2016年江苏省镇江市中考数学试卷

一、填空题（本大题共有12小题，每小题2分，共计24分）

1．﹣3的相反数是______.

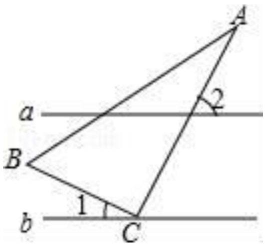
2．计算：（﹣2）^{3}=______.

3．分解因式：x^2-9=______.

4．若代数式$\sqrt{2x-1}$有意义，则实数x的取值范围是______.

5．正五边形每个外角的度数是______.

6．如图，直线a∥b，Rt△ABC的直角顶点C在直线b上，∠1=20°，则∠2=______°.



7．关于x的一元二次方程$2x^2-3x+m=0$有两个相等的实数根，则实数m=______.

8．一只不透明的袋子中装有红球和白球共30个，这些球除了颜色外都相同，校课外学习小组做摸球试验，将球搅匀后任意摸出一个球，记下颜色后放回、搅匀，通过多次重复试验，算得摸到红球的频率是20%，则袋中有______个红球.

9．圆锥底面圆的半径为4，母线长为5，它的侧面积等于______（结果保留π）

10．a、b、c是实数，点A（a+1、b）、B（a+2，c）在二次函数$y=x^2-2ax+3$的图象上，则b、c的大小关系是b______c（用"＞"或"＜"号填空）

11．如图1，⊙O的直径AB=4厘米，点C在⊙O上，设∠ABC的度数为x（单位：度，0＜x＜90），优弧$\overset{\frown}{ABC}$的弧长与劣弧$\overset{\frown}{AC}$的弧长的差设为y（单位：厘米），图2表示y与x的函数关系，则α=______度.

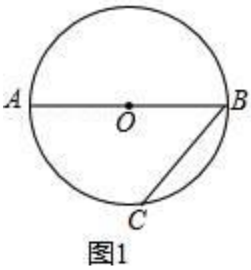


图1

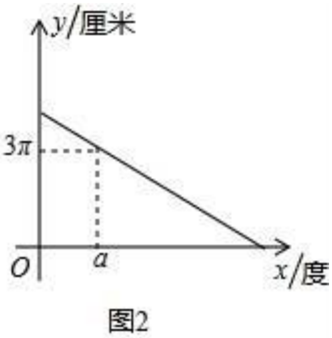
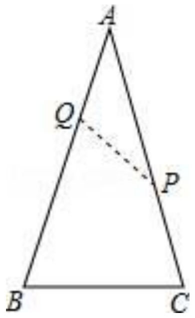


图2

12．有一张等腰三角形纸片，AB=AC=5，BC=3，小明将它沿虚线PQ剪开，得到△AQP和四边形BCPQ两张纸片（如图所示），且满足∠BQP=∠B，则下列五个数据$\frac{15}{4}$，3，$\frac{16}{5}$，2，$\frac{5}{3}$中可以作为线段AQ长的有______个.

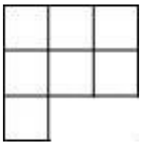
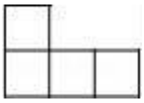
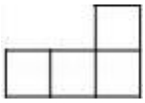
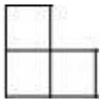


二、选择题（本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

13．2100000 用科学记数法表示应为（　　）

A．0.21×10^{8} B．2.1×10^{6} C．2.1×10^{7} D．21×10^{5}

14．由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体如图所示，它的俯视图为（　　）

A．  B．  C．  D． 

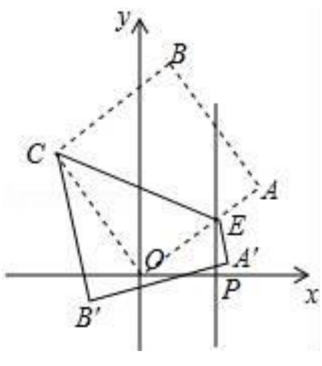
15．一组数据 6，3，9，4，3，5，12 的中位数是（　　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

16．已知点 P（m，n）是一次函数 y=x﹣1 的图象位于第一象限部分上的点，其中实数 m、n 满足 $(m+2)^{2}-4m+n(n+2m)=8$，则点 P 的坐标为（　　）

A．（$\frac{1}{2}$，﹣$\frac{1}{2}$）　B．（$\frac{5}{3}$，$\frac{2}{3}$）　　C．（2，1）　D．（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）

17．如图，在平面直角坐标系中，坐标原点 O 是正方形 OABC 的一个顶点，已知点 B 坐标为（1，7），过点 P（a，0）（a＞0）作 PE⊥x 轴，与边 OA 交于点 E（异于点 O、A），将四边形 ABCE 沿 CE 翻折，点 A′、B′分别是点 A、B 的对应点，若点 A′恰好落在直线 PE 上，则 a 的值等于（　　）



A．$\frac{5}{4}$　B．$\frac{4}{3}$　C．2　　D．3

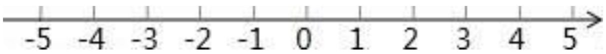
三、解答题（本大题共有 11 小题，共计 81 分）

18.（1）计算：$\tan45°-(\sqrt{2}-1)^0+|-5|$

（2）化简：$\frac{2a-1}{a-1}-\frac{a^2-a}{(a-1)^2}$.

19.（1）解方程：$\frac{1}{x-3}=\frac{3}{x}$

（2）解不等式：$2(x-6)+4\leqslant 3x-5$，并将它的解集在数轴上表示出来.



20．甲、乙、丙三名同学站成一排拍合影照留念.

（1）请按从左向右的顺序列出所有可能站位的结果；

（2）求出甲同学站在中间位置的概率.

21．现如今，通过微信朋友圈发布自己每天行走的步数，已成为一种时尚，“健身达人”小张为了了解他的微信朋友圈里大家的运动情况，随机抽取了部分好友进行调查，把他们 6 月 9 日那天每天行走的步数情况分为五个类别：A（0﹣4000 步）（说明：“0﹣4000”表示大于等于 0，小于等于 4000，下同），B，C，D，E，并将统计结果绘制了如图 1 的图 2 两幅不完整的统计图.

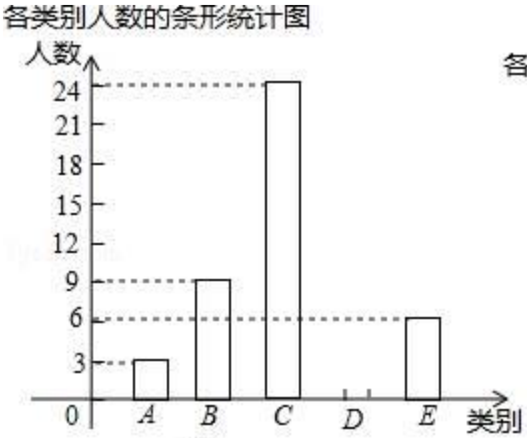


图1

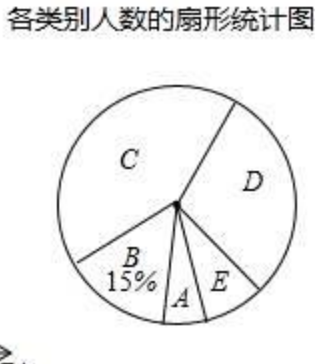


图2

请你根据图中提供的信息解答下列问题：

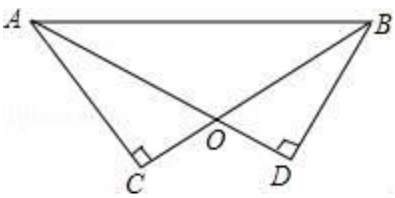
（1）将图 1 的条形统计图补充完整；

（2）已知小张的微信朋友圈里共 500 人，请根据本次抽查的结果，估计在他的微信朋友圈里 6 月 9 日那天行走不超过 8000 步的人数.

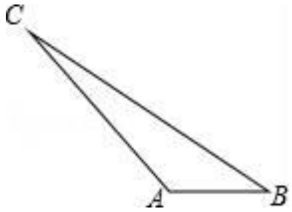
22．如图，AD、BC 相交于点 O，AD=BC，∠C=∠D=90°.

（1）求证：△ACB≌△BDA；

（2）若∠ABC=35°，则∠CAO=______°.



23．公交总站（A 点）与 B、C 两个站点的位置如图所示，已知 AC=6km，∠B=30°，∠C=15°，求 B 站点离公交总站的距离即 AB 的长（结果保留根号）.



24．校田园科技社团计划购进 A、B 两种花卉，两次购买每种花卉的数量以及每次的总费用如下表所示：

	花卉数量（单位：株）		总费用（单位：元）
	A	B	
第一次购买	10	25	225
第二次购买	20	15	275

（1）你从表格中获取了什么信息？______（请用自己的语言描述，写出一条即可）；

（2）A、B 两种花卉每株的价格各是多少元？

25．如图 1，一次函数 $y=kx-3$（$k\neq0$）的图象与 y 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$（$x>0$）的图象交于点 B（4，b）．

（1）b=______；k=______；

（2）点 C 是线段 AB 上的动点（于点 A、B 不重合），过点 C 且平行于 y 轴的直线 l 交这个反比例函数的图象于点 D，求△OCD 面积的最大值；

（3）将（2）中面积取得最大值的△OCD 沿射线 AB 方向平移一定的距离，得到△O′C′D′，若点 O 的对应点 O′落在该反比例函数图象上（如图 2），则点 D′的坐标是______．

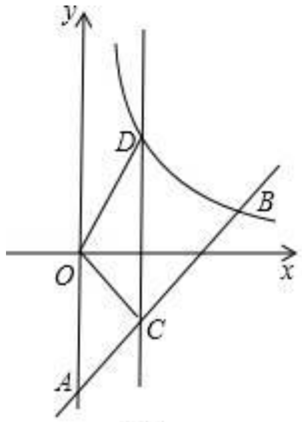


图1

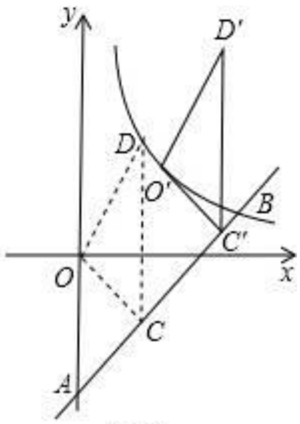


图2

26．如果三角形三边的长 a、b、c 满足$\frac{a+b+c}{3}=b$，那么我们就把这样的三角形叫做“匀称三角形”，如：三边长分别为 1，1，1 或 3，5，7，...的三角形都是“匀称三角形”．

（1）如图 1，已知两条线段的长分别为 a、c（a＜c）．用直尺和圆规作一个最短边、最长边的长分别为 a、c 的“匀称三角形”（不写作法，保留作图痕迹）；

（2）如图 2，△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径的⊙O 交 BC 于点 D，过点 D 作⊙O 的切线交 AB 延长线于点 E，交 AC 于点 F，若$\frac{BE}{CF}=\frac{5}{3}$，判断△AEF 是否为“匀称三角形”？请说明理由．

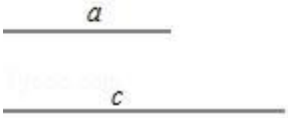


图1

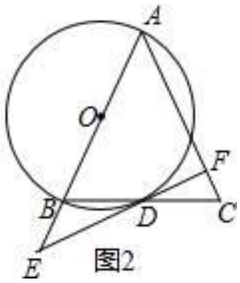


图2

27．如图 1，在菱形 ABCD 中，AB=$6\sqrt{5}$，tan∠ABC=2，点 E 从点 D 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿着射线 DA 的方向匀速运动，设运动时间为 t（秒），将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转一个角 α（α=∠BCD），得到对应线段 CF.

（1）求证：BE=DF；

（2）当 t=______秒时，DF 的长度有最小值，最小值等于______；

（3）如图 2，连接 BD、EF、BD 交 EC、EF 于点 P、Q，当 t 为何值时，△EPQ 是直角三角形？

（4）如图 3，将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转一个角 α（α=∠BCD），得到对应线段 CG．在点 E 的运动过程中，当它的对应点 F 位于直线 AD 上方时，直接写出点 F 到直线 AD 的距离 y 关于时间 t 的函数表达式.

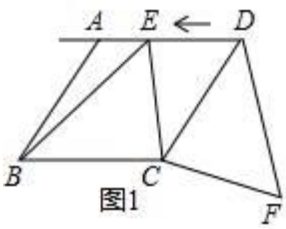


图1

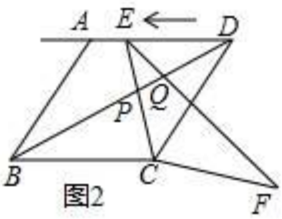


图2

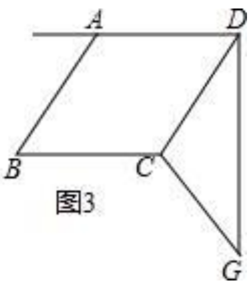


图3

28．如图 1，二次函数 y_1=（x﹣2）（x﹣4）的图象与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），其对称轴 l 与 x 轴交于点 C，它的顶点为点 D.

（1）写出点 D 的坐标______.

（2）点 P 在对称轴 l 上，位于点 C 上方，且 CP=2CD，以 P 为顶点的二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象过点 A.

①试说明二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象过点 B；

②点 R 在二次函数 y_1=（x﹣2）（x﹣4）的图象上，到 x 轴的距离为 d，当点 R 的坐标为______时，二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 2d；

③如图 2，已知 0＜m＜2，过点 M（0，m）作 x 轴的平行线，分别交二次函数 y_1=（x﹣2）（x﹣4）、$y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象于点 E、F、G、H（点 E、G 在对称轴 l 左侧），过点 H 作 x 轴的垂线，垂足为点 N，交二次函数 y_1=（x﹣2）（x﹣4）的图象于点 Q，若△GHN∽△EHQ，求实数 m 的值.

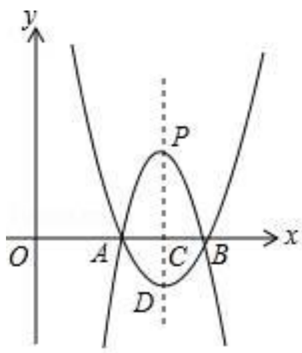


图1

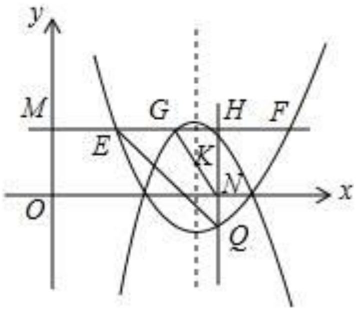


图2

2016年江苏省镇江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共有12小题，每小题2分，共计24分）

1．－3的相反数是__3__．

【考点】相反数．

【分析】一个数的相反数就是在这个数前面添上“－”号．

【解答】解：－（－3）=3，

故－3的相反数是3．

故答案为：3．

2．计算：$(-2)^3$=__－8__．

【考点】有理数的乘方．

【分析】$(-2)^3$表示3个－2相乘．

【解答】解：$(-2)^3=-8$．

3．分解因式：x^2-9=__（x+3）（x－3）__．

【考点】因式分解-运用公式法．

【分析】本题中两个平方项的符号相反，直接运用平方差公式分解因式．

【解答】解：$x^2-9=(x+3)(x-3)$．

故答案为：（x+3）（x－3）．

4．若代数式$\sqrt{2x-1}$有意义，则实数x的取值范围是__$x\geq\frac{1}{2}$__．

【考点】二次根式有意义的条件．

【分析】直接利用二次根式有意义的条件得出$2x-1\geqslant 0$，进而得出答案．

【解答】解：若代数式$\sqrt{2x-1}$有意义，

则$2x-1\geqslant 0$，

解得：$x\geqslant\frac{1}{2}$，

则实数x的取值范围是：$x\geqslant\frac{1}{2}$．

故答案为：$x\geqslant\frac{1}{2}$．

5．正五边形每个外角的度数是__72°__．

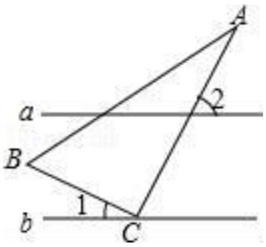
【考点】多边形内角与外角．

【分析】利用正五边形的外角和等于360度，除以边数即可求出答案．

【解答】解：360°÷5=72°．

故答案为：72°．

6．如图，直线 a∥b，Rt△ABC 的直角顶点 C 在直线 b 上，∠1=20°，则∠2=__70__°．



【考点】平行线的性质．

【分析】根据平角等于 180°列式计算得到∠3，根据两直线平行，同位角相等可得∠3=∠2．

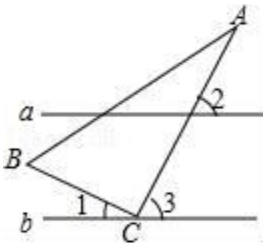
【解答】解：∵∠1=20°，

∴∠3=90°﹣∠1=70°，

∵直线 a∥b，

∴∠2=∠3=70°，

故答案是：70．



7．关于 x 的一元二次方程 $2x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，则实数 m=__$\frac{9}{8}$__．

【考点】根的判别式．

【分析】直接利用根的判别式得出 $b^2-4ac=9-8m=0$，即可得出答案．

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $2x^2-3x+m=0$ 有两个相等的实数根，

∴$b^2-4ac=9-8m=0$，

解得：$m=\frac{9}{8}$．

故答案为：$\frac{9}{8}$．

8．一只不透明的袋子中装有红球和白球共 30 个，这些球除了颜色外都相同，校课外学习小组做摸球试验，将球搅匀后任意摸出一个球，记下颜色后放回、搅匀，通过多次重复试验，算得摸到红球的频率是 20%，则袋中有__6__个红球．

【考点】利用频率估计概率．

【分析】在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从比例关系入手，列出方程求解．

【解答】解：设袋中有 x 个红球．

由题意可得：$\frac{x}{30}=20\%$，

解得：x=6，

故答案为：6．

9．圆锥底面圆的半径为4，母线长为5，它的侧面积等于 20π （结果保留π）

【考点】圆锥的计算．

【分析】根据圆锥的底面半径为4，母线长为5，直接利用圆锥的侧面积公式求出它的侧面积．

【解答】解：根据圆锥的侧面积公式：$\pi rl=\pi\times4\times5=20\pi$，

故答案为：20π．

10．a、b、c是实数，点A（a+1、b）、B（a+2，c）在二次函数$y=x^2-2ax+3$的图象上，则b、c的大小关系是b ＜ c（用“＞”或“＜”号填空）

【考点】二次函数图象上点的坐标特征．

【分析】求出二次函数的对称轴，再根据二次函数的增减性判断即可．

【解答】解：∵二次函数$y=x^2-2ax+3$的图象的对称轴为$x=a$，二次项系数$1>0$，

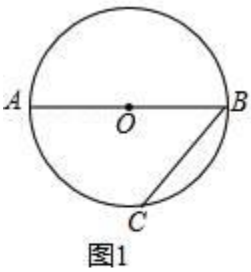
∴抛物线的开口向上，在对称轴的右边，y随x的增大而增大，

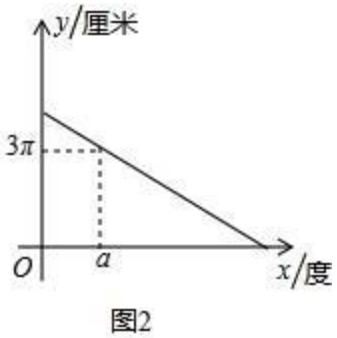
∵$a+1<a+2$，点A（a+1、b）、B（a+2，c）在二次函数$y=x^2-2ax+3$的图象上，

∴$b<c$，

故答案为：＜．

11．如图1，⊙O的直径AB=4厘米，点C在⊙O上，设∠ABC的度数为x（单位：度，0＜x＜90），优弧$\overset{\frown}{ABC}$的弧长与劣弧$\overset{\frown}{AC}$的弧长的差设为y（单位：厘米），图2表示y与x的函数关系，则α= 22.5 度．





【考点】动点问题的函数图象．

【分析】直接利用弧长公式表示出y与x之间的关系，进而代入（a，3π）求出答案．

【解答】解：设∠ABC的度数为x，根据题意可得：

$$y=\frac{(360-2x)\pi\times2}{180}-\frac{2x\pi\times2}{180}$$

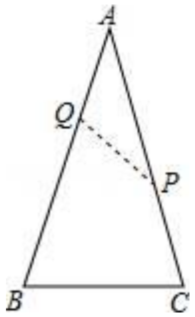
将（a，3π）代入得：

$$3\pi=\frac{(360-2\alpha-2\alpha)\times\pi\times2}{180},$$

解得：α=22.5°．

故答案为：22.5．

12．有一张等腰三角形纸片，AB=AC=5，BC=3，小明将它沿虚线 PQ 剪开，得到△AQP 和四边形 BCPQ 两张纸片（如图所示），且满足∠BQP=∠B，则下列五个数据$\frac{15}{4}$，3，$\frac{16}{5}$，2，$\frac{5}{3}$中可以作为线段 AQ 长的有__3__个．



【考点】相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质．

【分析】作 CD∥PQ，交 AB 于 D，由平行线的性质和等腰三角形的性质得出∠B=∠ACB=∠CDB，证出 CD=BC=3，△BCD∽△BAC，得出对应边成比例求出 BD=$\frac{9}{5}$，得出 AD=AB﹣BD=$\frac{16}{5}$，由平行线证出△APQ∽△ACD，得出对应边成比例求出 AP=$\frac{25}{16}$AQ，再分别代入 AQ 的长求出 AP 的长，即可得出结论．

【解答】解：作 CD∥PQ，交 AB 于 D，如图所示：

则∠CDB=∠BQP，

∵AB=AC=5，

∴∠B=∠ACB，

∵∠BQP=∠B，

∴∠B=∠ACB=∠CDB，

∴CD=BC=3，△BCD∽△BAC，

∴$\frac{BC}{AB}=\frac{BD}{BC}$，即$\frac{3}{5}=\frac{BD}{3}$，

解得：BD=$\frac{9}{5}$，

∴AD=AB﹣BD=$\frac{16}{5}$，

∵CD∥PQ，

∴△APQ∽△ACD，

∴$\frac{AP}{AC}=\frac{AQ}{AD}$，即$\frac{AP}{5}=\frac{AQ}{\frac{16}{5}}$，

解得：AP=$\frac{25}{16}$AQ，

当 AQ=$\frac{15}{4}$时，AP=$\frac{25}{16}\times\frac{15}{4}=\frac{375}{64}$>5，不合题意，舍去；

当 AQ=3 时，AP=$\frac{25}{16}\times3=\frac{75}{16}$<5，符合题意；

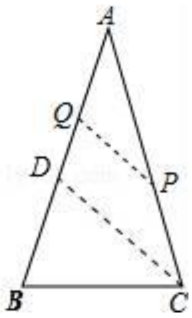
当 $AQ=\frac{16}{5}$时，点 P 与 C 重合，不合题意，舍去；

当 AQ=2 时，$AP=\frac{25}{16}\times 2=\frac{50}{16}<5$，符合题意；

当 $AQ=\frac{5}{3}$时，$AP=\frac{25}{16}\times\frac{5}{3}=\frac{125}{48}<5$，符合题意；

综上所述：可以作为线段 AQ 长的有 3 个；

故答案为：3．



二、选择题（本大题共有 5 小题，每小题 3 分，共计 15 分）

13．2100000 用科学记数法表示应为（　　）

A．0.21×10^8 B．2.1×10^6　C．2.1×10^7　D．21×10^5

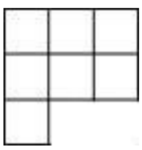
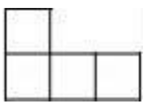
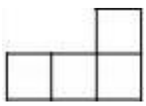
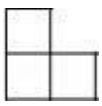
【考点】科学记数法—表示较大的数．

【分析】分析：用科学记数法表示一个数，是把一个数写成 $a\times 10^n$ 形式，其中 a 为整数，$1\leqslant|a|<10$，n 为整数．

【解答】解：$2100000=2.1\times 10^6$

故选：B

14．由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体如图所示，它的俯视图为（　　）

A．　B．　C．　D．

【考点】简单组合体的三视图．

【分析】找出简单几何体的俯视图，对照四个选项即可得出结论．

【解答】解：俯视几何体时，发现：左三、中二、右二，

观察四个选项发现，只有 A 符合该几何体的俯视图，

故选 A．

15．一组数据 6，3，9，4，3，5，12 的中位数是（　　）

A．3　B．4　C．5　D．6

【考点】中位数．
【分析】分析：把一组数据从小到大排列最中间的数或中间两数的平均数即为这组数据的中位数．
【解答】解：把这组数据按从小到大排列，得
3，3，4，5，6，9，12，共7个数，中间的数是5，所以这组数据的中位数是5．
故选：C

16．已知点P（m，n）是一次函数y=x﹣1的图象位于第一象限部分上的点，其中实数m、n满足（m+2）^{2}﹣4m+n（n+2m）=8，则点P的坐标为（　　）

A．（$\frac{1}{2}$，﹣$\frac{1}{2}$）　B．（$\frac{5}{3}$，$\frac{2}{3}$）　C．（2，1）　D．（$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{2}$）

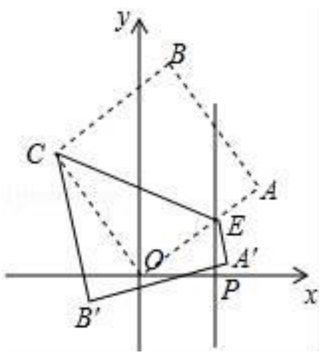
【考点】一次函数图象上点的坐标特征．
【分析】根据题意可以求得m、n的值，从而可以求得点P的坐标，本题得以解决．
【解答】解：∵（m+2）^{2}﹣4m+n（n+2m）=8，
化简，得（m+n）^{2}=4，
∵点P（m，n）是一次函数y=x﹣1的图象位于第一象限部分上的点，
∴n=m﹣1，

∴$\begin{cases}(m+n)^2=4\\ n=m-1\end{cases}$，

解得，$\begin{cases}m=1.5\\ n=0.5\end{cases}$或$\begin{cases}m=-0.5\\ n=-1.5\end{cases}$

∵点P（m，n）是一次函数y=x﹣1的图象位于第一象限部分上的点，
∴m>0，n>0，
故点P的坐标为（1.5，0.5），
故选D．

17．如图，在平面直角坐标系中，坐标原点O是正方形OABC的一个顶点，已知点B坐标为（1，7），过点P（a，0）（a>0）作PE⊥x轴，与边OA交于点E（异于点O、A），将四边形ABCE沿CE翻折，点A′、B′分别是点A、B的对应点，若点A′恰好落在直线PE上，则a的值等于（　　）



A．$\frac{5}{4}$　B．$\frac{4}{3}$　C．2　D．3

【考点】翻折变换（折叠问题）；坐标与图形性质；正方形的性质．

【分析】作辅助线，利用待定系数法求直线OB和AC的解析式，表示出点C的坐标，根据勾股定理列方程求出点C的坐标，根据图形点C的位置取值；先由点B的坐标求出对角线OB的长，在Rt△OBC中，利用特殊的三角函数值求出正方形的边长为5，求出FG的长，写出点P的坐标，确定其a的值．

【解答】解：当点A′恰好落在直线PE上，如图所示，

连接OB、AC，交于点D，过点C作CF∥A′B′，交PE于点F，交y轴于点G，则CF⊥y轴，

∵四边形OABC是正方形，

∴OD=BD，OB⊥AC，

∵O（0，0），B（1，7），

∴D（$\frac{1}{2}$，$\frac{7}{2}$），

由勾股定理得：OB=$\sqrt{1^2+7^2}$=$\sqrt{50}$=$5\sqrt{2}$，

设直线OB的解析式为：y=kx，

把B（1，7）代入得：k=7，

∴直线OB的解析式为：y=7x，

∴设直线AC的解析式为：y=－$\frac{1}{7}$x+c，

把D（$\frac{1}{2}$，$\frac{7}{2}$）代入得：$\frac{7}{2}$ =－$\frac{1}{7}$×$\frac{1}{2}$+c，c=$\frac{25}{7}$，

∴直线AC的解析式为：y=－$\frac{1}{7}$x+$\frac{25}{7}$，

设C（x，－$\frac{1}{7}$x+$\frac{25}{7}$），

在Rt△OBC中，cos∠BOC=$\frac{OC}{OB}$，

∴OC=cos45°•OB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$×$5\sqrt{2}$=5，

∴正方形OABC的边长为5，

由翻折得：A′B′=AB=5，

在Rt△OCG中，$OC^2=OG^2+CG^2$，

∴$5^2=x^2+(-\frac{1}{7}x+\frac{25}{7})^2$，

解得：$x_1=-3$，$x_2=4$（舍），

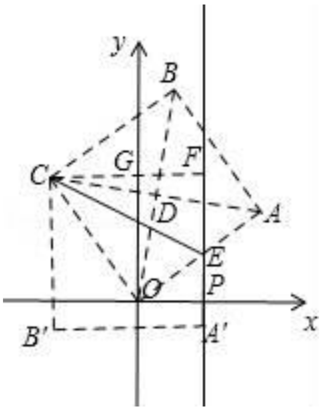
∴CG=3，

∵CF=A′B′=5，

∴FG=CF－CG=5－3=2，

∴P（2，0），即a=2，

故选C．



三、解答题（本大题共有 11 小题，共计 81 分）

18.（1）计算：tan45° - （$\sqrt{2}-1$）^{0}+| - 5|

（2）化简：$\frac{2a-1}{a-1}-\frac{a^{2}-a}{(a-1)^{2}}$.

【考点】分式的加减法；实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

【分析】（1）先计算三角函数值、零指数幂、绝对值，再计算加减即可；

（2）先将减式因式分解后约分，再计算同分母的分式减法即可得.

【解答】解：（1）原式=1 - 1+5=5；

（2）原式=$\frac{2a-1}{a-1}$ - $\frac{a(a-1)}{(a-1)^{2}}$

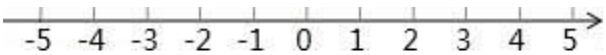
=$\frac{2a-1}{a-1}$ - $\frac{a}{a-1}$

=$\frac{2a-1-a}{a-1}$

=1.

19.（1）解方程：$\frac{1}{x-3}=\frac{3}{x}$

（2）解不等式：2（x - 6）+4≤3x - 5，并将它的解集在数轴上表示出来.



【考点】解分式方程；在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式.

【分析】（1）首先找出最简公分母，再去分母进而解方程得出答案；

（2）首先去括号，进而解不等式得出答案.

【解答】解：（1）去分母得：x=3（x - 3），

解得：x=$\frac{9}{2}$，

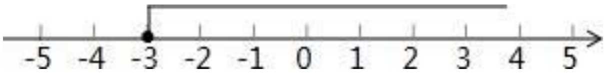
检验：x=$\frac{9}{2}$时，x（x - 3）≠0，则 x=$\frac{9}{2}$是原方程的根；

（2）2（x - 6）+4≤3x - 5

2x﹣12+4≤3x﹣5，

解得：x≥﹣3，

如图所示：



.

20．甲、乙、丙三名同学站成一排拍合影照留念．

（1）请按从左向右的顺序列出所有可能站位的结果；

（2）求出甲同学站在中间位置的概率．

【考点】列表法与树状图法．

【分析】（1）利用列举法写出所有 6 种等可能的结果；

（2）再找出甲站中间的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：（1）三位好朋友合照的站法从左到右有：（甲乙丙），（甲丙乙），（乙甲丙），（乙丙甲），（丙甲乙），（丙乙甲），共有 6 种等可能的结果；

（2）其中甲站中间的结果有 2 种，记为事件 A，

所以 P（A）$=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$．

21．现如今，通过微信朋友圈发布自己每天行走的步数，已成为一种时尚，“健身达人”小张为了了解他的微信朋友圈里大家的运动情况，随机抽取了部分好友进行调查，把他们 6 月 9 日那天每天行走的步数情况分为五个类别：A（0﹣4000 步）（说明：“0﹣4000”表示大于等于 0，小于等于 4000，下同），B，C，D，E，并将统计结果绘制了如图 1 的图 2 两幅不完整的统计图．

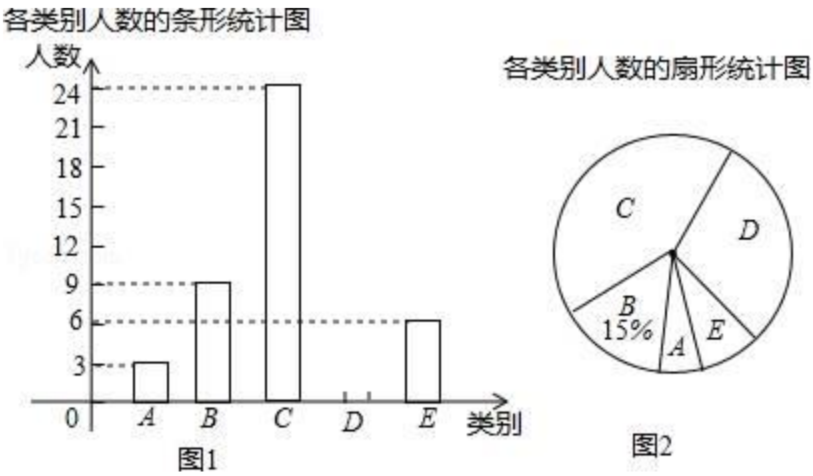


图1

图2

请你根据图中提供的信息解答下列问题：

（1）将图 1 的条形统计图补充完整；

（2）已知小张的微信朋友圈里共 500 人，请根据本次抽查的结果，估计在他的微信朋友圈里 6 月 9 日那天行走不超过 8000 步的人数．

【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图．

【分析】（1）首先根据 B 类的人数占 15%，求出总人数以及 D 类的人数，然后将图 1 的条形统计图补充完整即可．

（2）用小张的微信朋友圈里的人数乘 A、B 两类的人数占的分率，估计在他的微信朋友圈里 6 月 9 日那天行走不超过 8000 步的人数是多少即可．

【解答】解：（1）D 类的人数有：

9÷15%﹣（3+9+24+6）

=60﹣42

=18（人）

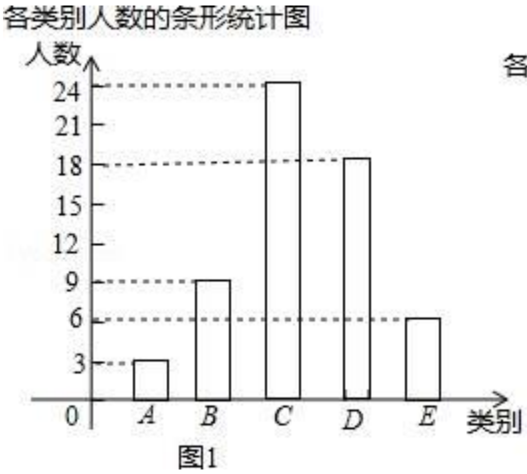


图1

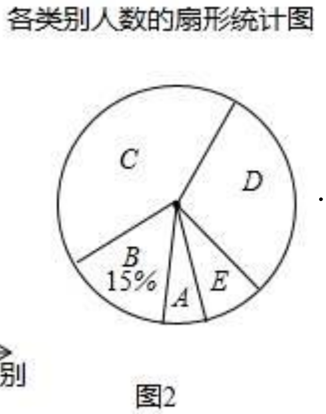


图2

（2）$500\times\frac{3+9}{60}$

$=500\times\frac{1}{5}$

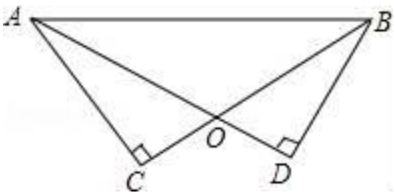
=100（人）

∴在他的微信朋友圈里 6 月 9 日那天行走不超过 8000 步的有 100 人.

22．如图，AD、BC 相交于点 O，AD=BC，∠C=∠D=90°.

（1）求证：△ACB≌△BDA；

（2）若∠ABC=35°，则∠CAO=__20__°.



【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】（1）根据 HL 证明 Rt△ABC≌Rt△BAD；

（2）利用全等三角形的性质证明即可.

【解答】（1）证明：∵∠D=∠C=90°，

∴△ABC 和△BAD 都是 Rt△，

在 Rt△ABC 和 Rt△BAD 中，

$\begin{cases} AD=BC \\ AB=BA \end{cases}$，

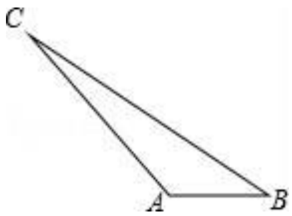
∴Rt△ABC≌Rt△BAD（HL）；

（2）证明：∵Rt△ABC≌Rt△BAD，

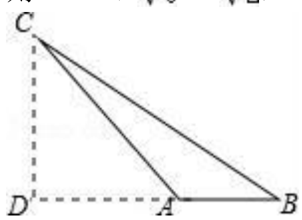
∴∠ABC=∠BAD=35°，

∵∠C=90°，
∴∠BAC=55°，
∴∠CAO=∠CAB﹣∠BAD=20°．
故答案为：20．

23．公交总站（A 点）与 B、C 两个站点的位置如图所示，已知 AC=6km，∠B=30°，∠C=15°，求 B 站点离公交总站的距离即 AB 的长（结果保留根号）．



【考点】解直角三角形的应用．
【分析】过 C 作 CD 垂直于 AB，交 BA 延长线于点 D，由∠B 与∠ACB 的度数，利用外角性质求出∠CAD 的度数，在直角三角形 ACD 中，利用勾股定理求出 CD 与 AD 的长，在直角三角形 BCD 中，利用勾股定理求出 BD 的长，由 BD﹣AD 求出 AB 的长即可．
【解答】解：过点 C 作 CD⊥AB，垂足为点 D，
∵∠B=30°，∠ACB=15°，
∴∠CAD=45°，
在 Rt△ACD 中，∠ADC=90°，∠CAD=45°，AC=6，
∴CD=AD=$3\sqrt{2}$km，
在 Rt△BCD 中，∠CDB=90°，∠B=30°，CD=$3\sqrt{2}$km，
∴BD=$3\sqrt{6}$km，
则 AB=（$3\sqrt{6}-3\sqrt{2}$）km．



24．校田园科技社团计划购进 A、B 两种花卉，两次购买每种花卉的数量以及每次的总费用如下表所示：

	花卉数量（单位：株）		总费用（单位：元）
	A	B	
第一次购买	10	25	225
第二次购买	20	15	275

（1）你从表格中获取了什么信息？<u>　购买 A 种花卉 10 株和 B 种花卉 25 株共花费 225 元　</u>（请用自己的语言描述，写出一条即可）；
（2）A、B 两种花卉每株的价格各是多少元？
【考点】二元一次方程组的应用．
【分析】（1）答案不唯一，根据表格可得购买 A 种花卉 10 株和 B 种花卉 25 株共花费 225 元；

（2）设 A 种花卉每株 x 元，B 种花卉每株 y 元，根据题意可得 A 种花卉 10 株的花费+B 种花卉 25 株的花费=225 元，A 种花卉 20 株的花费+B 种花卉 15 株的花费=275 元，根据等量关系列出方程组，再解即可.

【解答】解：（1）购买 A 种花卉 10 株和 B 种花卉 25 株共花费 225 元，

故答案为：购买 A 种花卉 10 株和 B 种花卉 25 株共花费 225 元；

（2）设 A 种花卉每株 x 元，B 种花卉每株 y 元，由题意得：

$\begin{cases}10x+25y=225\\20x+15y=275\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=10\\y=5\end{cases}$，

答：A 种花卉每株 10 元，B 种花卉每株 5 元.

25．如图 1，一次函数 y=kx﹣3（k≠0）的图象与 y 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$（x＞0）的图象交于点 B（4，b）.

（1）b=__1__；k=__1__；

（2）点 C 是线段 AB 上的动点（于点 A、B 不重合），过点 C 且平行于 y 轴的直线 l 交这个反比例函数的图象于点 D，求△OCD 面积的最大值；

（3）将（2）中面积取得最大值的△OCD 沿射线 AB 方向平移一定的距离，得到△O′C′D′，若点 O 的对应点 O′落在该反比例函数图象上（如图 2），则点 D′的坐标是__（$\frac{7}{2}$，$\frac{14}{3}$）__.

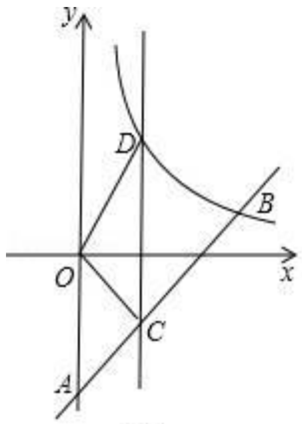


图1

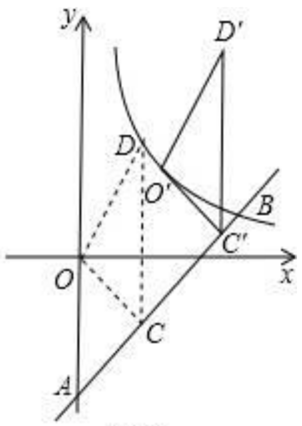


图2

【考点】反比例函数综合题.

【分析】（1）由点 B 的横坐标利用反比例函数图象上点的坐标特征即可求出 b 值，进而得出点 B 的坐标，再将点 B 的坐标代入一次函数解析式中即可求出 k 值；

（2）设 C（m，m﹣3）（0＜m＜4），则 D（m，$\frac{4}{m}$），根据三角形的面积即可得出 $S_{\triangle OCD}$ 关于 m 的函数关系式，通过配方即可得出△OCD 面积的最大值；

（3）由（1）（2）可知一次函数的解析式以及点 C、D 的坐标，设点 C′（a，a﹣3），根据平移的性质找出点 O′、D′的坐标，由点 O′在反比例函数图象上即可得出关于 a 的方程，解方程求出 a 的值，将其代入点 D′的坐标中即可得出结论.

【解答】解：（1）把 B（4，b）代入 $y=\frac{4}{x}$（x＞0）中得：$b=\frac{4}{4}=1$，

∴B（4，1），

把 B（4，1）代入 $y=kx-3$ 得：$1=4k-3$，解得：$k=1$，

故答案为：1，1；

（2）设 C（m，m－3）（0＜m＜4），则 D（m，$\frac{4}{m}$），

∴$S_{\triangle OCD}=\frac{1}{2}m\left(\frac{4}{m}-m+3\right)=-\frac{1}{2}m^2+\frac{3}{2}m+2=-\frac{1}{2}\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{8}$，

∵0＜m＜4，$-\frac{1}{2}<0$，

∴当 $m=\frac{3}{2}$时，△OCD 面积取最大值，最大值为$\frac{25}{8}$；

（3）由（1）知一次函数的解析式为 $y=x-3$，

由（2）知 C（$\frac{3}{2}$，$-\frac{3}{2}$）、D（$\frac{3}{2}$，$\frac{8}{3}$）.

设 C′（a，a－3），则 O′（$a-\frac{3}{2}$，$a-\frac{3}{2}$），D′（a，$a+\frac{7}{6}$），

∵点 O′在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$（x＞0）的图象上，

∴$a-\frac{3}{2}=\frac{4}{a-\frac{3}{2}}$，解得：$a=\frac{7}{2}$或 $a=-\frac{1}{2}$（舍去），

经检验 $a=\frac{7}{2}$是方程 $a-\frac{3}{2}=\frac{4}{a-\frac{3}{2}}$的解.

∴点 D′的坐标是（$\frac{7}{2}$，$\frac{14}{3}$）.

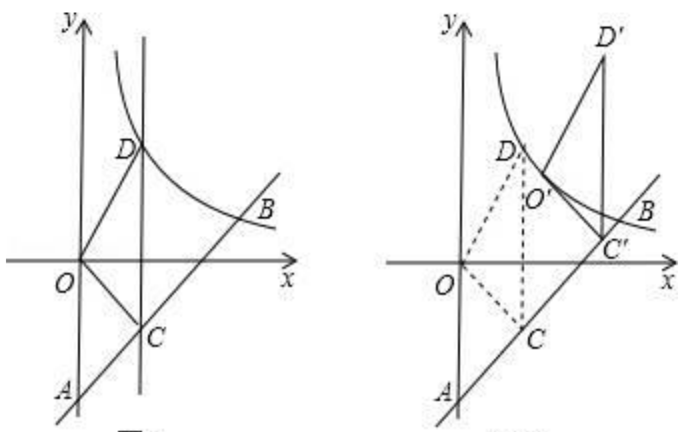


图1　　　　图2

26．如果三角形三边的长 a、b、c 满足$\frac{a+b+c}{3}=b$，那么我们就把这样的三角形叫做“匀称三角形”，如：三边长分别为 1，1，1 或 3，5，7，…的三角形都是“匀称三角形”.

（1）如图 1，已知两条线段的长分别为 a、c（a＜c）. 用直尺和圆规作一个最短边、最长边的长分别为 a、c 的“匀称三角形”（不写作法，保留作图痕迹）；

（2）如图 2，△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径的⊙O 交 BC 于点 D，过点 D 作⊙O 的切线交 AB 延长线于点 E，交 AC 于点 F，若$\frac{BE}{CF}=\frac{5}{3}$，判断△AEF 是否为“匀称三角形”？请说明理由．

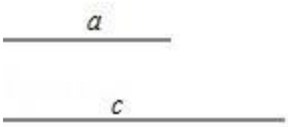


图1

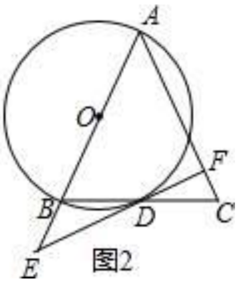


图2

【考点】圆的综合题．

【分析】（1）根据题意可以画出相应的图形，本题得以解决；

（2）根据“匀称三角形”的定义，由题目中信息的，利用切线的性质，等腰三角形的性质，三角形的全等以及勾股定理可以判断△AEF 是否为“匀称三角形”．

【解答】解：（1）所求图形，如右图 1 所示，

（2）△AEF 是“匀称三角形”，

理由：连接 AD、OD，如右图 2 所示，

∵AB 是⊙O 的直径，

∴AD⊥BC，

∵AB=AC，

∴点 D 时 BC 的中点，

∵点 O 为 AB 的中点，

∴OD∥AC，

∵DF 切⊙O 于点 D，

∴OD⊥DF，

∴EF⊥AF，

过点 B 作 BG⊥EF 于点 G，

∵∠BGD=∠CFD=90°，∠BDG=∠CDF，BD=CD，

∴△BGD≌△CFD（ASA），

∴BG=CF，

∵$\frac{BE}{CF}=\frac{5}{3}$，

∴$\frac{BE}{BG}=\frac{5}{3}$，

∵BG∥AF，

∴$\frac{BE}{BG}=\frac{AE}{AF}=\frac{5}{3}$，

在 Rt△AEF 中，设 AE=5k，AF=3k，由勾股定理得，EF=4k，

∴$\frac{AE+EF+AF}{3}=\frac{5k+4k+3k}{3}=4k=EF$，

∴△AEF 是“匀称三角形”．

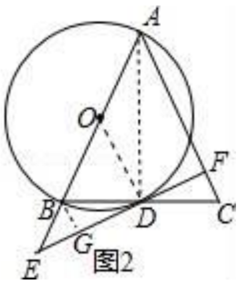


图2

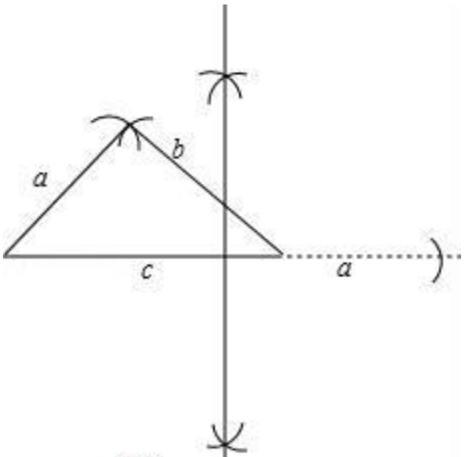


图1

27．如图 1，在菱形 ABCD 中，AB=$6\sqrt{5}$，tan∠ABC=2，点 E 从点 D 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿着射线 DA 的方向匀速运动，设运动时间为 t（秒），将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转一个角 α（α=∠BCD），得到对应线段 CF．

（1）求证：BE=DF；

（2）当 t=__$6\sqrt{5}+6$__秒时，DF 的长度有最小值，最小值等于__12__；

（3）如图 2，连接 BD、EF、BD 交 EC、EF 于点 P、Q，当 t 为何值时，△EPQ 是直角三角形？

（4）如图 3，将线段 CD 绕点 C 顺时针旋转一个角 α（α=∠BCD），得到对应线段 CG．在点 E 的运动过程中，当它的对应点 F 位于直线 AD 上方时，直接写出点 F 到直线 AD 的距离 y 关于时间 t 的函数表达式．

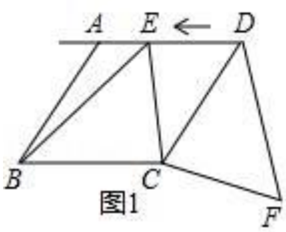


图1

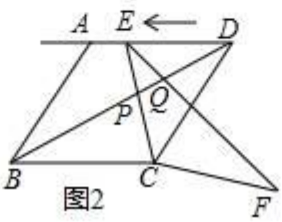


图2

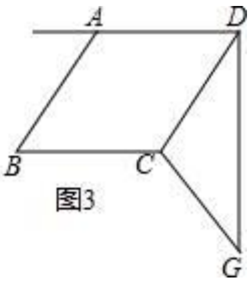


图3

【考点】四边形综合题．

【分析】(1）由∠ECF=∠BCD 得∠DCF=∠BCE，结合 DC=BC、CE=CF 证△DCF≌△BCE 即可得；

（2）当点 E 运动至点 E′时，由 DF=BE′知此时 DF 最小，求得 BE′、AE′即可得答案；

（3）①∠EQP=90°时，由∠ECF=∠BCD、BC=DC、EC=FC 得∠BCP=∠EQP=90°，根据 AB=CD=$6\sqrt{5}$，tan∠ABC=tan∠ADC=2 即可求得 DE；

②∠EPQ=90°时，由菱形 ABCD 的对角线 AC⊥BD 知 EC 与 AC 重合，可得 DE=$6\sqrt{5}$；

（4）连接 GF 分别角直线 AD、BC 于点 M、N，过点 F 作 FH⊥AD 于点 H，证△DCE≌△GCF 可得∠3=∠4=∠1=∠2，即 GF∥CD，从而知四边形 CDMN 是平行四边形，由平行四边形得 MN=CD=$6\sqrt{5}$；再由∠CGN=∠DCN=∠CNG 知 CN=CG=CD=$6\sqrt{5}$，根据 tan∠ABC=tan∠CGN=2 可得 GM=$6\sqrt{5}+12$，由 GF=DE=t 得 FM=t﹣$6\sqrt{5}$﹣12，

利用 tan∠FMH=tan∠ABC=2 即可得 FH．

【解答】解：（1）∵∠ECF=∠BCD，即∠BCE+∠DCE=∠DCF+∠DCE，

∴∠DCF=∠BCE，

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴DC=BC，

在△DCF 和△BCE 中，

$$∵\begin{cases}CF=CE\\ ∠DCF=∠BCE,\\ CD=CB\end{cases}$$

∴△DCF≌△BCE（SAS），

∴DF=BE；

（2）如图 1，

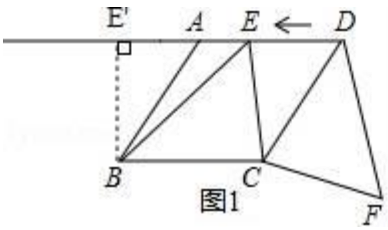


图1

当点 E 运动至点 E′时，DF=BE′，此时 DF 最小，

在 Rt△ABE′中，AB=$6\sqrt{5}$，tan∠ABC=tan∠BAE′=2，

∴设 AE′=x，则 BE′=2x，

∴AB=$\sqrt{5}$x=$6\sqrt{5}$，

则 AE′=6

∴DE′=$6\sqrt{5}$+6，DF=BE′=12，

故答案为：$6\sqrt{5}$+6，12；

（3）∵CE=CF，

∴∠CEQ＜90°，

①当∠EQP=90°时，如图 2①，

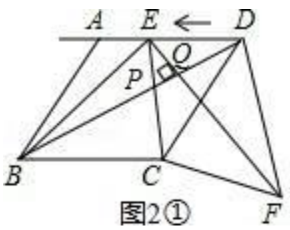


图2①

∵∠ECF=∠BCD，BC=DC，EC=FC，

∴∠CBD=∠CEF，

∵∠BPC=∠EPQ，

∴∠BCP=∠EQP=90°，

∵AB=CD=$6\sqrt{5}$，tan∠ABC=tan∠ADC=2，

∴DE=6，

∴t=6 秒；

②当∠EPQ=90°时，如图 2②，

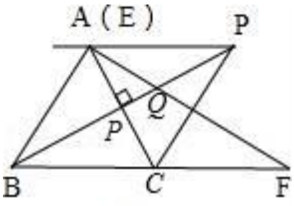


图2②

∵菱形 ABCD 的对角线 AC⊥BD，

∴EC 与 AC 重合，

∴DE=$6\sqrt{5}$，

∴t=$6\sqrt{5}$秒；

（4）y=$\frac{2\sqrt{5}}{5}$t－12－$\frac{24\sqrt{5}}{5}$，

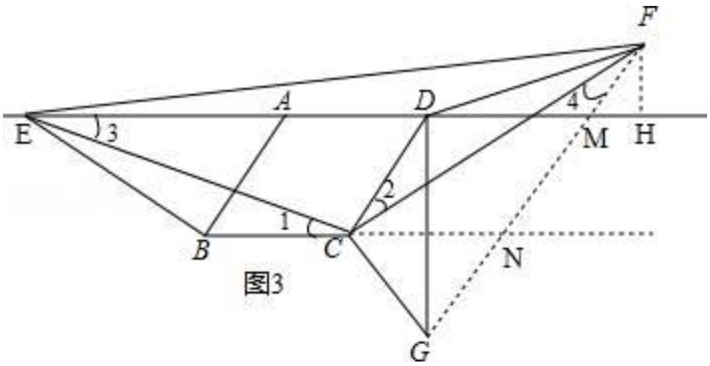


图3

如图 3，连接 GF 分别角直线 AD、BC 于点 M、N，过点 F 作 FH⊥AD 于点 H，

由（1）知∠1=∠2，

又∵∠1+∠DCE=∠2+∠GCF，

∴∠DCE=∠GCF，

在△DCE 和△GCF 中，

∵$\begin{cases} EC=FC \\ \angle DCE=\angle GCF \\ DC=GC \end{cases}$，

∴△DCE≌△GCF（SAS），

∴∠3=∠4，

∵∠1=∠3，∠1=∠2，

∴∠2=∠4，

∴GF∥CD，

又∵AH∥BN，

∴四边形 CDMN 是平行四边形，

∴MN=CD=$6\sqrt{5}$，

∵∠BCD=∠DCG，

∴∠CGN=∠DCN=∠CNG，

∴$CN=CG=CD=6\sqrt{5}$，

∵$\tan\angle ABC=\tan\angle CGN=2$，

∴$GN=12$，

∴$GM=6\sqrt{5}+12$，

∵$GF=DE=t$，

∴$FM=t-6\sqrt{5}-12$，

∵$\tan\angle FMH=\tan\angle ABC=2$，

∴$FH=\frac{2\sqrt{5}}{5}(t-6\sqrt{5}-12)$，

即 $y=\frac{2\sqrt{5}}{5}t-12-\frac{24\sqrt{5}}{5}$.

28．如图1，二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），其对称轴 l 与 x 轴交于点 C，它的顶点为点 D.

（1）写出点 D 的坐标 <u>（3，﹣1）</u>.

（2）点 P 在对称轴 l 上，位于点 C 上方，且 CP=2CD，以 P 为顶点的二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象过点 A.

①试说明二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象过点 B；

②点 R 在二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象上，到 x 轴的距离为 d，当点 R 的坐标为 <u>$(3-\sqrt{2}，1)$、$(3+\sqrt{2}，1)$ 或（3，﹣1）</u> 时，二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 2d；

③如图2，已知 $0<m<2$，过点 M（0，m）作 x 轴的平行线，分别交二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$、$y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象于点 E、F、G、H（点 E、G 在对称轴 l 左侧），过点 H 作 x 轴的垂线，垂足为点 N，交二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象于点 Q，若△GHN∽△EHQ，求实数 m 的值.

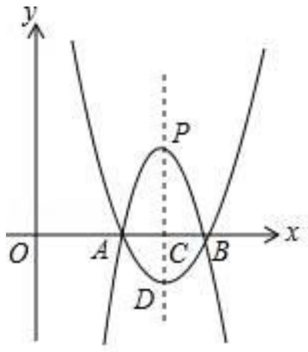


图1

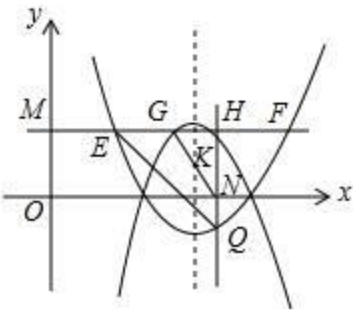


图2

【考点】二次函数综合题.

【分析】（1）利用配方法将二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 变形为顶点式，由此即可得出结论；

（2）①由点 P 在对称轴 l 上，可得出二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴为直线 l，再结合点 A、B 关于对称轴 l 对称，二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象过点 A，即可得出二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象过点 B；

②由二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 2d，即可得出 d=1，再令二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 中 $y_1=\pm1$ 求出 x 值，即可得出结论；

③设 N（n，0），则 H（n，－2（n－2）（n－4）），Q（n，（n－2）（n－4）），由此即可得出$\frac{HN}{HQ}$$=\frac{2}{2+1}=\frac{2}{3}$，根据相似三角形的性质即可得出$\frac{HN}{HQ}=\frac{HG}{HE}=\frac{2}{3}$，再根据对称性可得出$\frac{KG}{KE}=\frac{1}{2}$，设 KG=t（t＞0），则 G 的坐标为（3－t，m），E 的坐标为（3－2t，m），由此即可得出关于 m、t 的二元一次方程组，解方程组即可求出 m 值．

【解答】解：（1）∵y_1=（x－2）（x－4）=x^2－6x+8=（x－3）^{2}－1，

∴顶点 D 的坐标为（3，－1）．

故答案为：（3，－1）．

（2）①∵点 P 在对称轴 l 上，位于点 C 上方，且 CP=2CD，

∴点 P 的坐标为（3，2），

∴二次函数 y_1=（x－2）（x－4）与 $y_2=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴均为 x=3，

∵点 A、B 关于直线 x=3 对称，

∴二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象过点 B．

②∵二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标 P（3，2），且图象上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 2d，

∴2d=2，解得：d=1．

令 y_1=（x－2）（x－4）=x^2－6x+8 中 y_1=±1，即 x^2－6x+8=±1，

解得：$x_1=3-\sqrt{2}$，$x_2=3+\sqrt{2}$，$x_3=3$，

∴点 R 的坐标为（$3-\sqrt{2}$，1）、（$3+\sqrt{2}$，1）或（3，－1）．

故答案为：（$3-\sqrt{2}$，1）、（$3+\sqrt{2}$，1）或（3，－1）．

③设过点 M 平行 x 轴的直线交对称轴 l 于点 K，直线 l 也是二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象的对称轴．

∵二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$ 过点 A、B，且顶点坐标为 P（3，2），

∴二次函数 y_2=－2（x－2）（x－4）．

设 N（n，0），则 H（n，－2（n－2）（n－4）），Q（n，（n－2）（n－4）），

∴HN=2（n－2）（n－4），QN=（n－2）（n－4），

∴$\frac{HN}{QN}=2$，即$\frac{HN}{HQ}=\frac{2}{2+1}=\frac{2}{3}$．

∵△GHN∽△EHQ，

∴$\frac{HN}{HQ}=\frac{HG}{HE}=\frac{2}{3}$．

∵G、H 关于直线 l 对称，

∴$KG=KH=\frac{1}{2}HG$，

∴$\frac{KG}{KE}=\frac{1}{2}$．

设 KG=t（t＞0），则 G 的坐标为（3－t，m），E 的坐标为（3－2t，m），

由题意得：$\begin{cases}-2(3-t-2)(3-t-4)=m\\(3-2t-2)(3-2t-4)=m\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}t=\frac{\sqrt{2}}{2}\\m=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}t=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\m=1\end{cases}$（舍去）．

故当△GHN∽△EHQ，实数 m 的值为 1．

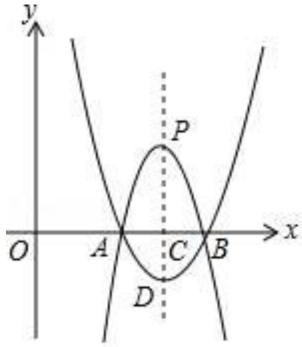


图1

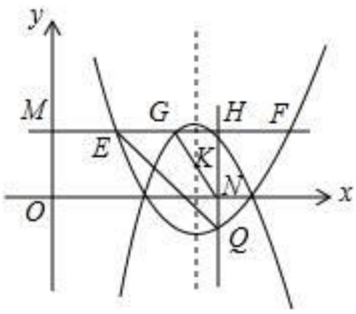


图2