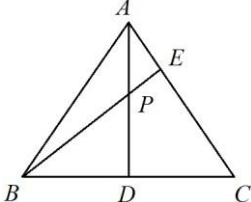


第二十一届华罗庚金杯少年数学邀请赛

决赛试题（初二组）

（时间：2016年3月12日10:00~11:30）

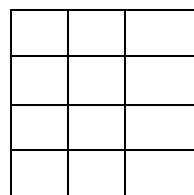
一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

1. 设 a, b 是不小于 3 的实数，则 $\sqrt{a-2} + |2 - \sqrt{b-2}|$ 的最小值是_____.
 2. 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，设 $S = [\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{99}] + [\sqrt{100}]$ ，那么 \sqrt{S} 等于_____.
 3. 如右图，在等腰三角形 ABC 中 $AB = AC$ ， AD 垂直 BC 于点 D ， BE 垂直 AC 于点 E ， AD 与 BE 交于点 P ， $BP = 3$ ， $PE = 1$ ，那么三角形 BDP 的面积是_____.
- 
4. 某停车场白天和夜间两个不同时段的停车费用的单价不同。张明 2 月份白天的停车时间比夜间要多 40%，3 月份白天的停车时间比夜间要少 40%。若 3 月份的总停车时间比 2 月份多 20%，但停车费用却少了 20%。那么该停车场白天时段与夜间时段停车费用的单价之比是_____.
 5. 将一个三位数的十位和百位上的数字交换后得到一个数，新数与原数之和再加上 60 后刚好是一个完全立方数。那么原数的三个数字之和的最大值是_____.
 6. 在方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{4}{x-4} + \frac{6}{x-6} + \frac{8}{x-8} = x^2 - 5x - 4$ 的实数解中，最大的是_____.
 7. 当 x, y 为整数时，多项式 $6x^2 - 2xy^2 - 4y - 8$ 的最小正值是_____.

学校_____ 姓名_____ 参赛证号_____

题
答
请
内
线
封
密

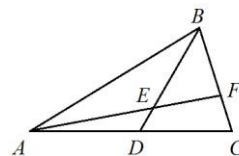
8. 右图是 4×3 的长方形网格, 由相同的小正方形构成. 将其中 8 个小正方形涂上灰色, 要求每行每列都有涂色的小正方形. 经旋转后, 两种涂色的网格相同视为相同的涂法, 那么有_____种不同类型的涂色方式.



二、解答下列各题 (每题 10 分, 共 40 分, 要求写出简要过程)

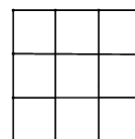
9. 化简 $\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{7-4\sqrt{3}}$.

10. 如右图, 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上取点 F , 使得线段 AF 交中线 BD 于点 E , 且 $AE = BC$. 证明: $BF = FE$.



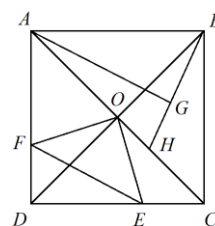
11. 已知整系数多项式 $x^3 + ax^2 + bx + c$, 当 $x = a$, $x = b$ 时, 它的值分别为 a^3 , b^3 , 并且 a, b, c 为互不相等的非零整数, 试求 $a + b + c$ 的值.

12. 如右图, 边长为 3 的正方形均分成 3×3 的方格, 每个方格的顶点叫做格点. 以格点为圆心, 半径为 1 画圆, 至少要画多少个圆才能盖住这个正方形?



三、解答下列各题 (每小题 15 分, 共 30 分, 要求写出详细过程)

13. 如右图, 在正方形 $ABCD$ 中, F 和 E 分别在边 AD 和边 DC 上移动, 且 $\angle FOE = 90^\circ$, $\angle CAG = \angle OBH = \frac{1}{3}\angle CAB$. 如果 $EF \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 求 $GH + \sqrt{2}OH$ 的最小值.



14. 已知 $S_0 = 5$, 对于任意的自然数 k , $S_{k+1} = \frac{k+3}{k+1}S_k - \frac{5}{k+1}$, 求 S_{100} .