

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛

初二 第1试

2006年3月19日 上午: 30至10: 00

学校_____班_____学号_____姓名_____辅导教师_____成绩_____

一、选择题（每小题4分，共40分）以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将表示正确答案的英文字母写在下面的表格内。

1. 实数 $m=2005^3-2005$ ，下列各数中不能整除 m 的是（ ）
 (A) 2006 (B) 2005 (C) 2004 (D) 2003
2. a, b, c, d 是互不相等的正整数，且 $abcd=441$ ，那么 $a+b+c+d$ 的值是（ ）
 (A) 30 (B) 32 (C) 34 (D) 36
3. 三角形三边的长都是正整数，其中最长边的长为10，这样的三角形有（ ）
 (A) 55种 (B) 45种 (C) 40种 (D) 30种
4. 已知 m, n 是实数，且满足 $m^2+2n^2+m-\frac{4}{3}n+\frac{17}{36}=0$ ，则 $-mn^2$ 的平方根是（ ）
 (A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (B) $\pm\frac{\sqrt{2}}{6}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\pm\frac{1}{6}$
5. 某校初一、初二级的学生人数相同，初三级的学生人数是初二年级学生人数的 $\frac{4}{5}$ 。已知初一年级的男生人数与初二级的女生人数相同，初三级男生人数占三个年级男生人数的 $\frac{1}{4}$ ，那么三个年级女生人数占三个年级学生人数的（ ）
 (A) $\frac{9}{19}$ (B) $\frac{10}{19}$ (C) $\frac{11}{21}$ (D) $\frac{10}{21}$
6. 如图1，点 E, F, G, H, M, N 分别在 $\triangle ABC$ 的 BC, AC, AB 边上，且 $NH \parallel MG \parallel BC$ ， $ME \parallel NF \parallel AC$ ， $GF \parallel EH \parallel AB$ 。有黑、白两只蚂蚁，它们同时同速从 F 点出发，黑蚁沿路线 $F \rightarrow N \rightarrow H \rightarrow E \rightarrow M \rightarrow G \rightarrow F$ 爬行，白蚁沿路线 $F \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow F$ 爬行，那么（ ）
 (A) 黑蚁先回到 F 点 (B) 白蚁先回到 F 点
 (C) 两只蚂蚁同时回到 F 点 (D) 哪只蚂蚁先回到 F 点视各点的位置而定
7. 一个凸多边形截去一个角后形成的多边形的内角和是 2520° ，则原多边形的边数是（ ）
 (A) 14 (B) 15 (C) 15或16 (D) 15或16或17
8. Let a be integral part of $\sqrt{2}$ and b be its decimal part. Let c be the integral part of π and d be the decimal part. if $ad-bc=m$, the ()
 (A) $-2 < m < -1$ (B) $-1 < m < 0$ (C) $0 < m < 1$ (D) $1 < m < 2$
 (英汉词典: integral part 整数部分; decimal part 小数部分)
9. 对 a, b ，定义运算“ $*$ ”如下: $a * b = \begin{cases} a^2b, & \text{当 } a \geq b \text{ 时,} \\ ab^2, & \text{当 } a < b \text{ 时.} \end{cases}$ 已知 $3 * m = 36$ ，则实数 m 等于（ ）
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $\pm 2\sqrt{3}$ (D) 4或 $\pm 2\sqrt{3}$
10. 将连续自然数 $1, 2, 3, \dots, n$ ($n \geq 3$) 的排列顺序打乱，重新排列成 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 。若 $(a_1-1)(a_2-2)(a_3-3)\dots(a_n-n)$ 恰为奇数，则（ ）
 (A) 一定是偶数 (B) 一定是奇数
 (C) 可能是奇数，也可能是偶数 (D) 一定是 2^m-1 (m 是奇数)

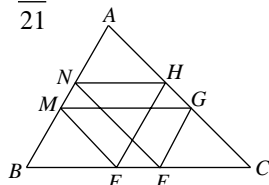


图 1

二、A 组填空题（每小题 4 分，共 40 分）

11. 已知 a, b 都是实数，且 $a = \frac{x+3}{4}$, $b = \frac{2x+1}{3}$, $b < \frac{7}{3} < 2a$, 那么实数 x 的取值范围是_____.

12. 计算 $\sqrt{2005 \times 2006 \times 2007 \times 2008 + 1} - 2006^2$ 的结果是_____.

13. 已知 $x = 2\sqrt{2} + 1$, 则分式 $\frac{x^2 - 2x - 9}{x^3 - 11x - 15}$ 的值等于_____.

14. 一个矩形各边的长都是正整数，而且它的面积的数量等于其周长的量数的 2 倍，这样的矩形有_____个.

15. Suppose that in Fig.2, the length of side of square $ABCD$ is 1, E and F are mid-points of CD and AD respectively, GE and CF intersect at a point P . Then the length of line segment CP is _____.

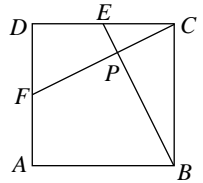


图 2

(英汉词典: figure (缩写 Fig.) 图; length 长度; square 正方形; mid-point 中点; intersect 相交; line segment 线段)

16. 要使代数式 $\frac{\sqrt{3-|x+1|}}{\sqrt{|x-1|}-2}$ 有意义，实数 x 的取值范围是_____.

17. 图 3 的梯形 $ABCD$ 中， F 是 CD 的中点， $AF \perp AB$, E 是 BC 边上的一点，且 $AE = BE$. 若 $AB = m$ (m 为常数)，则 EF 的长为_____.

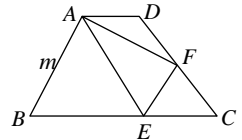


图 3

18. A, n 都是自然数，且 $A = n^2 + 15n + 26$ 是一个完全平方数，则 n 等于_____.

19. 一个长方体的长、宽、高均为整数，且体积恰好为 2006cm^3 ，现将它的表面积涂上红色后，再切割成边长为 1cm 的小正方体，如果三面为红色的小正方体有 178 个，那么恰好有两面为红色的小正方体有_____个.

20. 一条信息可以通过如图 4 所示的网络按箭头所指方向由上往下传送，例如到达点 C_2 的信息可经过 B_1 或 B_2 送达，共有两条途径传送，则信息由 A 点传送到 E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 的不同途径共有_____条.

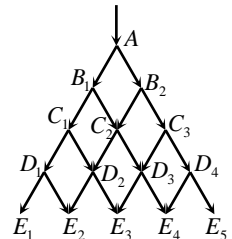


图 4

三、B 组填空题（每小题 8 分，共 40 分。每小题两个空，每空 4 分。）

21. 某学校有小学六个年级，每个年级 8 个班；初中三个年级，每个年级 8 个班；高中三个年级，每个年级 12 个班。现要从中抽取 27 个班做调查研究，使得各种类型的班级抽取的比例相同，那么小学每个年级抽取_____个班，初中每个年级抽取_____个班.

22. 矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$, $AB \neq BC$, 其面积为 S , 则沿其对称轴折叠后所得的新矩形的对角线长为_____或_____.

23. 已知 m, n, l 都是两位正整数，且它们不全相等，它们的最小公倍数是 385，则 $m+n+l$ 的最大值是_____，最小值是_____.

24. 某工程的施工费用不得超过 190 万元. 该工程若由甲公司承担，需用 20 天，每天付费 10 万元；若由乙公司承担，需用 30 天，每天付费 6 万元. 为缩短工期，决定由甲公司先工作 m 天，余下的工作由乙公司完成，那么 $m =$ _____，完工共需要_____天.

25. 将 2006 写成 n ($n \geq 3$) 个连续自然数的和，请你写出两个表达式：

(1) _____; (2) _____.

第十七届“希望杯”全国数学邀请赛

答案·评分标准

初二 第1试

1. 答案

(1) 选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	D	B	C	C	D	A	A	A

(2) A组填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	$\frac{5}{3} < x < 3$	2005	2	3	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$-4 \leq x < -1$	$\frac{m}{2}$	23	1824	16

(3) B组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	2; 2	$\frac{\sqrt{S^2+4}}{2}; \frac{\sqrt{S^2+64}}{4}$	209; 57	10; 25	不唯一

2. 评分标准

(1) 第1~10题: 答对得4分; 答错或不答, 得0分.

(2) 第11~20题: 答对得4分; 答错或不答, 得0分.

(2) 第21~25题: 答对得8分, 每个空4分; 答错或不答, 得0分.