

第 15 届 WMO 世界奥林匹克数学竞赛 (中国区) 选拔赛

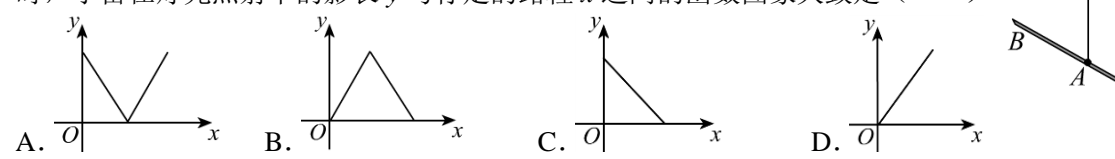
考生须知:

1. 每位考生将获得考卷一份。考试期间, 不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共 120 分, 选择题每小题 4 分, 填空题每小题 5 分, 解答题共 5 小题, 共 50 分。
3. 请将答案写在本卷上。考试完毕时, 考卷及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数, 请化至最简。

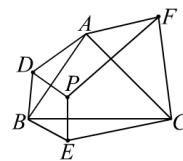
八年级地方晋级赛复赛 A 卷

(本试卷满分 120 分, 考试时间 90 分钟)

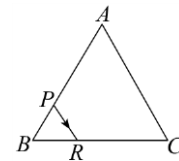
一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x} - (x-2)^0}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()
 A. $x \geq 0$ B. $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$ C. $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$ 且 $x \neq 1$
2. 某车由甲地等速前往丁地, 如图, 过程是: 自甲向东直行 8 分钟至乙后, 朝东偏南直行 8 分钟至丙, 左转 90° 直行 15 分钟至丁。若此车由甲地按原来的速度匀速向东直行可到达丁地, 则此车程需要 ()
 A. 19.5 分钟 B. 24 分钟 C. 25 分钟 D. 28 分钟
3. 如果等式 $(2x-3)^{x+3}=1$, 则等式成立的 x 的值的个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 如右图, 在一条笔直的小路上有一盏路灯, 晚上小雷从点 B 处径直走到点 A 处再远离 A 处时, 小雷在灯光照射下的影长 y 与行走的路程 x 之间的函数图象大致是 ()

5. 如图, $\triangle ABC$ 内有一点 P , 点 D, E, F 分别是点 P 关于 AB, BC, AC 对称的点. 若 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC=70^\circ, \angle ABC=60^\circ, \angle ACB=50^\circ$, 则 $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA$ 等于 ()
 A. 180° B. 270° C. 360° D. 480°
6. 若实数 x, y 满足 $x-y+1=0$ 且 $1 < y < 2$, 化简 $\sqrt{4x^2+4y-3} + 2\sqrt{y^2-6x-2y+10}$ 得 ()
 A. 7 B. $2x+2y-7$ C. 11 D. $9-4y$
7. 如图, 正三角形 ABC 的三边表示三面镜子, $BP = \frac{1}{3}AB=1$, 一束光线从点 P 发射至 BC 上 R 点, 且 $\angle BPR=60^\circ$. 光线依次经 BC 反射, AC 反射, AB 反射... 一直继续下去. 当光线第一次回到点 P 时, 这束光线所经过的路线的总长为 ()
 A. 6 B. 9 C. $9\sqrt{3}$ D. 27

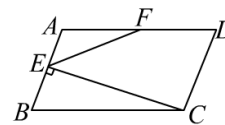
8. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $BC=2AB, CE \perp AB$ 于 E, F 为 AD 的中点, 若 $\angle AEF=54^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()
 A. 54° B. 60° C. 66° D. 72°



第 5 题图

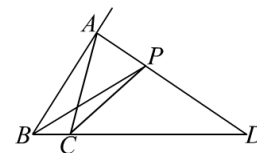


第 7 题图

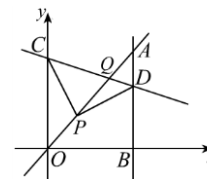


第 8 题图

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle A$ 的外角平分线, P 是 AD 上异于 A 的任意一点, 设 $PB=m, PC=n, AB=c, AC=b$, 则 $(m+n)$ 与 $(b+c)$ 的大小关系是 ()
 A. $m+n > b+c$ B. $m+n < b+c$ C. $m+n = b+c$ D. 无法确定



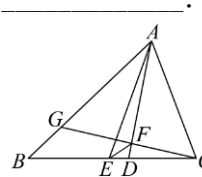
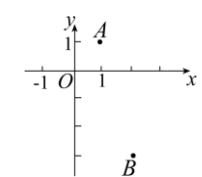
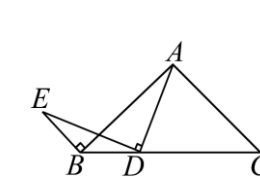
第 9 题图



第 10 题图

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知直线 $y=x$ 上一点 $P(1, 1)$, C 为 y 轴上一点, 连接 PC , 线段 PC 绕点 P 顺时针旋转 90° 至线段 PD , 过点 D 作直线 $AB \perp x$ 轴, 垂足为 B , 直线 AB 与直线 $y=x$ 交于点 A , 且 $BD=2AD$, 连接 CD , 直线 CD 与直线 $y=x$ 交于点 Q , 则点 Q 的坐标为 ()
 A. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ B. $(3, 3)$ C. $(\frac{7}{4}, \frac{7}{4})$ D. $(\frac{9}{4}, \frac{9}{4})$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

11. 已知 $a = \frac{13}{60}, b = \frac{15}{13}$, 则代数式 $(a+b)^2 - (a-b)^2$ 的值为_____.
 12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, AC=3, AD, AE$ 分别是其角平分线和中线, 过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 F , 交 AB 于点 G , 连接 EF , 则线段 EF 的长等于_____.
 13. 若关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-1} - 1 = 0$ 的解为正数, 则 a 的取值范围是_____.
 14. 如图, 点 $A(1, 1), B(2, -3)$, 点 P 为 x 轴上一点, 当 $|PA-PB|$ 最大时, 点 P 的坐标为_____.
- 
- 第 12 题图
- 
- 第 14 题图
- 
- 第 16 题图
15. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a \neq b, a, b$ 满足 $\sqrt{a}(\sqrt{a}-3\sqrt{b}) = 2\sqrt{b}(\sqrt{a}-2\sqrt{b})$, 则 $\frac{a-\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}} =$ _____.
 16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ, AB=AC, D$ 为 BC 上一点, $BE \parallel AC$, 且 $DE \perp AD$, 若 $BD=2, CD=4$, 则 BE 的长为_____.

考场
 联系电话
 准考证号
 学校
 年级
 姓名
 赛区
 父母姓名
 装订线

三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

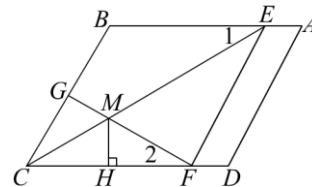
17. 先化简，再求值： $\frac{x-9y}{\sqrt{x}-3\sqrt{y}} + \frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ ，其中 $x=3$ ， $y=4$. （8分）

18. 定义：如果一个数的平方等于 -1 ，记为 $i^2=-1$ ，这个数 i 叫做虚数单位. 那么和我们所学的实数对应起来就叫做复数，表示为 $a+bi$ (a, b 为实数)， a 叫这个复数的实部， b 叫做这个复数的虚部，它的加，减，乘法运算与整式的加，减，乘法运算类似.

例如计算： $(5+i) \times (3-4i) = 19-17i$.

试一试：请利用学过的有关知识将 $\frac{2+i}{2-i}$ 化简成 $a+bi$ 的形式. （9分）

19. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， CE 平分 $\angle BCD$ ，交 AB 边于点 E ， $EF \parallel BC$ ，交 CD 于点 F ，点 G 是 BC 边的中点，连接 GF ，且 $\angle 1 = \angle 2$ ， CE 与 GF 交于点 M ，过点 M 作 $MH \perp CD$ 于点 H . 求证： $EM = FG + MH$. （10分）



20. 某超市在端午节前两天每天都花 4000 元购进咸肉馅和板栗馅粽子若干，已知这两种粽子每个的进价相同，第一天超市将咸肉馅粽子按进价的 2 倍销售，板栗馅粽子在进价的基础上提价 50% 销售，当天全部售完，发现咸肉馅粽子销售了 1200 个，共获利 3200 元.

(1) 设这两种粽子的进价为每个 a 元，求 a 的值；（5分）

(2) 如果要求咸肉馅粽子的数量不能超过板栗馅粽子数量的 60%，且按第一天的销售价格销售，那么销售利润最多是多少元？（5分）

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，边长为 6 的正方形 $OABC$ 的顶点 A, C 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上，直线 $y=mx+2$ 与 OC, BC 两边分别相交于点 D, G ，以 DG 为边作菱形 $DEFG$ ，顶点 E 在 OA 边上.

(1) 如图①，当 $CG=OD$ 时，求直线 DG 的函数表达式；（3分）

(2) 如图②，连接 BF ，设 $CG=a$ ， $\triangle FBG$ 的面积为 S .

① 求 S 与 a 的函数关系式；（4分）

② 判断 S 的值能否等于 1？若能，求此时 m 的值，若不能，请说明理由. （6分）

