm．$\therefore OB=5$cm．

连 OD，$\because OD=OB$，$\therefore \angle ODB=\angle ABD=45°$．$\therefore \angle BOD=90°$．　$\therefore BD=\sqrt{OB^2+OD^2}=5\sqrt{2}$cm．

（2）$S_{阴影}=\dfrac{90}{360}\pi\cdot 5^2-\dfrac{1}{2}\times 5\times 5=\dfrac{25\pi-50}{4}\text{cm}^2$．

23．解：（1）3200；（2）图略，“有时”的人数为704；（3）42%．

24．解：（1）画树状图：



或：列表：

第2次 / 第1次	甲	乙	丙	丁
乙	乙甲	／	乙丙	乙丁
丙	丙甲	丙乙	／	丙丁
丁	丁甲	丁乙	丁丙	／

共有9种等可能的结果，其中符合要求的结果有3种，

∴P（第 2 次传球后球回到甲手里）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

（2）$\frac{n-1}{n^2}$.

25．解：设甲车间用 x 箱原材料生产 A 产品，则乙车间用$(60-x)$箱原材料生产 A 产品.

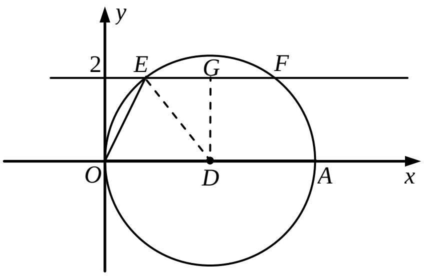
由题意得 $4x+2(60-x)\leqslant 200$，　解得 $x\leqslant 40$.

$w=30[12x+10(60-x)]-80\times 60-5[4x+2(60-x)]=50x+12\ 600$，

∵$50>0$，∴w 随 x 的增大而增大．∴当 $x=40$ 时，w 取得最大值，为 14 600 元.

答：甲车间用 40 箱原材料生产 A 产品，乙车间用 20 箱原材料生产 A 产品，可使工厂所获利润最大，最大利润为 14 600 元.

26．解：（1）由题意，知：$BC\parallel OA$. 以 OA 为直径作⊙D，与直线 BC 分别交于点 E、F，则$\angle OEA=\angle OFA=90°$.

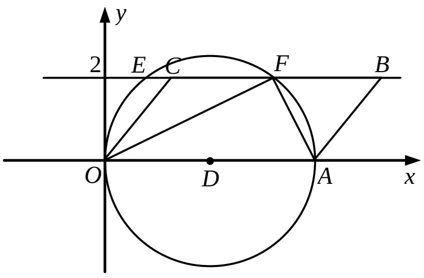


作 $DG\perp EF$ 于 G，连 DE，则 $DE=OD=2.5$，$DG=2$，

$EG=GF$，∴ $EG=\sqrt{DE^2-DG^2}=1.5$，

∴点 $E(1，2)$，点 $F(4，2)$.

∴当$\begin{cases} m-5\leqslant 4, \\ m\geqslant 1, \end{cases}$　即 $1\leqslant m\leqslant 9$ 时，边 BC 上总存在这样的点 P，使$\angle OPA=90°$.



（2）∵$BC=5=OA$，$BC\parallel OA$，∴四边形 $OABC$ 是平行四边形.

当 Q 在边 BC 上时，$\angle OQA=180°-\angle QOA-\angle QAO$

$=180°-\frac{1}{2}(\angle COA+\angle OAB)=90°$，∴点 Q 只能是点 E 或点 F.

当 Q 在 F 点时，∵OF、AF 分别是$\angle AOC$ 与$\angle OAB$ 的平分线，$BC\parallel OA$，∴$\angle CFO=\angle FOA=\angle FOC$，$\angle BFA=\angle FAO=\angle FAB$，∴$CF=OC$，$BF=AB$，∵$OC=AB$，∴$F$ 是 BC 的中点．∵F 点为 (4，2)，∴此时 m 的值为 6.5.

当 Q 在 E 点时，同理可求得此时 m 的值为 3.5.

27．（1）$y=ax^2-4ax+c=a(x-2)^2-4a+c$．∴二次函数图像的对称轴为直线 $x=2$.

当 $x=2$ 时，$y=\frac{3}{4}x=\frac{3}{2}$，∴$C(2，\frac{3}{2})$.

（2）①∵点 D 与点 C 关于 x 轴对称，∴$D(2，-\frac{3}{2}，)$，∴$CD=3$.

设 $A(m，\frac{3}{4}m)$ $(m<2)$，由 $S_{\triangle ACD}=3$，得$\frac{1}{2}\times 3\times(2-m)=3$，解得 $m=0$，∴$A(0，0)$.

由 $A(0，0)$、 $D(2，-\frac{3}{2})$得$\begin{cases} c=0, \\ -4a+c=-\frac{3}{2}. \end{cases}$　解得 $a=\frac{3}{8}$，$c=0$.

∴$y=\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{2}x$.

②设 $A(m，\frac{3}{4}m)(m<2)$，过点 A 作 $AE\perp CD$ 于 E，则 $AE=2-m$，$CE=\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m$，

$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=\sqrt{(2-m)^2+\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m\right)^2}=\frac{5}{4}(2-m)$，

∵$CD=AC$，∴$CD=\frac{5}{4}(2-m)$.

由 $S_{\triangle ACD}=10$ 得$\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}(2-m)^2=10$，解得 $m=-2$ 或 $m=6$（舍去），$\therefore m=-2$.

$\therefore A(-2,\ -\frac{3}{2})$，$CD=5$.

若 $a>0$，则点 D 在点 C 下方，$\therefore D(2,\ -\frac{7}{2})$，

由 $A(-2,\ -\frac{3}{2})$、$D(2,\ -\frac{7}{2})$得$\begin{cases}12a+c=-\frac{3}{2},\\-4a+c=-\frac{7}{2}.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=\frac{1}{8},\\c=-3.\end{cases}$

$\therefore y=\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}x-3$.

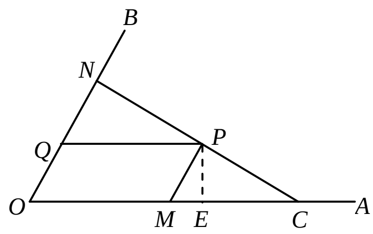
若 $a<0$，则点 D 在点 C 上方，$\therefore D(2,\ \frac{13}{2})$，

由 $A(-2,\ -\frac{3}{2})$、$D(2,\ \frac{13}{2})$得$\begin{cases}12a+c=-\frac{3}{2},\\-4a+c=\frac{13}{2}.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=-\frac{1}{2},\\c=\frac{9}{2}.\end{cases}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{9}{2}$.

28.（1）证法一：过 P 作 $PE\perp OA$ 于 E. $\because PQ\parallel OA$，$PM\parallel OB$，$\therefore$四边形 $OMPQ$ 为平行四边形.

$\therefore PM=OQ=1$，$\angle PME=\angle AOB=60°$，



$\therefore PE=PM\cdot\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$ME=\frac{1}{2}$，

$\therefore CE=OC-OM-ME=\frac{3}{2}$，$\therefore\tan\angle PCE=\frac{PE}{CE}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore\angle PCE=30°$，$\therefore\angle CPM=90°$，

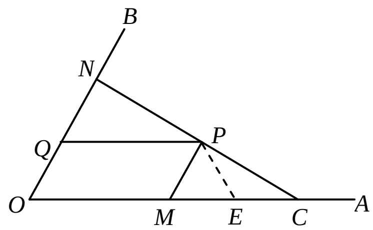
又$\because PM\parallel OB$，$\therefore\angle CNO=\angle CPM=90°$，即 $CN\perp OB$.

证法二：$\because PQ\parallel OA$，$PM\parallel OB$，$\therefore$四边形 $OMPQ$ 为平行四边形．$\therefore PM=OQ=1$.

$\because\angle AOB=60°$，$OC=6$，$OM=4$，$\therefore\angle PMC=60°$，$CM=2$.

取 MC 中点 E，连 PE，则 $ME=CE=1=PM$，

$\therefore\triangle PME$ 为等边三角形.



$\therefore\angle MPE=\angle MEP=60°$，$\therefore\angle EPC=\angle ECP=30°$，

$\therefore\angle CPM=90°$.

又$\because PM\parallel OB$，$\therefore\angle CNO=\angle CPM=90°$；即 $CN\perp OB$.（2 分）

（2）①$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}$的值不发生变化． 理由如下：

设 $OM=x$，$ON=y$．$\because$四边形 $OMPQ$ 为菱形，$\therefore$ $OQ=QP=OM=x$，$NQ=y-x$.

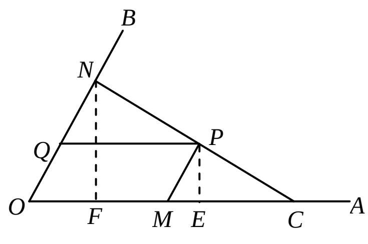
$\because PQ\parallel OA$，$\therefore\angle NQP=\angle O$．又$\because\angle QNP=\angle ONC$，$\therefore\triangle NQP\backsim\triangle NOC$，$\therefore\frac{QP}{OC}=\frac{NQ}{ON}$，即$\frac{x}{6}=\frac{y-x}{y}$，

$\therefore 6y-6x=xy$．两边都除以 $6xy$，得$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$，即$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}=\frac{1}{6}$.

②过 P 作 $PE\perp OA$ 于 E，过 N 作 $NF\perp OA$ 于 F，

则 $S_1=OM\cdot PE$，$S_2=\frac{1}{2}OC\cdot NF$，

$\therefore\frac{S_1}{S_2}=\frac{x\cdot PE}{3NF}$.



∵$PM \parallel OB$，∴$\angle MCP=\angle O$．又∵$\angle PCM=\angle NCO$，

∴$\triangle CPM \backsim \triangle CNO$．

∴$\frac{PE}{NF}=\frac{CM}{CO}=\frac{6-x}{6}$.

∴$\frac{S_1}{S_2}=\frac{x(6-x)}{18}=-\frac{1}{18}(x-3)^2+\frac{1}{2}$.

∵$0<x<6$，由这个二次函数的图像可知，$0<\frac{S_1}{S_2}\leqslant\frac{1}{2}$.