

2015 年江苏省苏州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将选择题的答案用 2B 铅笔涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2015•苏州) 2 的相反数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2015•苏州) 有一组数据: 3, 5, 5, 6, 7, 这组数据的众数为 ()

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 7

3. (3 分) (2015•苏州) 月球的半径约为 1738000m, 1738000 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 1.738×10^6 B. 1.738×10^7 C. 0.1738×10^7 D. 17.38×10^5

4. (3 分) (2015•苏州) 若 $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-2)$, 则有 ()

- A. $0 < m < 1$ B. $-1 < m < 0$ C. $-2 < m < -1$ D. $-3 < m < -2$

5. (3 分) (2015•苏州) 小明统计了他家今年 5 月份打电话的次数及通话时间, 并列出了频数分布表:

通话时间 x/min	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$
频数 (通话次数)	20	16	9	5

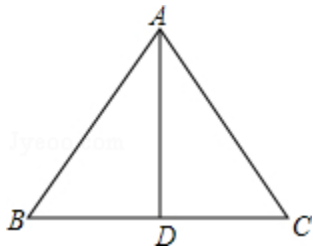
则通话时间不超过 15min 的频率为 ()

- A. 0.1 B. 0.4 C. 0.5 D. 0.9

6. (3 分) (2015•苏州) 若点 A (a, b) 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 则代数式 $ab - 4$ 的值为 ()

- A. 0 B. -2 C. 2 D. -6

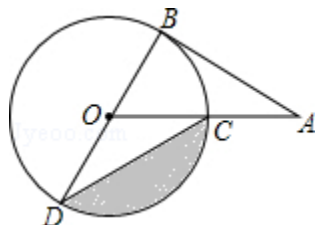
7. (3 分) (2015•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 中点, $\angle BAD = 35^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 60°

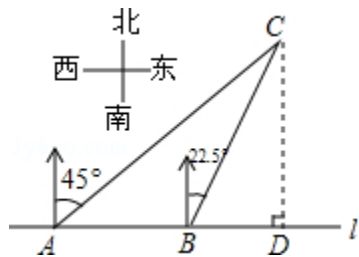
8. (3分) (2015•苏州) 若二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象的对称轴是经过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线, 则关于 x 的方程 $x^2+bx=5$ 的解为 ()
 A. $x_1=0, x_2=4$ B. $x_1=1, x_2=5$ C. $x_1=1, x_2=-5$ D. $x_1=-1, x_2=5$

9. (3分) (2015•苏州) 如图, AB 为 $\odot O$ 的切线, 切点为 B , 连接 AO , AO 与 $\odot O$ 交于点 C , BD 为 $\odot O$ 的直径, 连接 CD . 若 $\angle A=30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 2, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C. $\pi - \sqrt{3}$ D. $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$

10. (3分) (2015•苏州) 如图, 在一笔直的海岸线 l 上有 A 、 B 两个观测站, $AB=2\text{km}$ 、从 A 测得船 C 在北偏东 45° 的方向, 从 B 测得船 C 在北偏东 22.5° 的方向, 则船 C 离海岸线 l 的距离 (即 CD 的长) 为 ()

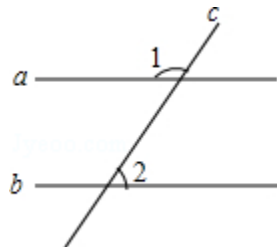


- A. 4km B. $(2+\sqrt{2})\text{km}$ C. $2\sqrt{2}\text{km}$ D. $(4 - \sqrt{2})\text{km}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分, 把答案直接填在答题卡相应位置上)

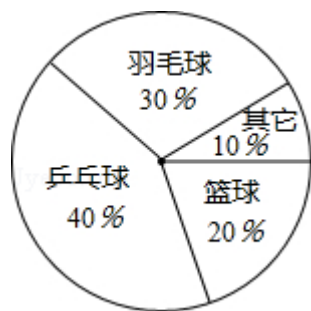
11. (3分) (2015•苏州) 计算: $a \cdot a^2 =$ _____.

12. (3分) (2015•苏州) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1=125^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____.



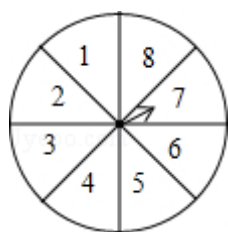
13. (3分) (2015•苏州) 某学校“你最喜爱的球类运动”调查中, 随机调查了若干名学生 (每个学生分别选了一项球类运动), 并根据调查结果绘制了如图所示的扇形统计图. 已知其中

最喜欢羽毛球的人数比最喜欢乒乓球的人数少 6 人，则该校被调查的学生总人数为_____名.



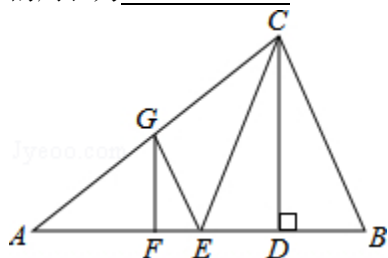
14. (3分) (2015•新疆) 分解因式: $a^2 - 4b^2 =$ _____.

15. (3分) (2015•苏州) 如图, 转盘中 8 个扇形的面积都相等, 任意转动转盘 1 次, 当转盘停止转动时, 指针指向大于 6 的数的概率为_____.

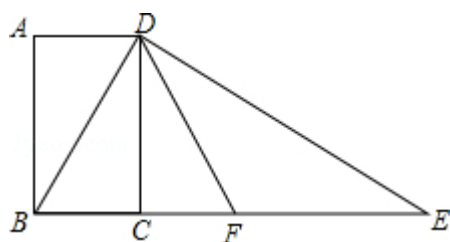


16. (3分) (2015•苏州) 若 $a - 2b = 3$, 则 $9 - 2a + 4b$ 的值为_____.

17. (3分) (2015•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是高, CE 是中线, $CE = CB$, 点 A 、 D 关于点 F 对称, 过点 F 作 $FG \parallel CD$, 交 AC 边于点 G , 连接 GE . 若 $AC = 18$, $BC = 12$, 则 $\triangle CEG$ 的周长为_____.



18. (3分) (2015•苏州) 如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, 过点 D 作对角线 BD 的垂线, 交 BC 的延长线于点 E , 取 BE 的中点 F , 连接 DF , $DF = 4$. 设 $AB = x$, $AD = y$, 则 $x^2 + (y - 4)^2$ 的值为_____.



三、解答题（本大题共 10 小题，满分 76 分按解答过程写在答题卡相应位置上，解答时应写出必要的计算过程，推演步骤或文字说明，作图时用 2B 铅笔会黑色墨水签字笔）

19. (5 分) (2015•苏州) 计算： $\sqrt{9+1} - 5| - (2 - \sqrt{3})^0$.

20. (5 分) (2015•苏州) 解不等式组：
$$\begin{cases} x+1 \geq 2 \\ 3(x-1) > x+5 \end{cases}$$

21. (6 分) (2015•苏州) 先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{x+2}) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

22. (6 分) (2015•苏州) 甲、乙两位同学同时为校文化艺术节制作彩旗. 已知甲每小时比乙多做 5 面彩旗，甲做 60 面彩旗与乙做 50 面彩旗所用时间相等，问：甲、乙每小时各做多少面彩旗？

23. (8 分) (2015•苏州) 一个不透明的口袋中装有 2 个红球（记为红球 1、红球 2），1 个白球、1 个黑球，这些球除颜色外都相同，将球搅匀.

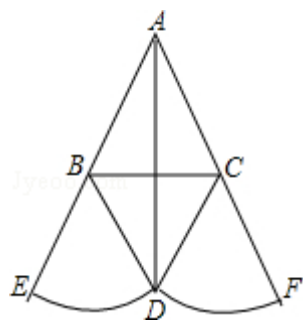
(1) 从中任意摸出 1 个球，恰好摸到红球的概率是_____

(2) 先从中任意摸出一个球，再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球，请用列举法（画树状图或列表），求两次都摸到红球的概率.

24. (8 分) (2015•苏州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，分别以 B、C 为圆心，BC 长为半径在 BC 下方画弧. 设两弧交于点 D，与 AB、AC 的延长线分别交于点 E、F，连接 AD、BD、CD

(1) 求证：AD 平分 $\angle BAC$ ；

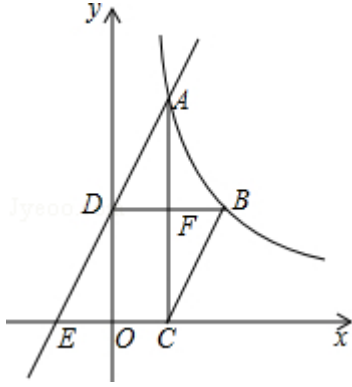
(2) 若 $BC=6$ ， $\angle BAC=50^\circ$ ，求弧 DE、弧 DF 的长度之和（结果保留 π ）.



25. (8 分) (2015•苏州) 如图，已知函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A、B，点 B 的坐标为 (2, 2). 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴，垂足为 C，过点 B 作 $BD \perp y$ 轴，垂足为 D，AC 与 BD 交于点 F. 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过点 A、D，与 x 轴的负半轴交于点 E

(1) 若 $AC = \frac{3}{2}OD$ ，求 a、b 的值；

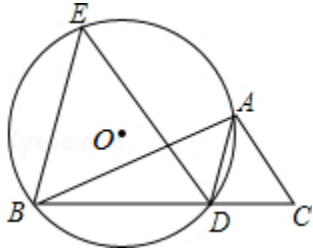
(2) 若 $BC \parallel AE$ ，求 BC 的长.



26. (10分)(2015•苏州)如图,已知AD是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\odot O$ 经过A、B、D三点.过点B作 $BE \parallel AD$,交 $\odot O$ 于点E,连接ED

(1) 求证: $ED \parallel AC$;

(2) 若 $BD=2CD$, 设 $\triangle EBD$ 的面积为 S_1 , $\triangle ADC$ 的面积为 S_2 , 且 $S_1^2 - 16S_2 + 4 = 0$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

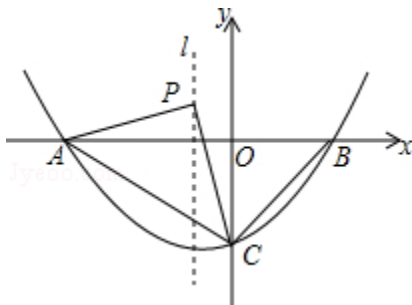


27. (10分)(2015•苏州)如图,已知二次函数 $y=x^2+(1-m)x-m$ (其中 $0 < m < 1$) 的图象与x轴交于A、B两点(点A在点B的左侧),与y轴交于点C,对称轴为直线l. 设P为对称轴l上的点,连接PA、PC, $PA=PC$

(1) $\angle ABC$ 的度数为_____;

(2) 求P点坐标(用含m的代数式表示);

(3) 在坐标轴上是否存在点Q(与原点O不重合),使得以Q、B、C为顶点的三角形与 $\triangle PAC$ 相似,且线段PQ的长度最小? 如果存在,求出所有满足条件的点Q的坐标; 如果不存在,请说明理由.



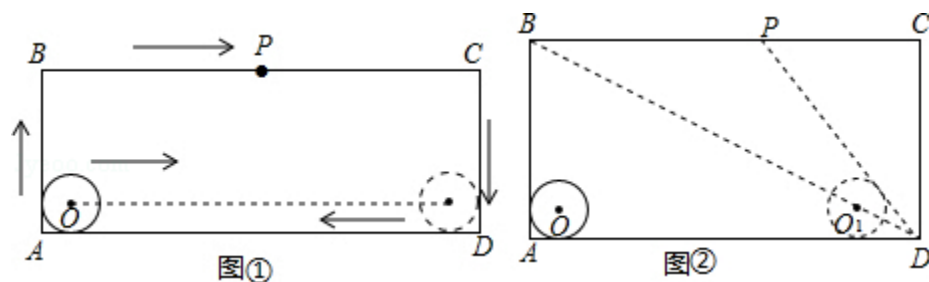
28. (10分)(2015•苏州)如图,在矩形ABCD中, $AD=acm$, $AB=bcm$ ($a > b > 4$), 半径为 $2cm$ 的 $\odot O$ 在矩形内且与AB、AD均相切, 现有动点P从A点出发, 在矩形边上沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向匀速移动, 当点P到达D点时停止移动. $\odot O$ 在矩形内部沿AD向右匀速平移, 移动到与CD相切时立即沿原路按原速返回, 当 $\odot O$ 回到出发时的位置(即再次与

AB 相切) 时停止移动, 已知点 P 与 $\odot O$ 同时开始移动, 同时停止移动 (即同时到达各自的终止位置).

(1) 如图①, 点 P 从 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$, 全程共移动了 _____ cm (用含 a、b 的代数式表示);

(2) 如图①, 已知点 P 从 A 点出发, 移动 2s 到达 B 点, 继续移动 3s, 到达 BC 的中点, 若点 P 与 $\odot O$ 的移动速度相等, 求在这 5s 时间内圆心 O 移动的距离;

(3) 如图②, 已知 $a=20$, $b=10$, 是否存在如下情形: 当 $\odot O$ 到达 $\odot O_1$ 的位置时 (此时圆心 O_1 在矩形对角线 BD 上), DP 与 $\odot O_1$ 恰好相切? 请说明理由.



2015 年江苏省苏州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将选择题的答案用 2B 铅笔涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2015•苏州) 2 的相反数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的含义，可得求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，据此解答即可.

【解答】解：根据相反数的含义，可得

2 的相反数是：-2.

故选：C.

【点评】此题主要考查了相反数的含义以及求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：相反数是成对出现的，不能单独存在；求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”.

2. (3 分) (2015•苏州) 有一组数据：3，5，5，6，7，这组数据的众数为 ()

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 7

【考点】众数.

【分析】根据众数的概念求解.

【解答】解：这组数据中 5 出现的次数最多，

故众数为 5.

故选：B.

【点评】本题考查了众数的概念：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

3. (3 分) (2015•苏州) 月球的半径约为 1738000m，1738000 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 1.738×10^6 B. 1.738×10^7 C. 0.1738×10^7 D. 17.38×10^5

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

【解答】解：将 1738000 用科学记数法表示为： 1.738×10^6 .

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2015•苏州) 若 $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-2)$ ，则有 ()

- A. $0 < m < 1$ B. $-1 < m < 0$ C. $-2 < m < -1$ D. $-3 < m < -2$

【考点】估算无理数的大小.

【分析】先把 m 化简, 再估算 $\sqrt{2}$ 大小, 即可解答.

【解答】解: $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-2) = -\sqrt{2}$,

$$\therefore 1 < \sqrt{2} < 2,$$

$$\therefore -2 < -\sqrt{2} < -1,$$

故选: C.

【点评】本题考查了公式无理数的大小, 解决本题的关键是估算 $\sqrt{2}$ 的大小.

5. (3分) (2015•苏州) 小明统计了他家今年5月份打电话的次数及通话时间, 并列出了频数分布表:

通话时间 x/min	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$
频数 (通话次数)	20	16	9	5

则通话时间不超过 15min 的频率为 ()

A. 0.1 B. 0.4 C. 0.5 D. 0.9

【考点】频数 (率) 分布表.

【分析】用不超过 15 分钟的通话时间除以所有的通话时间即可求得通话时间不超过 15 分钟的频率.

【解答】解: \because 不超过 15 分钟的通话次数为 $20+16+9=45$ 次, 通话总次数为 $20+16+9+5=50$ 次,

\therefore 通话时间不超过 15min 的频率为 $\frac{45}{50}=0.9$,

故选 D.

【点评】本题考查了频数分布表的知识, 解题的关键是了解频率=频数 \div 样本容量, 难度不大.

6. (3分) (2015•苏州) 若点 A (a, b) 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 则代数式 $ab - 4$ 的值为 ()

A. 0 B. -2 C. 2 D. -6

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】先把点 (a, b) 代入反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 求出 ab 的值, 再代入代数式进行计算即可.

【解答】解: \because 点 (a, b) 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上,

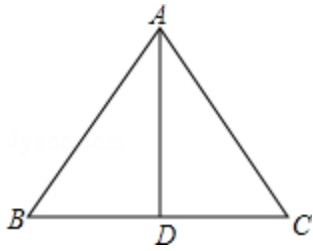
$$\therefore b = \frac{2}{a}, \text{ 即 } ab = 2,$$

$$\therefore \text{原式} = 2 - 4 = -2.$$

故选 B.

【点评】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 即反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式.

7. (3分) (2015•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 中点, $\angle BAD=35^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()



A. 35° B. 45° C. 55° D. 60°

【考点】等腰三角形的性质.

【分析】由等腰三角形的三线合一性质可知 $\angle BAC=70^\circ$ ，再由三角形内角和定理和等腰三角形两底角相等的性质即可得出结论.

【解答】解： $AB=AC$ ， D 为 BC 中点，

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线， $\angle B=\angle C$ ，

$\therefore \angle BAD=35^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=2\angle BAD=70^\circ$ ，

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$.

故选 C.

【点评】本题考查的是等腰三角形的性质，熟知等腰三角形三线合一的性质是解答此题的关键.

8. (3分) (2015•苏州) 若二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象的对称轴是经过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线，则关于 x 的方程 $x^2+bx=5$ 的解为 ()

A. $x_1=0, x_2=4$ B. $x_1=1, x_2=5$ C. $x_1=1, x_2=-5$ D. $x_1=-1, x_2=5$

【考点】抛物线与 x 轴的交点.

【分析】根据对称轴方程 $-\frac{b}{2}=2$ ，得 $b=-4$ ，解 $x^2-4x=5$ 即可.

【解答】解： \because 对称轴是经过点 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的直线，

$\therefore -\frac{b}{2}=2$ ，

解得： $b=-4$ ，

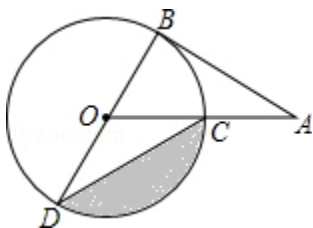
解方程 $x^2-4x=5$ ，

解得 $x_1=-1, x_2=5$ ，

故选： D.

【点评】本题主要考查二次函数的对称轴和二次函数与一元二次方程的关系，难度不大.

9. (3分) (2015•苏州) 如图， AB 为 $\odot O$ 的切线，切点为 B ，连接 AO ， AO 与 $\odot O$ 交于点 C ， BD 为 $\odot O$ 的直径，连接 CD . 若 $\angle A=30^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 2，则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C. $\pi - \sqrt{3}$ D. $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$

【考点】扇形面积的计算；切线的性质.

【分析】过 O 点作 $OE \perp CD$ 于 E, 首先根据切线的性质和直角三角形的性质可得 $\angle AOB = 60^\circ$, 再根据平角的定义和三角形外角的性质可得 $\angle COD = 120^\circ$, $\angle OCD = \angle ODC = 30^\circ$, 根据含 30° 的直角三角形的性质可得 OE, CD 的长, 再根据阴影部分的面积 = 扇形 OCD 的面积 - 三角形 OCD 的面积, 列式计算即可求解.

【解答】解: 过 O 点作 $OE \perp CD$ 于 E,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle ABO = 90^\circ$,

$\because \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \angle COD = 120^\circ$, $\angle OCD = \angle ODC = 30^\circ$,

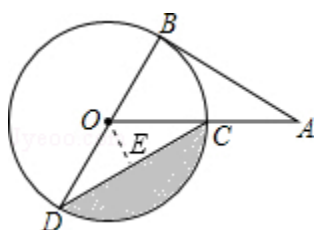
$\because \odot O$ 的半径为 2,

$\therefore OE = 1$, $CE = DE = \sqrt{3}$,

$\therefore CD = 2\sqrt{3}$,

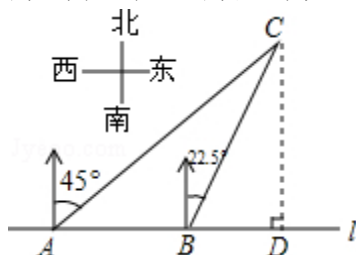
\therefore 图中阴影部分的面积为: $\frac{120 \times \pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$.

故选: A.



【点评】考查了扇形面积的计算, 切线的性质, 本题关键是理解阴影部分的面积 = 扇形 OCD 的面积 - 三角形 OCD 的面积.

10. (3分) (2015•苏州) 如图, 在一笔直的海岸线 l 上有 A、B 两个观测站, $AB = 2\text{km}$ 、从 A 测得船 C 在北偏东 45° 的方向, 从 B 测得船 C 在北偏东 22.5° 的方向, 则船 C 离海岸线 l 的距离 (即 CD 的长) 为 ()



- A. 4km B. $(2 + \sqrt{2})\text{km}$ C. $2\sqrt{2}\text{km}$ D. $(4 - \sqrt{2})\text{km}$

【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【专题】压轴题.

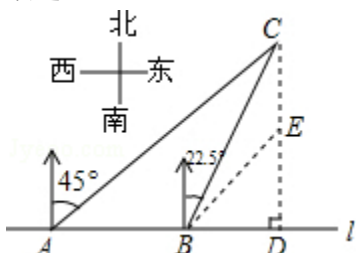
【分析】根据题意在 CD 上取一点 E, 使 $BD = DE$, 进而得出 $EC = BE = 2$, 再利用勾股定理得出 DE 的长, 即可得出答案.

【解答】解: 在 CD 上取一点 E, 使 $BD = DE$,

可得: $\angle EBD = 45^\circ$, $AD = DC$,

∵从 B 测得船 C 在北偏东 22.5° 的方向，
 ∴ $\angle BCE = \angle CBE = 22.5^\circ$ ，
 ∴ $BE = EC$ ，
 ∵ $AB = 2$ ，
 ∴ $EC = BE = 2$ ，
 ∴ $BD = ED = \sqrt{2}$ ，
 ∴ $DC = 2 + \sqrt{2}$ 。

故选：B。



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，得出 $BE = EC = 2$ 是解题关键。

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，把答案直接填在答题卡相应位置上）

11. (3 分) (2015•苏州) 计算： $a \cdot a^2 = \underline{a^3}$ 。

【考点】同底数幂的乘法。

【专题】计算题。

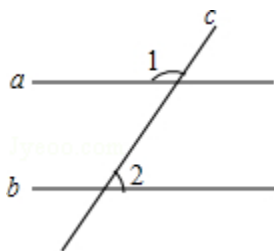
【分析】根据同底数幂的乘法法则，同底数幂相乘，底数不变，指数相加，即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 计算即可。

【解答】解： $a \cdot a^2 = a^{1+2} = a^3$ 。

故答案为： a^3 。

【点评】本题主要考查同底数幂的乘法的性质，熟练掌握性质是解题的关键。

12. (3 分) (2015•苏州) 如图，直线 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 125^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 $\underline{55^\circ}$ 。



【考点】平行线的性质。

【分析】先根据对顶角相等， $\angle 1 = 65^\circ$ ，求出 $\angle 3$ 的度数，再由两直线平行，同旁内角互补得出 $\angle 2$ 的度数。

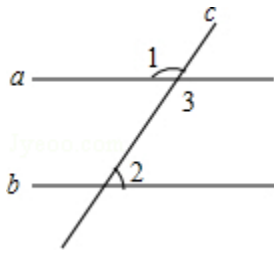
【解答】解：解：∵ $\angle 1 = 125^\circ$ ，

∴ $\angle 3 = \angle 1 = 125^\circ$ ，

∵ $a \parallel b$ ，

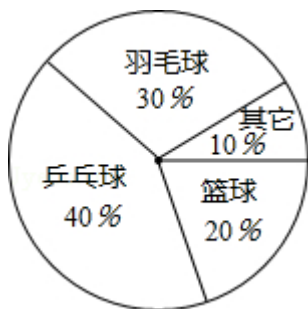
∴ $\angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ 。

故答案为： 55° 。



【点评】 本题考查了平行线的性质，对顶角的性质，熟记定理是解题的关键.

13. (3分) (2015•苏州) 某学校“你最喜爱的球类运动”调查中，随机调查了若干名学生(每个学生分别选了一项球类运动)，并根据调查结果绘制了如图所示的扇形统计图. 已知其中最喜爱羽毛球的人数比最喜爱乒乓球的人数少6人，则该校被调查的学生总人数为 60 名.



【考点】 扇形统计图.

【分析】 设被调查的总人数是 x 人，根据最喜爱羽毛球的人数比最喜爱乒乓球的人数少6人，即可列方程求解.

【解答】 解：设被调查的总人数是 x 人，则 $40\%x - 30\%x = 6$,

解得： $x = 60$.

故答案是：60.

【点评】 本题考查的是扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

14. (3分) (2015•新疆) 分解因式： $a^2 - 4b^2 = \underline{(a+2b)(a-2b)}$.

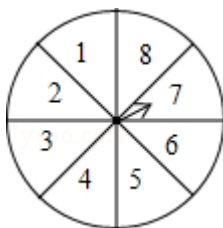
【考点】 因式分解-运用公式法.

【分析】 直接用平方差公式进行分解. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

【解答】 解： $a^2 - 4b^2 = (a+2b)(a-2b)$.

【点评】 本题考查运用平方差公式进行因式分解，熟记公式结构是解题的关键.

15. (3分) (2015•苏州) 如图，转盘中8个扇形的面积都相等，任意转动转盘1次，当转盘停止转动时，指针指向大于6的数的概率为 $\underline{\frac{1}{4}}$.



【考点】概率公式.

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解: \because 共 8 个数, 大于 6 的有 2 个,

$$\therefore P(\text{大于 } 6) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4},$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (3分) (2015•苏州) 若 $a - 2b = 3$, 则 $9 - 2a + 4b$ 的值为 3.

【考点】代数式求值.

【专题】计算题.

【分析】原式后两项提取 -2 变形后, 把已知等式代入计算即可求出值.

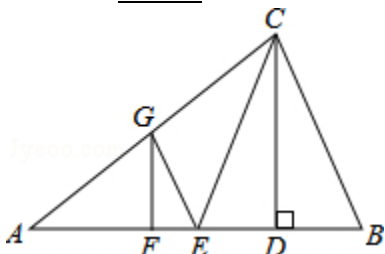
【解答】解: $\because a - 2b = 3$,

$$\therefore \text{原式} = 9 - 2(a - 2b) = 9 - 6 = 3,$$

故答案为: 3.

【点评】此题考查了代数式求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

17. (3分) (2015•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是高, CE 是中线, $CE = CB$, 点 A 、 D 关于点 F 对称, 过点 F 作 $FG \parallel CD$, 交 AC 边于点 G , 连接 GE . 若 $AC = 18$, $BC = 12$, 则 $\triangle CEG$ 的周长为 27.



【考点】三角形中位线定理; 等腰三角形的性质; 轴对称的性质.

【分析】先根据点 A 、 D 关于点 F 对称可知点 F 是 AD 的中点, 再由 $CD \perp AB$, $FG \parallel CD$ 可知 FG 是 $\triangle ACD$ 的中位线, 故可得出 CG 的长, 再根据点 E 是 AB 的中点可知 GE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 故可得出 GE 的长, 由此可得出结论.

【解答】解: \because 点 A 、 D 关于点 F 对称,

\therefore 点 F 是 AD 的中点.

$\because CD \perp AB$, $FG \parallel CD$,

$\therefore FG$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线, $AC = 18$, $BC = 12$,

$$\therefore CG = \frac{1}{2}AC = 9.$$

\because 点 E 是 AB 的中点,

$\therefore GE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\because CE = CB = 12$,

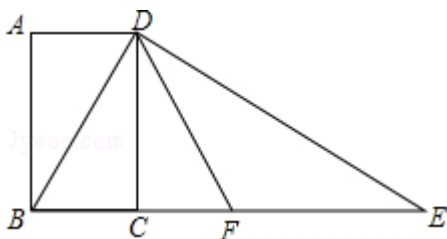
$$\therefore GE = \frac{1}{2}BC = 6,$$

$$\therefore \triangle CEG \text{ 的周长} = CG + GE + CE = 9 + 6 + 12 = 27.$$

故答案为：27.

【点评】 本题考查的是三角形中位线定理，熟知三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半是解答此题的关键.

18. (3分) (2015•苏州) 如图，四边形 ABCD 为矩形，过点 D 作对角线 BD 的垂线，交 BC 的延长线于点 E，取 BE 的中点 F，连接 DF，DF=4. 设 AB=x，AD=y，则 $x^2 + (y - 4)^2$ 的值为 16.



【考点】 勾股定理；直角三角形斜边上的中线；矩形的性质.

【专题】 压轴题.

【分析】 根据矩形的性质得到 $CD = AB = x$ ， $BC = AD = y$ ，然后利用直角 $\triangle BDE$ 的斜边上的中线等于斜边的一半得到： $BF = DF = EF = 4$ ，则在直角 $\triangle DCF$ 中，利用勾股定理求得 $x^2 + (y - 4)^2 = DF^2$.

【解答】 解：∵ 四边形 ABCD 是矩形， $AB = x$ ， $AD = y$ ，

$$\therefore CD = AB = x, BC = AD = y, \angle BCD = 90^\circ.$$

又∵ $BD \perp DE$ ，点 F 是 BE 的中点， $DF = 4$ ，

$$\therefore BF = DF = EF = 4.$$

$$\therefore CF = 4 - BC = 4 - y.$$

$$\therefore \text{在直角} \triangle DCF \text{ 中, } DC^2 + CF^2 = DF^2, \text{ 即 } x^2 + (4 - y)^2 = 4^2 = 16,$$

$$\therefore x^2 + (y - 4)^2 = x^2 + (4 - y)^2 = 16.$$

故答案是：16.

【点评】 本题考查了勾股定理，直角三角形斜边上的中线以及矩形的性质. 根据“直角 $\triangle BDE$ 的斜边上的中线等于斜边的一半”求得 BF 的长度是解题的突破口.

三、解答题 (本大题共 10 小题，满分 76 分按解答过程写在答题卡相应位置上，解答时应写出必要的计算过程，推演步骤或文字说明，作图时用 2B 铅笔会黑色墨水签字笔)

19. (5分) (2015•苏州) 计算： $\sqrt{9+|-5|} - (2 - \sqrt{3})^0$.

【考点】 实数的运算；零指数幂.

【专题】 计算题.

【分析】 原式第一项利用算术平方根定义计算，第二项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】 解：原式 $= 3 + 5 - 1 = 7$.

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (5分) (2015•苏州) 解不等式组：
$$\begin{cases} x+1 \geq 2 \\ 3(x-1) > x+5 \end{cases}$$

【考点】解一元一次不等式组.

【分析】先求出两个不等式的解集,再求其公共解.

【解答】解: $\begin{cases} x+1 \geq 2 \textcircled{1} \\ 3(x-1) > x+5 \textcircled{2} \end{cases}$,

由①得, $x \geq 1$,

由②得, $x > 4$,

所以,不等式组的解集为 $x > 4$.

【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法,其简便求法就是用口诀求解.求不等式组解集的口诀:同大取大,同小取小,大小小大中间找,大大小小找不到(无解).

21. (6分) (2015•苏州)先化简,再求值: $(1 - \frac{1}{x+2}) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

【考点】分式的化简求值.

【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简,再把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】解: 原式 = $\frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x+1)^2}$

$$= \frac{1}{x+1},$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} - 1 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值,熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

22. (6分) (2015•苏州)甲、乙两位同学同时为校文化艺术节制作彩旗.已知甲每小时比乙多做5面彩旗,甲做60面彩旗与乙做50面彩旗所用时间相等,问:甲、乙每小时各做多少面彩旗?

【考点】分式方程的应用.

【分析】可设乙每小时做 x 面彩旗,则甲每小时做 $(x+5)$ 面彩旗,根据等量关系:甲做60面彩旗所用的时间=乙做50面彩旗所用的时间.由此可得出方程求解.

【解答】解: 设乙每小时做 x 面彩旗,则甲每小时做 $(x+5)$ 面彩旗,依题意有

$$\frac{60}{x+5} = \frac{50}{x},$$

解得: $x = 25$.

经检验: $x = 25$ 是原方程的解.

$$x+5 = 25+5 = 30.$$

故甲每小时做30面彩旗,乙每小时做25面彩旗.

【点评】考查了分式方程的应用,列方程解应用题的关键是正确确定题目中的相等关系,根据相等关系确定所设的未知数,列方程.

23. (8分) (2015•苏州)一个不透明的口袋中装有2个红球(记为红球1、红球2),1个白球、1个黑球,这些球除颜色外都相同,将球搅匀.

(1) 从中任意摸出1个球,恰好摸到红球的概率是 $\frac{1}{2}$.

(2) 先从中任意摸出一个球，再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球，请用列举法（画树状图或列表），求两次都摸到红球的概率.

【考点】列表法与树状图法；概率公式.

【专题】计算题.

【分析】(1) 根据 4 个小球中红球的个数，即可确定出从中任意摸出 1 个球，恰好摸到红球的概率；

(2) 列表得出所有等可能的情况数，找出两次都摸到红球的情况数，即可求出所求的概率.

【解答】解：(1) 4 个小球中有 2 个红球，

则任意摸出 1 个球，恰好摸到红球的概率是 $\frac{1}{2}$ ；

故答案为： $\frac{1}{2}$ ；

(2) 列表如下：

	红	红	白	黑
红	- - -	(红, 红)	(白, 红)	(黑, 红)
红	(红, 红)	- - -	(白, 红)	(黑, 红)
白	(红, 白)	(红, 白)	- - -	(黑, 白)
黑	(红, 黑)	(红, 黑)	(白, 黑)	- - -

所有等可能的情况有 12 种，其中两次都摸到红球有 2 种可能，

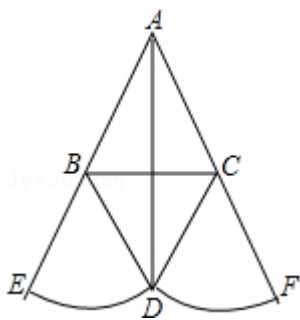
则 $P(\text{两次摸到红球}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】此题考查了列表法与树状图法，以及概率公式，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

24. (8 分) (2015•苏州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，分别以 B、C 为圆心，BC 长为半径在 BC 下方画弧. 设两弧交于点 D，与 AB、AC 的延长线分别交于点 E、F，连接 AD、BD、CD

(1) 求证：AD 平分 $\angle BAC$ ；

(2) 若 $BC=6$ ， $\angle BAC=50^\circ$ ，求弧 DE、弧 DF 的长度之和 (结果保留 π).



【考点】全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质；弧长的计算.

【专题】证明题.

【分析】(1) 根据题意得出 $BD=CD=BC$ ，由 SSS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，得出 $\angle BAD = \angle CAD$ 即可；

(2) 由等腰三角形的性质得出 $\angle ABC = \angle ACB = 65^\circ$ ，由等边三角形的性质得出 $\angle DBC = \angle DCB = 60^\circ$ ，再由平角的定义求出 $\angle DBE = \angle DCF = 55^\circ$ ，然后根据弧长公式求出 \widehat{DE} 、 \widehat{DF} 的长度，即可得出结果。

【解答】(1) 证明：根据题意得： $BD = CD = BC$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ BD=CD, \\ AD=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS).

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$,

即 AD 平分 $\angle BAC$;

(2) 解： $\because AB = AC$, $\angle BAC = 50^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 65^\circ$,

$\because BD = CD = BC$,

$\therefore \triangle BDC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DBE = \angle DCF = 55^\circ$,

$\because BC = 6$, $\therefore BD = CD = 6$,

$\therefore \widehat{DE}$ 的长度 = \widehat{DF} 的长度 = $\frac{55 \times \pi \times 6}{180} = \frac{11\pi}{6}$;

$\therefore \widehat{DE}$ 、 \widehat{DF} 的长度之和为 $\frac{11\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{11\pi}{3}$.

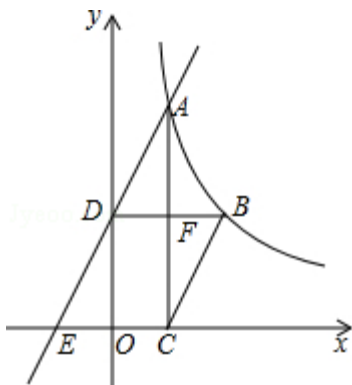
【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、弧长的计算；熟练掌握全等三角形和等边三角形的判定与性质，并能进行推理计算是解决问题的关键。

25. (8分) (2015•苏州) 如图，已知函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 A、B，点 B 的坐标

为 (2, 2). 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴，垂足为 C，过点 B 作 $BD \perp y$ 轴，垂足为 D，AC 与 BD 交于点 F. 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过点 A、D，与 x 轴的负半轴交于点 E

(1) 若 $AC = \frac{3}{2}OD$ ，求 a、b 的值；

(2) 若 $BC \parallel AE$ ，求 BC 的长.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】(1) 首先利用反比例函数图象上点的坐标性质得出 k 的值, 再得出 A、D 点坐标, 进而求出 a , b 的值;

(2) 设 A 点的坐标为: $(m, \frac{4}{\pi})$, 则 C 点的坐标为: $(m, 0)$, 得出 $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{\frac{4}{\pi} - 2}{m}$,

$\tan \angle AEC = \frac{AC}{EC} = \frac{\pi}{2}$, 进而求出 m 的值, 即可得出答案.

【解答】解: (1) \because 点 B $(2, 2)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

$\therefore k = 4$, 则 $y = \frac{4}{x}$,

$\because BD \perp y$ 轴, $\therefore D$ 点的坐标为: $(0, 2)$, $OD = 2$,

$\because AC \perp x$ 轴, $AC = \frac{3}{2}OD$, $\therefore AC = 3$, 即 A 点的纵坐标为: 3,

\because 点 A 在 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, $\therefore A$ 点的坐标为: $(\frac{4}{3}, 3)$,

\because 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过点 A、D,

$$\therefore \begin{cases} \frac{4}{3}a + b = 3, \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{3}{4}; \\ b = 2 \end{cases}$$

(2) 设 A 点的坐标为: $(m, \frac{4}{\pi})$, 则 C 点的坐标为: $(m, 0)$,

$\because BD \parallel CE$, 且 $BC \parallel DE$,

\therefore 四边形 BCED 为平行四边形,

$\therefore CE = BD = 2$,

$\because BD \parallel CE$, $\therefore \angle ADF = \angle AEC$,

\therefore 在 $Rt\triangle AFD$ 中, $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{\frac{4}{\pi} - 2}{m}$,

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\tan \angle AEC = \frac{AC}{EC} = \frac{\pi}{2}$,

$$\therefore \frac{\frac{4}{\pi} - 2}{m} = \frac{\pi}{2}$$

解得: $m = 1$,

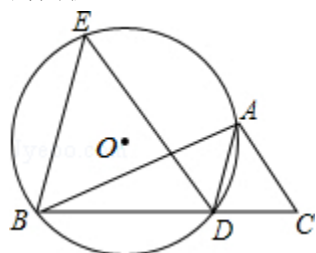
$\therefore C$ 点的坐标为: $(1, 0)$, 则 $BC = \sqrt{5}$.

【点评】此题主要考查了反比例函数与一次函数的交点以及锐角三角函数关系等知识，得出 A、D 点坐标是解题关键。

26. (10 分) (2015•苏州) 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $\odot O$ 经过 A、B、D 三点. 过点 B 作 $BE \parallel AD$ ，交 $\odot O$ 于点 E，连接 ED

(1) 求证：ED \parallel AC；

(2) 若 $BD=2CD$ ，设 $\triangle EBD$ 的面积为 S_1 ， $\triangle ADC$ 的面积为 S_2 ，且 $S_1^2 - 16S_2 + 4 = 0$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.



【考点】相似三角形的判定与性质；解一元二次方程-配方法；圆周角定理.

【分析】(1) 由 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，得到 $\angle BAD = \angle DAC$ ，由于 $\angle E = \angle BAD$ ，等量代换得到 $\angle E = \angle DAC$ ，根据平行线的性质和判定即可得到结果；

(2) 由 $BE \parallel AD$ ，得到 $\angle EBD = \angle ADC$ ，由于 $\angle E = \angle DAC$ ，得到 $\triangle EBD \sim \triangle ADC$ ，根据相似三角形的性质相似三角形面积的比等于相似比的平方即可得到结果.

【解答】(1) 证明： \because AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC,$$

$$\because \angle E = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle E = \angle DAC,$$

$$\because BE \parallel AD,$$

$$\therefore \angle E = \angle EDA,$$

$$\therefore \angle EDA = \angle DAC,$$

$$\therefore ED \parallel AC;$$

(2) 解： $\because BE \parallel AD$ ，

$$\therefore \angle EBD = \angle ADC,$$

$$\because \angle E = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle ADC, \text{ 且相似比 } k = \frac{BD}{DC} = 2,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = k^2 = 4, \text{ 即 } s_1 = 4s_2,$$

$$\because s_1^2 - 16S_2 + 4 = 0,$$

$$\therefore 16S_2^2 - 16S_2 + 4 = 0,$$

$$\text{即 } (4S_2 - 2)^2 = 0,$$

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_2} = \frac{BC}{CD} = \frac{BD+CD}{CD} = \frac{3CD}{CD} = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}.$$

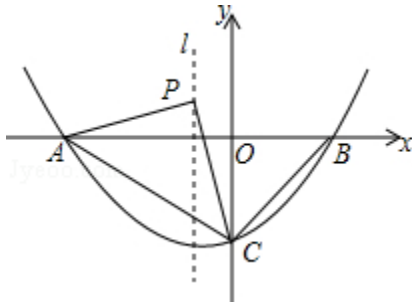
【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，角平分线的性质，平行线的性质，记住相似三角形面积的比等于相似比的平方是解题的关键。

27. (10分) (2015•苏州) 如图，已知二次函数 $y=x^2+(1-m)x-m$ (其中 $0<m<1$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 l 。设 P 为对称轴 l 上的点，连接 PA 、 PC ， $PA=PC$

(1) $\angle ABC$ 的度数为 45° ；

(2) 求 P 点坐标 (用含 m 的代数式表示)；

(3) 在坐标轴上是否存在点 Q (与原点 O 不重合)，使得以 Q 、 B 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle PAC$ 相似，且线段 PQ 的长度最小？如果存在，求出所有满足条件的点 Q 的坐标；如果不存在，请说明理由。



【考点】 二次函数综合题.

【专题】 压轴题.

【分析】 (1) 首先求出 B 点坐标，进而得出 $OB=OC=m$ ，再利用等腰直角三角形的性质求出即可；

(2) 作 $PD \perp y$ 轴，垂足为 D ，设 l 与 x 轴交于点 E ，利用勾股定理 $AE^2+PE^2=CD^2+PD^2$ ，得出 P 点坐标即可；

(3) 根据题意得出 $\triangle QBC$ 是等腰直角三角形，可得满足条件的点 Q 的坐标为： $(-m, 0)$ 或 $(0, m)$ ，进而分别分析求出符合题意的答案.

【解答】 解：(1) 令 $x=0$ ，则 $y=-m$ ， C 点坐标为： $(0, -m)$ ，

令 $y=0$ ，则 $x^2+(1-m)x-m=0$ ，

解得： $x_1=-1$ ， $x_2=m$ ，

$\because 0<m<1$ ，点 A 在点 B 的左侧，

$\therefore B$ 点坐标为： $(m, 0)$ ，

$\therefore OB=OC=m$ ，

$\therefore \angle BOC=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BOC$ 是等腰直角三角形， $\angle ABC=45^\circ$ ；

故答案为： 45° ；

(2) 如图 1，作 $PD \perp y$ 轴，垂足为 D ，设 l 与 x 轴交于点 E ，

由题意得，抛物线的对称轴为： $x = \frac{-1+m}{2}$ ，

设点 P 坐标为： $(\frac{-1+m}{2}, n)$ ，

$\because PA=PC$ ，

$\therefore PA^2=PC^2$ ，

即 $AE^2+PE^2=CD^2+PD^2$ ，

$\therefore (\frac{-1+m}{2}+1)^2+n^2 = (n+m)^2 + (\frac{1-\pi}{2})^2$ ，

解得： $n = \frac{1-\pi}{2}$ ，

$\therefore P$ 点的坐标为： $(\frac{-1+m}{2}, \frac{1-\pi}{2})$ ；

(3) 存在点 Q 满足题意，

$\because P$ 点的坐标为： $(\frac{-1+m}{2}, \frac{1-\pi}{2})$ ，

$\therefore PA^2+PC^2=AE^2+PE^2+CD^2+PD^2$ ，

$= (\frac{-1+m}{2}+1)^2 + (\frac{1-\pi}{2})^2 + (\frac{1-\pi}{2}+m)^2 + (\frac{1-\pi}{2})^2$

$= 1+m^2$ ，

$\therefore AC^2=1+m^2$ ，

$\therefore PA^2+PC^2=AC^2$ ，

$\therefore \angle APC=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle PAC$ 是等腰直角三角形，

\therefore 以 Q、B、C 为顶点的三角形与 $\triangle PAC$ 相似，

$\therefore \triangle QBC$ 是等腰直角三角形，

\therefore 由题意可得满足条件的点 Q 的坐标为： $(-m, 0)$ 或 $(0, m)$ ，

① 如图 1，当 Q 点坐标为： $(-m, 0)$ 时，

若 PQ 与 x 轴垂直，则 $\frac{-1+m}{2} = -m$ ，

解得： $m = \frac{1}{3}$ ， $PQ = \frac{1}{3}$ ，

若 PQ 与 x 轴不垂直，

则 $PQ^2 = PE^2 + EQ^2$

$= (\frac{1-\pi}{2})^2 + (\frac{-1+m}{2}+m)^2$

$= \frac{5}{2}m^2 - 2m + \frac{1}{2}$

$= \frac{5}{2}(m - \frac{2}{5})^2 + \frac{1}{10}$

$\because 0 < m < 1$ ，

\therefore 当 $m = \frac{2}{5}$ 时， PQ^2 取得最小值 $\frac{1}{10}$ ，PQ 取得最小值 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ，

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{10} < \frac{1}{3},$$

\therefore 当 $m = \frac{2}{5}$, 即 Q 点的坐标为: $(-\frac{2}{5}, 0)$ 时, PQ 的长度最小,

②如图 2, 当 Q 点的坐标为: $(0, m)$ 时,

若 PQ 与 y 轴垂直, 则 $\frac{1-\pi}{2} = m$,

$$\text{解得: } m = \frac{1}{3}, PQ = \frac{1}{3},$$

若 PQ 与 y 轴不垂直,

$$\text{则 } PQ^2 = PD^2 + DQ^2 = \left(\frac{1-\pi}{2}\right)^2 + \left(m - \frac{1-\pi}{2}\right)^2$$

$$= \frac{5}{2}m^2 - 2m + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\left(m - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{10},$$

$$\therefore 0 < m < 1,$$

\therefore 当 $m = \frac{2}{5}$ 时, PQ^2 取得最小值 $\frac{1}{10}$, PQ 取得最小值 $\frac{\sqrt{10}}{10}$,

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{10} < \frac{1}{3},$$

\therefore 当 $m = \frac{2}{5}$, 即 Q 点的坐标为: $(0, \frac{2}{5})$ 时, PQ 的长度最小,

综上所述: 当 Q 点坐标为: $(-\frac{2}{5}, 0)$ 或 $(0, \frac{2}{5})$ 时, PQ 的长度最小.

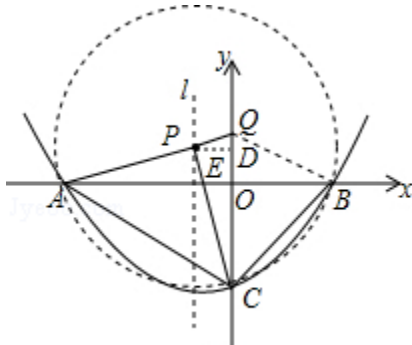


图2

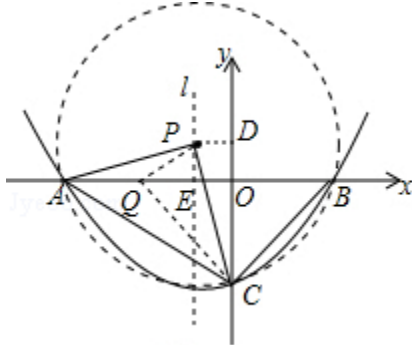


图1

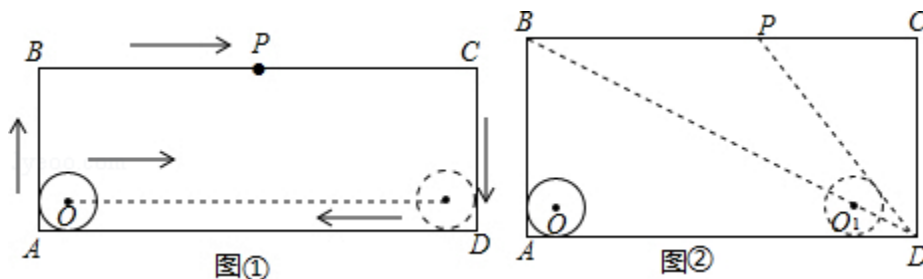
【点评】此题主要考查了二次函数综合以及勾股定理和二次函数最值求法等知识，利用分类讨论得出 Q 点坐标是解题关键.

28. (10 分) (2015•苏州) 如图，在矩形 ABCD 中， $AD=acm$ ， $AB=bcm$ ($a>b>4$)，半径为 $2cm$ 的 $\odot O$ 在矩形内且与 AB、AD 均相切，现有动点 P 从 A 点出发，在矩形边上沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向匀速移动，当点 P 到达 D 点时停止移动. $\odot O$ 在矩形内部沿 AD 向右匀速平移，移动到与 CD 相切时立即沿原路按原速返回，当 $\odot O$ 回到出发时的位置 (即再次与 AB 相切) 时停止移动，已知点 P 与 $\odot O$ 同时开始移动，同时停止移动 (即同时到达各自的终止位置).

(1) 如图①，点 P 从 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ ，全程共移动了 $a+2b$ cm (用含 a、b 的代数式表示)；

(2) 如图①，已知点 P 从 A 点出发，移动 $2s$ 到达 B 点，继续移动 $3s$ ，到达 BC 的中点，若点 P 与 $\odot O$ 的移动速度相等，求在这 $5s$ 时间内圆心 O 移动的距离；

(3) 如图②，已知 $a=20$ ， $b=10$ ，是否存在如下情形：当 $\odot O$ 到达 $\odot O_1$ 的位置时 (此时圆心 O_1 在矩形对角线 BD 上)，DP 与 $\odot O_1$ 恰好相切？请说明理由.



【考点】圆的综合题.

【专题】压轴题.

【分析】(1) 根据有理数的加法，可得答案；

(2) 根据圆 O 移动的距离与 P 点移动的距离相等，P 点移动的速度相等，可得方程组，根据解方程组，可得 a、b 的值，根据速度与时间的关系，可得答案；

(3) 根据相同时间内速度的比等于路程的比，可得 $\frac{v_1}{v_2}$ 的值，根据相似三角形的性质，可得

$\angle ADB = \angle BDP$ ，根据等腰三角形的判定，可得 BP 与 DP 的关系，根据勾股定理，可得 DP 的长，根据有理数的加法，可得 P 点移动的距离；根据相似三角形的性质，可得 EO_1 的长，

分类讨论：当 $\odot O$ 首次到达 $\odot O_1$ 的位置时，当 $\odot O$ 在返回途中到达 $\odot O_1$ 位置时，根据 $\frac{v_1}{v_2}$ 的

值，可得答案.

【解答】解：(1) 如图①，点 P 从 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ ，全程共移动了 $a+2bcm$ (用含 a、b 的代数式表示)；

(2) \because 圆心 O 移动的距离为 $2(a-4)cm$ ，

由题意，得

$$a+2b=2(a-4) \quad \text{①}$$

\because 点 P 移动 2 秒到达 B，即点 P 2s 移动了 bcm ，点 P 继续移动 3s 到达 BC 的中点，

即点 P 3 秒移动了 $\frac{1}{2}acm$.

$$\therefore \frac{b}{2} = \frac{1}{3} \cdot 2^a \quad (2)$$

$$\text{由 } (1)(2) \text{ 解得 } \begin{cases} a=24, \\ b=8, \end{cases}$$

\because 点 P 移动的速度为与 $\odot O$ 移动速度相同,

$$\therefore \odot O \text{ 移动的速度为 } \frac{b}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm/s}.$$

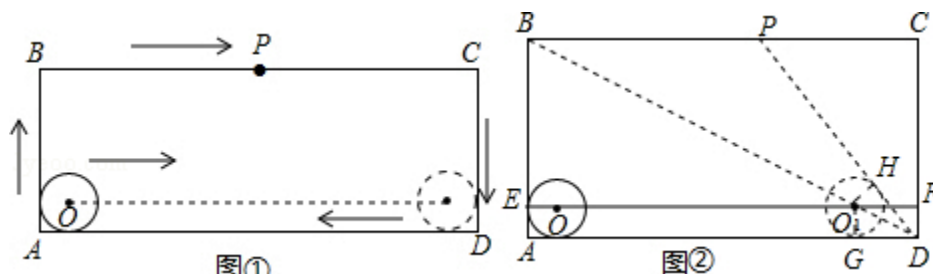
这 5 秒时间内 $\odot O$ 移动的距离为 $5 \times 4 = 20$ (cm);

(3) 存在这种情况,

设点 P 移动速度为 v_1 cm/s, $\odot O_2$ 移动的速度为 v_2 cm/s,

由题意, 得

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a+2b}{2(a-4)} = \frac{20+2 \times 10}{2(20-4)} = \frac{5}{4}$$



如图:

设直线 OO_1 与 AB 交于 E 点, 与 CD 交于 F 点, $\odot O_1$ 与 AD 相切于 G 点,

若 PD 与 $\odot O_1$ 相切, 切点为 H, 则 $O_1G = O_1H$.

易得 $\triangle DO_1G \cong \triangle DO_1H$,

$$\therefore \angle ADB = \angle BDP.$$

$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD$$

$$\therefore \angle BDP = \angle CBD,$$

$$\therefore BP = DP.$$

设 $BP = x$ cm, 则 $DP = x$ cm, $PC = (20 - x)$ cm,

在 $\text{Rt}\triangle PCD$ 中, 由勾股定理, 得

$$PC^2 + CD^2 = PD^2, \text{ 即 } (20 - x)^2 + 10^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{25}{2}$$

$$\text{此时点 P 移动的距离为 } 10 + \frac{25}{2} = \frac{45}{2} \text{ (cm)},$$

$$\because EF \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle BEO_1 \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{EO_1}{AD} = \frac{BE}{BA}, \text{ 即 } \frac{EO_1}{20} = \frac{8}{10},$$

$$EO_1 = 16 \text{ cm}, \quad OO_1 = 14 \text{ cm}.$$

① 当 $\odot O$ 首次到达 $\odot O_1$ 的位置时, $\odot O$ 移动的距离为 14 cm,

此时点 P 与 $\odot O$ 移动的速度比为 $\frac{\frac{45}{2} - \frac{45}{14}}{\frac{45}{28}}$,

$$\therefore \frac{45}{28} \cdot \frac{5}{4},$$

\therefore 此时 PD 与 $\odot O_1$ 不能相切;

② 当 $\odot O$ 在返回途中到达 $\odot O_1$ 位置时, $\odot O$ 移动的距离为 $2(20 - 4) - 14 = 18\text{cm}$,

此时点 P 与 $\odot O$ 移动的速度比为 $\frac{\frac{45}{2} - \frac{45}{36}}{\frac{45}{18} - \frac{5}{4}}$,

此时 PD 与 $\odot O_1$ 恰好相切.

【点评】 本题考查了圆的综合题, (1) 利用了有理数的加法, (2) 利用了 P 与 $\odot O$ 的路程相等, 速度相等得出方程组是解题关键, 再利用路程与时间的关系, 得出速度, 最后利用速度乘以时间得出结果; (3) 利用了相等时间内速度的比等于路程的比, 相似三角形的性质, 等腰三角形的判定, 勾股定理, 利用相等时间内速度的比等于路程的比是解题关键.

参与本试卷答题和审题的老师有：放飞梦想；sjzx；gbl210；sdwdmahongye；守拙；
1339885408@qq.com；HLing；lbz；王学峰；zhjh；lanhong；sks；ZJX；dbz1018；HJJ；
wdzymsy@126.com；2300680618（排名不分先后）

菁优网

2016年3月15日