

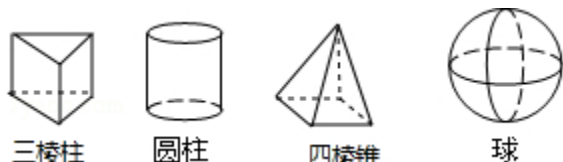
## 2015 年江苏省南通市中考数学解析版

一. 选择题（每小题 3 分，共 30 分，四个选项只有一个是符合题意的）

1. (3 分) (2015•南通) 如果水位升高 6m 时水位变化记作+6m，那么水位下降 6m 时水位变化记作 ( )

- A. - 3m                      B. 3m                      C. 6m                      D. - 6m

2. (3 分) (2015•南通) 下面四个几何体中，俯视图是圆的几何体共有 ( )

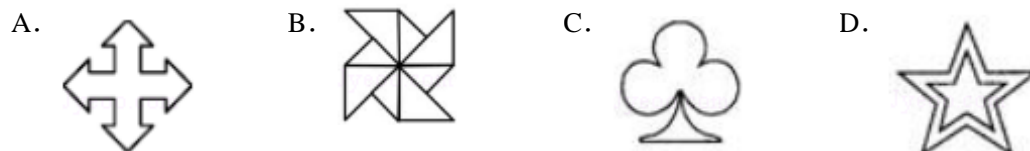


- 三棱柱              圆柱              四棱锥              球
- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

3. (3 分) (2015•南通) 据统计：2014 年南通市在籍人口总数约为 7700000 人，将 7700000 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $0.77 \times 10^7$               B.  $7.7 \times 10^7$               C.  $0.77 \times 10^6$               D.  $7.7 \times 10^6$

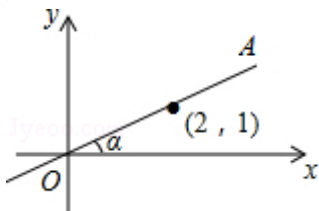
4. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



5. (3 分) (2015•南通) 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ( )

- A. 5, 6, 10                      B. 5, 6, 11                      C. 3, 4, 8                      D.  $4a, 4a, 8a$  ( $a > 0$ )

6. (3 分) (2015•南通) 如图，在平面直角坐标系中，直线 OA 过点 (2, 1)，则  $\tan \alpha$  的值是 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 2

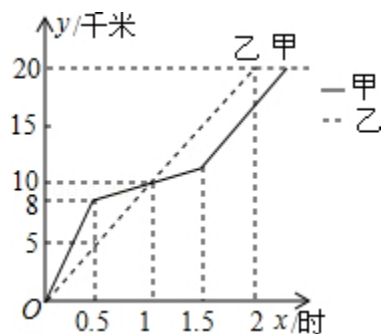
7. (3 分) (2015•南通) 在一个不透明的盒子中装有 a 个除颜色外完全相同的球，这 a 个球中只有 3 个红球，若每次将球充分搅匀后，任意摸出 1 个球记下颜色再放回盒子。通过大量重复试验后，发现摸到红球的频率稳定在 20% 左右，则 a 的值约为 ( )

- A. 12                      B. 15                      C. 18                      D. 21

8. (3 分) (2015•南通) 关于 x 的不等式  $x - b > 0$  恰有两个负整数解，则 b 的取值范围是 ( )

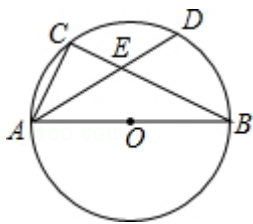
- A.  $-3 < b < -2$               B.  $-3 < b \leq -2$               C.  $-3 \leq b \leq -2$               D.  $-3 \leq b < -2$

9. (3 分) (2015•南通) 在 20km 越野赛中，甲乙两选手的行程 y (单位: km) 随时间 x (单位: h) 变化的图象如图所示，根据图中提供的信息，有下列说法：①两人相遇前，甲的速度小于乙的速度；②出发后 1 小时，两人行程均为 10km；③出发后 1.5 小时，甲的行程比乙多 3km；④甲比乙先到达终点。其中正确的有 ( )



- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

10. (3分) (2015•南通) 如图, AB为 $\odot O$ 的直径, C为 $\odot O$ 上一点, 弦AD平分 $\angle BAC$ , 交BC于点E, AB=6, AD=5, 则AE的长为( )



- A. 2.5                      B. 2.8                      C. 3                      D. 3.2

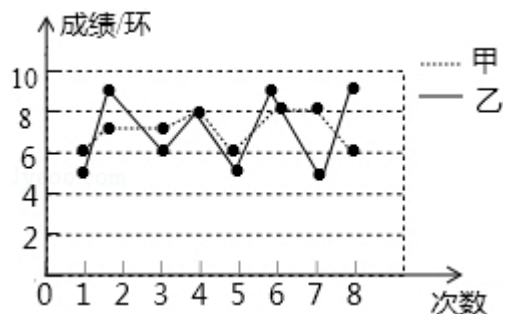
二. 填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) (2015•南通) 因式分解  $4m^2 - n^2 =$  \_\_\_\_\_.

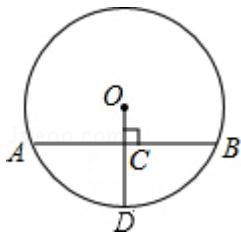
12. (3分) (2015•南通) 已知方程  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  的两根分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 则  $x_1 + x_2$  的值等于 \_\_\_\_\_.

13. (3分) (2015•南通) 计算  $(x - y)^2 - x(x - 2y) =$  \_\_\_\_\_.

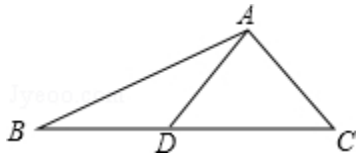
14. (3分) (2015•南通) 甲乙两人 8 次射击的成绩如图所示 (单位: 环) 根据图中的信息判断, 这 8 次射击中成绩比较稳定的是 \_\_\_\_\_ (填“甲”或“乙”)



15. (3分) (2015•南通) 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径OD垂直于弦AB, 垂足为C, OD=13cm, AB=24cm, 则CD=\_\_\_\_\_cm.

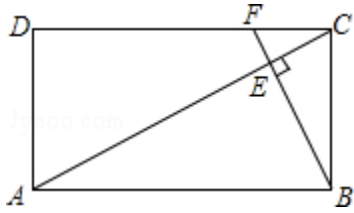


16. (3分) (2015•南通) 如图,  $\triangle ABC$  中, D是BC上一点,  $AC=AD=DB$ ,  $\angle BAC=102^\circ$ , 则 $\angle ADC=$ \_\_\_\_\_度.



17. (3分)(2015•南通)如图,矩形 ABCD 中, F 是 DC 上一点,  $BF \perp AC$ , 垂足为 E,  $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ ,

$\Delta CEF$  的面积为  $S_1$ ,  $\Delta AEB$  的面积为  $S_2$ , 则  $\frac{S_1}{S_2}$  的值等于 \_\_\_\_.



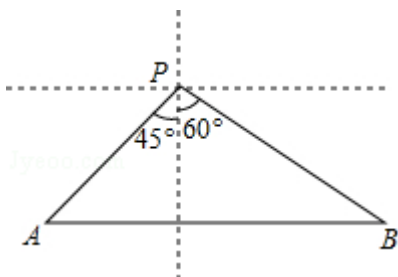
18. (3分)(2015•南通)关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 - 3x - 1 = 0$  的两个不相等的实数根都在  $-1$  和  $0$  之间 (不包括  $-1$  和  $0$ ), 则  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_.

### 三.解答题 (共 10 小题, 共 96 分)

19. (10分)(2015•南通) (1) 计算:  $(-2)^2 - \sqrt[3]{64} + (-3)^0 - (\frac{1}{3})^{-2}$

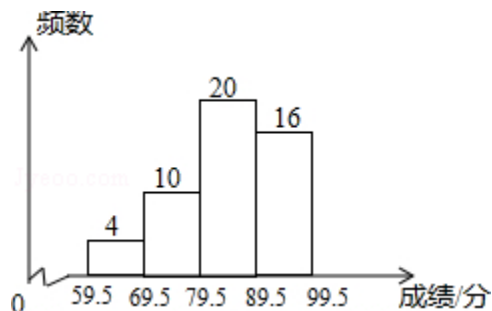
(2) 解方程:  $\frac{1}{2x} = \frac{3}{x+5}$ .

20. (8分)(2015•南通)如图,一海伦位于灯塔 P 的西南方向, 距离灯塔  $40\sqrt{2}$  海里的 A 处, 它沿正东方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东  $60^\circ$  方向上的 B 处, 求航程 AB 的值 (结果保留根号).



21. (10分) (2015•南通) 为增强学生环保意识, 某中学组织全校 2000 名学生参加环保知识大赛, 比赛成绩均为整数, 从中抽取部分同学的成绩进行统计, 并绘制成如图统计图. 请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

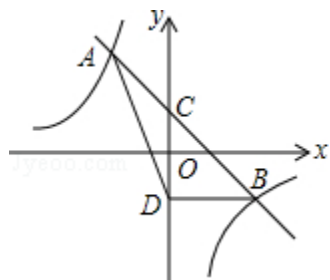
- (1) 若抽取的成绩用扇形图来描述, 则表示“第三组(79.5~89.5)”的扇形的圆心角为\_\_\_\_\_度;
- (2) 若成绩在 90 分以上(含 90 分)的同学可以获奖, 请估计该校约有多少名同学获奖?
- (3) 某班准备从成绩最好的 4 名同学(男、女各 2 名)中随机选取 2 名同学去社区进行环保宣传, 则选出的同学恰好是 1 男 1 女的概率为\_\_\_\_\_.



22. (8分) (2015•南通) 由大小两种货车, 3 辆大车与 4 辆小车一次可以运货 22 吨, 2 辆大车与 6 辆小车一次可以运货 23 吨. 请根据以上信息, 提出一个能用方程(组)解决的问题, 并写出这个问题的解答过程.

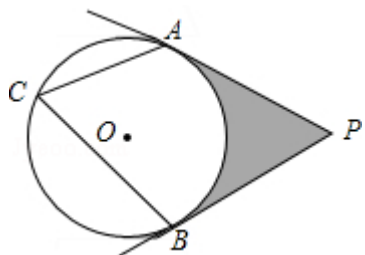
23. (8分) (2015•南通) 如图, 直线  $y=mx+n$  与双曲线  $y=\frac{k}{x}$  相交于  $A(-1, 2)$ ,  $B(2, b)$  两点, 与  $y$  轴相交于点  $C$ .

- (1) 求  $m$ ,  $n$  的值;
- (2) 若点  $D$  与点  $C$  关于  $x$  轴对称, 求  $\triangle ABD$  的面积.



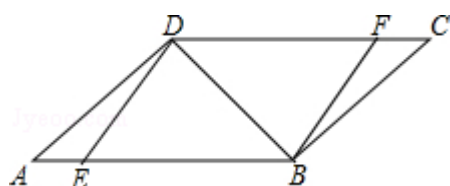
24. (8分) (2015•南通) 如图,  $PA$ ,  $PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A$ ,  $B$  两点,  $\angle ACB=60^\circ$ .

- (1) 求  $\angle P$  的度数;
- (2) 若  $\odot O$  的半径长为 4cm, 求图中阴影部分的面积.



25. (8分) (2015•南通) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点E, F分别在AB, DC上, 且 $ED \perp DB$ ,  $FB \perp BD$ .

- (1) 求证:  $\triangle AED \cong \triangle CFB$ ;
- (2) 若 $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle DEB = 45^\circ$ , 求证:  $DA = DF$ .

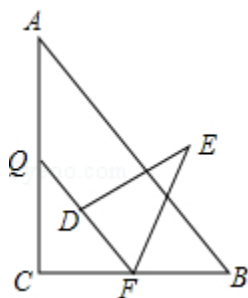


26. (10分) (2015•南通) 某网店打出促销广告: 最潮新款服装 30 件, 每件售价 300 元. 若一次性购买不超过 10 件时, 售价不变; 若一次性购买超过 10 件时, 每多买 1 件, 所买的每件服装的售价均降低 3 元. 已知该服装成本是每件 200 元, 设顾客一次性购买服装  $x$  件时, 该网店从中获利  $y$  元.

- (1) 求  $y$  与  $x$  的函数关系式, 并写出自变量  $x$  的取值范围;
- (2) 顾客一次性购买多少件时, 该网店从中获利最多?

27. (13分) (2015•南通) 如图,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 15$ ,  $BC = 9$ , 点P, Q分别在BC, AC上,  $CP = 3x$ ,  $CQ = 4x$  ( $0 < x < 3$ ). 把 $\triangle PCQ$ 绕点P旋转, 得到 $\triangle PDE$ , 点D落在线段PQ上.

- (1) 求证:  $PQ \parallel AB$ ;
- (2) 若点D在 $\angle BAC$ 的平分线上, 求CP的长;
- (3) 若 $\triangle PDE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的周长为T, 且 $12 \leq T \leq 16$ , 求x的取值范围.

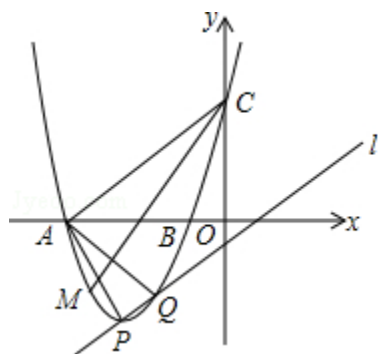


28. (13分) (2015•南通) 已知抛物线  $y=x^2 - 2mx+m^2+m-1$  ( $m$  是常数) 的顶点为  $P$ , 直线  $l: y=x-1$

(1) 求证: 点  $P$  在直线  $l$  上;

(2) 当  $m=-3$  时, 抛物线与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ , 与直线  $l$  的另一个交点为  $Q$ ,  $M$  是  $x$  轴下方抛物线上的一点,  $\angle ACM = \angle PAQ$  (如图), 求点  $M$  的坐标;

(3) 若以抛物线和直线  $l$  的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的  $m$  的值.



## 2015年江苏省南通市中考数学解析版

### 一.选择题（每小题3分，共30分，四个选项只有一个是符合题意的）

1.（3分）

**考点：**正数和负数.

**分析：**首先审清题意，明确“正”和“负”所表示的意义，再根据题意作答.

**解答：**解：因为上升记为+，所以下降记为-，  
所以水位下降6m时水位变化记作-6m.

故选：D.

**点评：**考查了正数和负数，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量.在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

2.（3分）

**考点：**简单几何体的三视图.

**分析：**根据俯视图是从上面看所得到的图形判断即可.

**解答：**解：从上面看，三棱柱的俯视图为三角形；圆柱的俯视图为圆；四棱锥的俯视图是四边形；球的俯视图是圆；俯视图是圆的几何体共有2个.

故选：B.

**点评：**本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

3.（3分）

**考点：**科学记数法—表示较大的数.

**分析：**科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数.确定 $n$ 的值时，要看把原数变成 $a$ 时，小数点移动了多少位， $n$ 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 $>1$ 时， $n$ 是正数；当原数的绝对值 $<1$ 时， $n$ 是负数.

**解答：**解：将7700000用科学记数法表示为 $7.7 \times 10^6$ .

故选D.

**点评：**此题考查科学记数法的表示方法.科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， $n$ 为整数，表示时关键要正确确定 $a$ 的值以及 $n$ 的值.

4.（3分）

**考点：**中心对称图形；轴对称图形.

**分析：**根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

**解答：**解：A、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故A正确；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故B错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故C错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故D错误.

故选：A.

**点评：**本题考查了中心对称及轴对称的知识，解题时掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念.轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合.

5.（3分）

**考点：**三角形三边关系.

**分析：**根据三角形的三边关系对各选项进行逐一分析即可.

**解答：**解：A、 $\because 10 - 5 < 6 < 10 + 5$ ， $\therefore$ 三条线段能构成三角形，故本选项正确；

B、 $\because 11 - 5 = 6$ ， $\therefore$ 三条线段不能构成三角形，故本选项错误；

C、 $\because 3+4=7 < 8$ ,  $\therefore$ 三条线段不能构成三角形, 故本选项错误;

D、 $\because 4a+4a=8a$ ,  $\therefore$ 三条线段不能构成三角形, 故本选项错误.

故选 A.

**点评:** 本题考查的是三角形的三边关系, 熟知三角形任意两边之和大于第三边, 任意两边差小于第三边是解答此题的关键.

6. (3分)

**考点:** 解直角三角形; 坐标与图形性质.

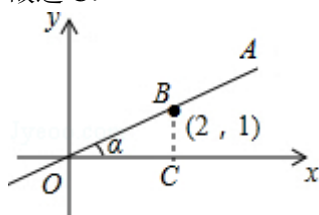
**分析:** 设 (2, 1) 点是 B, 作  $BC \perp x$  轴于点 C, 根据三角函数的定义即可求解.

**解答:** 解: 设 (2, 1) 点是 B, 作  $BC \perp x$  轴于点 C.

则  $OC=2$ ,  $BC=1$ ,

$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{BC}{OC} = \frac{1}{2}.$$

故选 C.



**点评:** 本题考查了三角函数的定义, 理解正切函数的定义是关键.

7. (3分)

**考点:** 利用频率估计概率.

**分析:** 在同样条件下, 大量反复试验时, 随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近, 可以从比例关系入手, 列出方程求解.

**解答:** 解: 由题意可得,  $\frac{3}{a} \times 100\% = 20\%$ ,

解得,  $a=15$ .

故选: B.

**点评:** 本题利用了用大量试验得到的频率可以估计事件的概率. 关键是根据红球的频率得到相应的等量关系.

8. (3分)

**考点:** 一元一次不等式的整数解.

**分析:** 表示出已知不等式的解集, 根据负整数解只有 -1, -2, 确定出 b 的范围即可.

**解答:** 解: 不等式  $x - b > 0$ ,

解得:  $x > b$ ,

$\because$  不等式的负整数解只有两个负整数解,

$\therefore -3 \leq b < -2$

故选 D.

**点评:** 此题考查了一元一次不等式的整数解, 弄清题意是解本题的关键.

9. (3分)

**考点:** 一次函数的应用.

**分析:** 根据题目所给的图示可得, 两人在 1 小时相遇, 行程均为 10km, 出发 0.5 小时之内, 甲的速度大于乙的速度, 0.5 至 1 小时之间, 乙的速度大于甲的速度, 出发 1.5 小时之后, 乙的路程为 15 千米, 甲的路程为 12 千米, 乙比甲先到达终点.

**解答:** 解: 由图可得, 两人在 1 小时相遇, 行程均为 10km, 故②正确;



出发 0.5 小时之内，甲的速度大于乙的速度，0.5 至 1 小时之间，乙的速度大于甲的速度，故①错误；

出发 1.5 小时之后，乙的路程为 15 千米，甲的路程为 12 千米，乙的行程比甲多 3km，故③错误；

乙比甲先到达终点，故④错误。

正确的只有②。

故选 A。

**点评：**本题考查了一次函数的应用，行程问题的数量关系速度=路程÷时间的运用，解答时理解函数的图象的含义是关键。

10. (3分)

**考点：**相似三角形的判定与性质；勾股定理；圆周角定理。

**分析：**连接 BD、CD，由勾股定理先求出 BD 的长，再利用  $\triangle ABD \sim \triangle BED$ ，得出  $\frac{DE}{DB} = \frac{DB}{AD}$ ，

可解得 DE 的长，由  $AE = AB - DE$  求解即可得出答案。

**解答：**解：如图 1，连接 BD、CD，

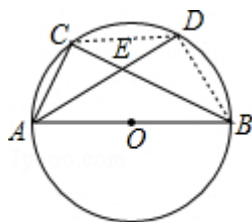


图1

$\because AB$  为  $\odot O$  的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}，$$

$\because$  弦  $AD$  平分  $\angle BAC$ ，

$$\therefore CD = BD = \sqrt{11}，$$

$\therefore \angle CBD = \angle DAB$ ，

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle BED$  中，

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle EBD \\ \angle ADB = \angle BDE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle BED$ ，

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{DB}{AD}， \text{ 即 } \frac{DE}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{5}，$$

$$\text{解得 } DE = \frac{11}{5}，$$

$$\therefore AE = AB - DE = 5 - \frac{11}{5} = 2.8.$$

**点评：**此题主要考查了三角形相似的判定和性质及圆周角定理，解答此题的关键是得出  $\triangle ABD \sim \triangle BED$ 。

## 二.填空题（每小题 3 分，共 24 分）

11. (3分)

**考点:** 因式分解-运用公式法.

**专题:** 计算题.

**分析:** 原式利用平方差公式分解即可.

**解答:** 解: 原式 $= (2m+n)(2m-n)$ .

故答案为:  $(2m+n)(2m-n)$

**点评:** 此题考查了平方差公式, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

12. (3分)

**考点:** 根与系数的关系.

**分析:** 根据两根之和等于一次项系数与二次项系数商的相反数作答即可.

**解答:** 解:  $\because$  方程  $2x^2+4x-3=0$  的两根分别为  $x_1$  和  $x_2$ ,

$$\therefore x_1+x_2 = -\frac{4}{2} = -2,$$

故答案为:  $-2$ .

**点评:** 本题考查的是一元二次方程根与系数的关系, 掌握两根之和等于一次项系数与二次项系数商的相反数, 两根之积等于常数项除二次项系数是解题的关键.

13. (3分)

**考点:** 整式的混合运算.

**分析:** 根据单项式与多项式相乘, 先用单项式乘多项式的每一项, 再把所得的积相加计算即可.

**解答:** 解:  $(x-y)^2 - x(x-2y)$   
 $= x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + 2xy$   
 $= y^2$

**点评:** 本题考查了单项式与多项式相乘, 熟练掌握运算法则是解题的关键, 计算时要注意符号的处理.

14. (3分)

**考点:** 方差; 折线统计图.

**分析:** 根据方差的意义: 方差反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立. 观察图中的信息可知小华的方差较小, 故甲的成绩更加稳定.

**解答:** 解: 由图表明乙这8次成绩偏离平均数大, 即波动大, 而甲这8次成绩, 分布比较集中, 各数据偏离平均小, 方差小,

则  $S_{甲}^2 < S_{乙}^2$ , 即两人的成绩更加稳定的是甲.

故答案为: 甲.

**点评:** 本题考查了方差的意义, 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

15. (3分)

**考点:** 垂径定理; 勾股定理.

**分析:** 根据垂径定理, 可得 AC 的长, 根据勾股定理, 可得 OC 的长, 根据线段的和差, 可得答案.

**解答:** 解: 由垂径定理, 得

$$AC = \frac{1}{2}AB = 12\text{cm}.$$

有半径相等, 得

$$OA = OD = 13\text{cm}.$$

由勾股定理，得

$$OC = \sqrt{OA^2 - AC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5.$$

由线段的和差，得

$$CD = OD - OC = 13 - 5 = 8\text{cm},$$

故答案为：8.

**点评：**本题考查了垂径定理，利用垂径定理得出直角三角形 OAC 是解题关键，又利用了勾股定理.

16. (3分)

**考点：**等腰三角形的性质.

**分析：**设  $\angle ADC = \alpha$ ，然后根据  $AC = AD = DB$ ， $\angle BAC = 102^\circ$ ，表示出  $\angle B$  和  $\angle BAD$  的度数，最后根据三角形的内角和定理求出  $\angle ADC$  的度数.

**解答：**解：  $\because AC = AD = DB$ ,

$$\therefore \angle B = \angle BAD, \angle ADC = \angle C,$$

设  $\angle ADC = \alpha$ ,

$$\therefore \angle B = \angle BAD = \frac{\alpha}{2},$$

$$\because \angle BAC = 102^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 102^\circ - \frac{\alpha}{2},$$

在  $\triangle ADC$  中,

$$\because \angle ADC + \angle C + \angle DAC = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\alpha + 102^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ,$$

解得：  $\alpha = 52^\circ$ .

故答案为：52.

**点评：**本题考查了等腰三角形的性质：①等腰三角形的两腰相等；②等腰三角形的两个底角相等.

17. (3分)

**考点：**相似三角形的判定与性质；矩形的性质.

**分析：**首先根据  $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$  设  $AD = BC = a$ ，则  $AB = CD = 2a$ ，然后利用勾股定理得到  $AC = \sqrt{5}a$ ，然

后根据射影定理得到  $BC^2 = CE \cdot CA$ ， $AB^2 = AE \cdot AC$  从而求得  $CE = \frac{\sqrt{5}a}{5}$ ， $AE = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$ ，

得到  $\frac{CE}{AE} = \frac{1}{4}$ ，利用  $\triangle CEF \sim \triangle AEB$ ，求得  $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{CE}{AE}\right)^2 = \frac{1}{16}$ .

**解答：**解：  $\because \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ ,

$$\therefore \text{设 } AD = BC = a, \text{ 则 } AB = CD = 2a,$$

$$\therefore AC = \sqrt{5}a,$$

$$\because BF \perp AC,$$

$$\therefore \triangle CBE \sim \triangle CAB, \triangle AEB \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore BC^2 = CE \cdot CA, AB^2 = AE \cdot AC$$

$$\therefore a^2 = CE \cdot \sqrt{5}a, \quad 2a^2 = AE \cdot \sqrt{5}a,$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{5}a}{5}, \quad AE = \frac{4\sqrt{5}a}{5},$$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \triangle CEF \sim \triangle AEB,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{CE}{AE}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{16}.$$

**点评:** 本题考查了矩形的性质及相似三角形的判定, 能够牢记射影定理的内容对解决本题起到至关重要的作用, 难度不大.

18. (3分)

**考点:** 抛物线与 x 轴的交点.

**分析:** 首先根据根的情况利用根的判别式解得 a 的取值范围, 然后根据根两个不相等的实数根都在 -1 和 0 之间 (不包括 -1 和 0), 结合函数图象确定其函数值的取值范围得 a, 易得 a 的取值范围.

**解答:** 解:  $\because$  关于 x 的一元二次方程  $ax^2 - 3x - 1 = 0$  的两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times a \times (-1) > 0,$$

$$\text{解得: } a > -\frac{9}{4},$$

$$\text{设 } f_x = ax^2 - 3x - 1$$

$\because$  实数根都在 -1 和 0 之间,

$\therefore$  当  $a > 0$  时, 如图①,  $f_{(-1)} > 0$ ,  $f_{(0)} > 0$

$$f_{(0)} = ax \cdot 0^2 - 3 \times 0 - 1 = -1 < 0,$$

$\therefore$  此种情况不存在;

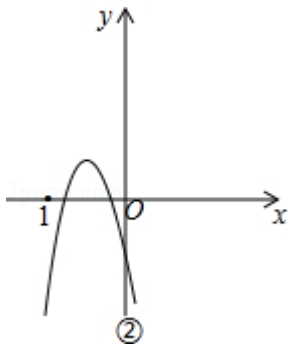
当  $a < 0$  时, 如图②,  $f_{(-1)} < 0$ ,  $f_{(0)} < 0$ ,

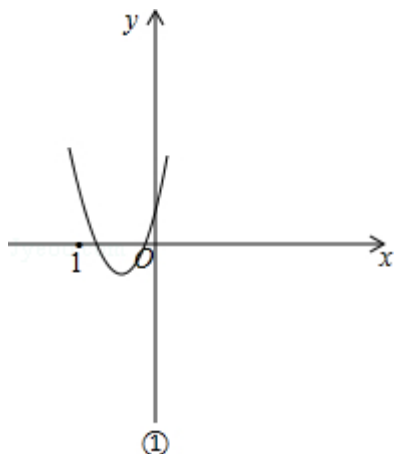
$$\text{即 } f_{(-1)} = ax \cdot (-1)^2 - 3 \times (-1) - 1 < 0, \quad f_{(0)} = -1 < 0,$$

解得:  $a < -2$ ,

$$\therefore -\frac{9}{4} < a < -2,$$

$$\text{故答案为: } -\frac{9}{4} < a < -2.$$





**点评:** 本题主要考查了一元二次方程根的情况的判别及抛物线与  $x$  轴的交点, 数形结合确定当  $x=0$  和当  $x=-1$  时函数值的取值范围是解答此题的关键.

### 三.解答题 (共 10 小题, 共 96 分)

19. (10 分)

**考点:** 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

**专题:** 计算题.

**分析:** (1) 原式第一项利用乘方的意义化简, 第二项利用立方根定义计算, 第三项利用零指数幂法则计算, 最后一项利用负整数指数幂法则计算即可得到结果;

(2) 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到  $x$  的值, 经检验即可得到分式方程的解.

**解答:** 解: (1) 原式  $= 4 - 4 + 1 - 9 = -8$ ;

(2) 去分母得:  $x + 5 = 6x$ ,

解得:  $x = 1$ ,

经检验  $x = 1$  是分式方程的解.

**点评:** 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (8 分)

**考点:** 解直角三角形的应用-方向角问题.

**专题:** 计算题.

**分析:** 过  $P$  作  $PC$  垂直于  $AB$ , 在直角三角形  $ACP$  中, 利用锐角三角函数定义求出  $AC$  与  $PC$  的长, 在直角三角形  $BCP$  中, 利用锐角三角函数定义求出  $CB$  的长, 由  $AC + CB$  求出  $AB$  的长即可.

**解答:** 解: 过  $P$  作  $PC \perp AB$  于点  $C$ ,

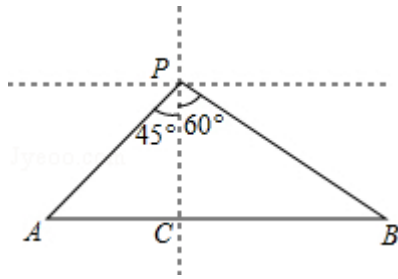
在  $Rt\triangle ACP$  中,  $PA = 40\sqrt{2}$  海里,  $\angle APC = 45^\circ$ ,  $\sin \angle APC = \frac{AC}{AP}$ ,  $\cos \angle APC = \frac{PC}{AP}$ ,

$\therefore AC = AP \cdot \sin 45^\circ = 40\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40$  (海里),  $PC = AP \cdot \cos 45^\circ = 40\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40$  (海里),

在  $Rt\triangle BCP$  中,  $\angle BPC = 60^\circ$ ,  $\tan \angle BPC = \frac{BC}{PC}$ ,

$\therefore BC = PC \cdot \tan 60^\circ = 40\sqrt{3}$  (海里),

则  $AB = AC + BC = (40 + 40\sqrt{3})$  海里.



**点评:** 此题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

21. (10分)

**考点:** 列表法与树状图法; 用样本估计总体; 频数(率)分布直方图; 扇形统计图.

**分析:** (1) 由第三组(79.5~89.5)的人数即可求出其扇形的圆心角;

(2) 首先求出50人中成绩在90分以上(含90分)的同学可以获奖的百分比, 进而可估计该校约有多少名同学获奖;

(3) 列表得出所有等可能的情况数, 找出选出的两名主持人“恰好为一男一女”的情况数, 即可求出所求的概率.

**解答:** 解: (1) 由直方图可知第三组(79.5~89.5)所占的人数为20人,

所以“第三组(79.5~89.5)”的扇形的圆心角  $= \frac{20}{50} \times 360^\circ = 144^\circ$ ,

故答案为: 144;

(2) 估计该校获奖的学生数  $= \frac{16}{50} \times 100\% \times 2000 = 640$  (人);

(3) 列表如下:

	男	男	女	女
男	- - -	(男, 男)	(女, 男)	(女, 男)
男	(男, 男)	- - - -	(女, 男)	(女, 男)
女	(男, 女)	(男, 女)	- - -	(女, 女)
女	(男, 女)	(男, 女)	(女, 女)	- - -

所有等可能的情况有12种, 其中选出的两名主持人“恰好为一男一女”的情况有8种,

则  $P(\text{选出的两名主持人“恰好为一男一女”}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

故答案为:  $\frac{2}{3}$ .

**点评:** 本题考查了条形统计图: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来; 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较. 也考查了扇形统计图、列表法与树状图法.

22. (8分)

**考点:** 二元一次方程组的应用.

**分析:** 1辆大车与1辆小车一次可以运货多少吨? 根据题意可知, 本题中的等量关系是“3辆大车与4辆小车一次可以运货22吨”和“2辆大车与6辆小车一次可以运货23吨”, 列方程组求解即可.

**解答:** 解: 本题的答案不唯一.

问题: 1辆大车与1辆小车一次可以运货多少吨?

设 1 辆大车一次运货  $x$  吨，1 辆小车一次运货  $y$  吨。

根据题意，得 
$$\begin{cases} 3x+4y=22 \\ 2x+6y=23 \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} x=4 \\ y=2.5 \end{cases}$$

则  $x+y=4+2.5=6.5$  (吨)。

答：1 辆大车与 1 辆小车一次可以运货 6.5 吨。

**点评：**本题考查了二元一次方程组的应用。利用二元一次方程组求解的应用题一般情况下题中要给出 2 个等量关系，准确的找到等量关系并用方程组表示出来是解题的关键。

23. (8 分)

**考点：**反比例函数与一次函数的交点问题。

**分析：**(1) 由题意，将 A 坐标代入一次函数与反比例函数解析式，即可求出  $m$  与  $n$  的值；

(2) 得出点 C 和点 D 的坐标，根据三角形面积公式计算即可。

**解答：**解：(1) 把  $x=-1, y=2; x=2, y=b$  代入  $y=\frac{k}{x}$ ,

解得： $k=-2, b=-1$ ;

把  $x=-1, y=2; x=2, y=-1$  代入  $y=mx+n$ ,

解得： $m=-1, n=1$ ;

(2) 直线  $y=-x+1$  与  $y$  轴交点 C 的坐标为  $(0, 1)$ ，所以点 D 的坐标为  $(0, -1)$ ，

点 B 的坐标为  $(2, -1)$ ，所以  $\triangle ABD$  的面积  $=\frac{1}{2} \times (1+1) \times (1+2) = 3$ 。

**点评：**本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点。也考查了反比例函数图象的性质。

24. (8 分)

**考点：**切线的性质；扇形面积的计算。

**分析：**(1) 由 PA 与 PB 都为圆 O 的切线，利用切线的性质得到 OA 垂直于 AP，OB 垂直于 BP，可得出两个角为直角，再由同弧所对的圆心角等于所对圆周角的 2 倍，由已知  $\angle C$  的度数求出  $\angle AOB$  的度数，在四边形 PABO 中，根据四边形的内角和定理即可求出  $\angle P$  的度数。

(2) 由  $S_{\text{阴影}}=2 \times (S_{\triangle PAO} - S_{\text{扇形}})$  则可求得结果。

**解答：**解：连接 OA、OB，

$\because$  PA、PB 是  $\odot O$  的切线，

$\therefore$  OA  $\perp$  AP，OB  $\perp$  BP，

$\therefore$   $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，

又  $\because$   $\angle AOB = 2\angle C = 120^\circ$ ，

$\therefore$   $\angle P = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 120^\circ) = 60^\circ$ 。

$\therefore$   $\angle P = 60^\circ$ 。

(2) 连接 OP，

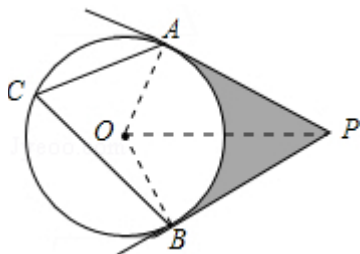
$\because$  PA、PB 是  $\odot O$  的切线，

$\therefore$   $\angle APO = \frac{1}{2} \angle APB = 30^\circ$ ，

在  $RT\triangle APO$  中， $\tan 30^\circ = \frac{OA}{AP}$ ，

$$\therefore AP = \frac{OA}{\tan 30^\circ} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 4\sqrt{3} \text{ cm},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 2S_{\triangle AOP} - S_{\text{扇形}} = 2 \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} - \frac{60\pi \times 4^2}{360} \right) = \left( 16\sqrt{3} - \frac{16\pi}{3} \right) (\text{cm}^2).$$



**点评:** 此题考查了切线的性质, 解直角三角函数, 扇形面积公式等知识. 此题难度不大, 注意数形结合思想的应用.

25. (8分)

**考点:** 平行四边形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质; 含 30 度角的直角三角形.

**专题:** 证明题.

**分析:** (1) 由四边形 ABCD 为平行四边形, 利用平行四边形的性质得到对边平行且相等, 对角相等, 再由垂直的定义得到一对直角相等, 利用等式的性质得到一对角相等, 利用 ASA 即可得证;

(2) 过 D 作 DH 垂直于 AB, 在直角三角形 ADH 中, 利用 30 度所对的直角边等于斜边的一半得到  $AD=2DH$ , 在直角三角形 DEB 中, 利用斜边上的中线等于斜边的一半得到  $EB=2DH$ , 易得四边形 EBF D 为平行四边形, 利用平行四边形的对边相等得到  $EB=DF$ , 等量代换即可得证.

**解答:** 证明: (1)  $\because$  平行四边形 ABCD,

$$\therefore AD=CB, \angle A=\angle C, AD \parallel CB,$$

$$\therefore \angle ADB=\angle CBD,$$

$$\because ED \perp DB, FB \perp BD,$$

$$\therefore \angle EDB=\angle FBD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE=\angle CBF,$$

在  $\triangle AED$  和  $\triangle CFB$  中,

$$\begin{cases} \angle ADE=\angle CBD \\ AD=BC \\ \angle A=\angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB \text{ (ASA)};$$

(2) 作  $DH \perp AB$ , 垂足为 H,

在  $\text{Rt}\triangle ADH$  中,  $\angle A=30^\circ$ ,

$$\therefore AD=2DH,$$

在  $\text{Rt}\triangle DEB$  中,  $\angle DEB=45^\circ$ ,

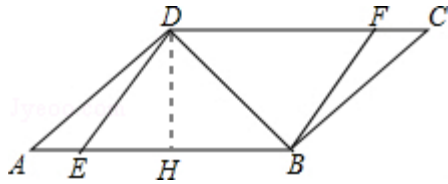
$$\therefore EB=2DH,$$

$\therefore$  四边形 EBF D 为平行四边形,

$$\therefore FD=EB,$$

$$\therefore DA=DF.$$





**点评:** 此题考查了平行四边形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 以及含 30 度直角三角形的性质, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解本题的关键.

26. (10 分)

**考点:** 二次函数的应用.

**分析:** (1) 根据题意可得出销量乘以每台利润进而得出总利润, 进而得出答案;

(2) 根据销量乘以每台利润进而得出总利润, 即可求出即可.

**解答:** 解: (1)

$$y = \begin{cases} 300x - 200x = 100x & (0 \leq x \leq 10, \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \\ [300 - 3(x - 10) - 200]x = -3x^2 + 130x & (10 < x \leq 30, \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \end{cases}$$

(2) 在  $0 \leq x \leq 10$  时,  $y = 100x$ , 当  $x = 10$  时,  $y$  有最大值 1000;

在  $10 < x \leq 30$  时,  $y = -3x^2 + 130x$ ,

当  $x = 21\frac{2}{3}$  时,  $y$  取得最大值,

$\because x$  为整数, 根据抛物线的对称性得  $x = 22$  时,  $y$  有最大值 1408.

$\because 1408 > 1000$ ,

$\therefore$  顾客一次购买 22 件时, 该网站从中获利最多.

**点评:** 此题主要考查了二次函数的应用, 根据题意得出  $y$  与  $x$  的函数关系是解题关键.

27. (13 分)

**考点:** 几何变换综合题.

**分析:** (1) 先根据勾股定理求出 AC 的长, 再由相似三角形的判定定理得出  $\triangle PQC \sim \triangle BAC$ , 由相似三角形的性质得出  $\angle CPQ = \angle B$ , 由此可得出结论;

(2) 连接 AD, 根据  $PQ \parallel AB$  可知  $\angle ADQ = \angle DAB$ , 再由点 D 在  $\angle BAC$  的平分线上, 得出  $\angle DAQ = \angle DAB$ , 故  $\angle ADQ = \angle DAQ$ ,  $AQ = DQ$ . 在  $Rt\triangle CPQ$  中根据勾股定理可知,  $AQ = 12 - 4x$ , 故可得出  $x$  的值, 进而得出结论;

(3) 当点 E 在 AB 上时, 根据等腰三角形的性质求出  $x$  的值, 再分  $0 < x \leq \frac{9}{8}$ ;  $\frac{9}{8} < x$

$< 3$  两种情况进行分类讨论.

**解答:** (1) 证明:  $\because$  在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AB = 15$ ,  $BC = 9$ ,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12.$$

$$\therefore \frac{PC}{BC} = \frac{3x}{9} = \frac{x}{3}, \quad \frac{QC}{AC} = \frac{4x}{12} = \frac{x}{3}$$

$$\therefore \frac{PC}{BC} = \frac{QC}{AC}$$

$\because \angle C = \angle C$ ,

$\therefore \triangle PQC \sim \triangle BAC$ ,

$\therefore \angle CPQ = \angle B$ ,

$\therefore PQ \parallel AB$ ;

(2) 解: 连接 AD,

$\because PQ \parallel AB,$

$\therefore \angle ADQ = \angle DAB.$

$\because$  点 D 在  $\angle BAC$  的平分线上,

$\therefore \angle DAQ = \angle DAB,$

$\therefore \angle ADQ = \angle DAQ,$

$\therefore AQ = DQ.$

在  $Rt\triangle CPQ$  中,  $PQ = 5x,$

$\therefore PD = PC = 3x,$

$\therefore DQ = 2x.$

$\therefore AQ = 12 - 4x,$

$\therefore 12 - 4x = 2x,$  解得  $x = 2,$

$\therefore CP = 3x = 6.$

(3) 解: 当点 E 在 AB 上时,

$\because PQ \parallel AB,$

$\therefore \angle DPE = \angle PEB.$

$\because \angle CPQ = \angle DPE, \angle CPQ = \angle B,$

$\therefore \angle B = \angle PEB,$

$\therefore PB = PE = 5x,$

$\therefore 3x + 5x = 9,$  解得  $x = \frac{9}{8}.$

① 当  $0 < x \leq \frac{9}{8}$  时,  $T = PD + DE + PE = 3x + 4x + 5x = 12x,$  此时  $0 < T \leq \frac{27}{2};$

② 当  $\frac{9}{8} < x < 3$  时, 设 PE 交 AB 于点 G, DE 交 AB 于 F, 作  $GH \perp FQ,$  垂足为 H,

$\therefore HG = DF, FG = DH, Rt\triangle PHG \sim Rt\triangle PDE,$

$\therefore \frac{GH}{ED} = \frac{PG}{PE} = \frac{PH}{PD}.$

$\because PG = PB = 9 - 3x,$

$\therefore \frac{GH}{4x} = \frac{9 - 3x}{5x} = \frac{PH}{3x},$

$\therefore GH = \frac{4}{5}(9 - 3x), PH = \frac{3}{5}(9 - 3x),$

$\therefore FG = DH = 3x - \frac{3}{5}(9 - 3x),$

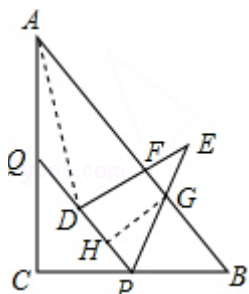
$\therefore T = PG + PD + DF + FG = (9 - 3x) + 3x + \frac{4}{5}(9 - 3x) + [3x - \frac{3}{5}(9 - 3x)]$

$= \frac{12}{5}x + \frac{54}{5},$

此时,  $\frac{27}{2} < T < 18.$

$\therefore$  当  $0 < x < 3$  时, T 随 x 的增大而增大,

∴T=12时，即  $12x=12$ ，解得  $x=1$ ；  
 TA=16时，即  $\frac{12}{5}x+\frac{54}{5}=16$ ，解得  $x=\frac{13}{6}$ .  
 ∴ $12\leq T\leq 16$ ，  
 ∴x的取值范围是  $1\leq x\leq \frac{13}{6}$ .



**点评：**本题考查的是几何变换综合题，涉及到勾股定理、相似三角形的判定与性质等知识，在解答（3）时要注意进行分类讨论.

28. (13分)

**考点：**二次函数综合题.

**专题：**综合题.

**分析：**（1）利用配方法得到  $y=(x-m)^2+m-1$ ，点  $P(m, m-1)$ ，然后根据一次函数图象上点的坐标特征判断点  $P$  在直线  $l$  上；

（2）当  $m=-3$  时，抛物线解析式为  $y=x^2+6x+5$ ，根据抛物线与  $x$  轴的交点问题求出

$A(-5, 0)$ ，易得  $C(0, 5)$ ，通过解方程组  $\begin{cases} y=x^2+6x+5 \\ y=x-1 \end{cases}$  得  $P(-3, -4)$ ， $Q(-$

$2, -3)$ ，作  $ME\perp y$  轴于  $E$ ， $PF\perp x$  轴于  $F$ ， $QG\perp x$  轴于  $G$ ，如图，证明

$Rt\triangle CME\sim Rt\triangle PAF$ ，利用相似得  $\frac{ME}{AF}=\frac{CE}{PF}$ ，设  $M(x, x^2+6x+5)$ ，则  $\frac{-x}{2}=\frac{x^2-6x}{4}$ ，

解得  $x_1=0$ （舍去）， $x_2=-4$ ，于是得到点  $M$  的坐标为  $(-4, -3)$ ；

（3）通过解方程组  $\begin{cases} y=x^2-2mx+m^2+m-1 \\ y=x-1 \end{cases}$  得  $P(m, m-1)$ ， $Q(m+1, m)$ ，利用

两点间的距离公式得到  $PQ^2=2$ ， $OQ^2=2m^2+2m+1$ ， $OP^2=2m^2-2m+1$ ，然后分类讨论：  
 当  $PQ=OQ$  时， $2m^2+2m+1=2$ ；当  $PQ=OP$  时， $2m^2-2m+1=2$ ；当  $OP=OQ$  时，  
 $2m^2+2m+1=2m^2-2m+1$ ，再分别解关于  $m$  的方程求出  $m$  即可.

**解答：**（1）证明：∵  $y=x^2-2mx+m^2+m-1=(x-m)^2+m-1$ ，

∴点  $P$  的坐标为  $(m, m-1)$ ，

∴当  $x=m$  时， $y=x-1=m-1$ ，

∴点  $P$  在直线  $l$  上；

（2）解：当  $m=-3$  时，抛物线解析式为  $y=x^2+6x+5$ ，

当  $y=0$  时， $x^2+6x+5=0$ ，解得  $x_1=-1$ ， $x_2=-5$ ，则  $A(-5, 0)$ ，

当  $x=0$  时， $y=x^2+6x+5=5$ ，则  $C(0, 5)$ ，

可得解方程组  $\begin{cases} y=x^2+6x+5 \\ y=x-1 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ ,

则 P (-3, -4), Q (-2, -3),

作 ME ⊥ y 轴于 E, PF ⊥ x 轴于 F, QG ⊥ x 轴于 G, 如图,

∵ OA=OC=5,

∴ △OAC 为等腰直角三角形,

∴ ∠ACO=45°,

∴ ∠MCE=45° - ∠ACM,

∵ QG=3, OG=2,

∴ AG=OA - OG=3=QG,

∴ △AQG 为等腰直角三角形,

∴ ∠QAG=45°,

∴ ∠APF=90° - ∠PAF=90° - (∠PAQ+45°)=45° - ∠PAQ,

∴ ∠ACM=∠PAQ,

∴ ∠APF=∠MCE,

∴ Rt△CME ∽ Rt△PAF,

$$\therefore \frac{ME}{AF} = \frac{CE}{PF},$$

设 M (x, x<sup>2</sup>+6x+5),

∴ ME = -x, CE = 5 - (x<sup>2</sup>+6x+5) = -x<sup>2</sup> - 6x,

$$\therefore \frac{-x}{2} = \frac{-x^2 - 6x}{4},$$

整理得 x<sup>2</sup>+4x=0, 解得 x<sub>1</sub>=0 (舍去), x<sub>2</sub>=-4,

∴ 点 M 的坐标为 (-4, -3);

(3) 解: 解方程组  $\begin{cases} y=x^2-2mx+m^2+m-1 \\ y=x-1 \end{cases}$  得  $\begin{cases} x=m \\ y=m-1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=m+1 \\ y=m \end{cases}$ , 则 P (m, m -

1), Q (m+1, m),

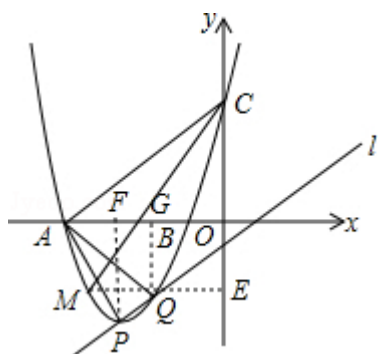
∴ PQ<sup>2</sup> = (m+1 - m)<sup>2</sup> + (m - m+1)<sup>2</sup> = 2, OQ<sup>2</sup> = (m+1)<sup>2</sup> + m<sup>2</sup> = 2m<sup>2</sup> + 2m + 1, OP<sup>2</sup> = m<sup>2</sup> + (m - 1)<sup>2</sup> = 2m<sup>2</sup> - 2m + 1,

当 PQ=OQ 时, 2m<sup>2</sup>+2m+1=2, 解得 m<sub>1</sub>= $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ , m<sub>2</sub>= $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ;

当 PQ=OP 时, 2m<sup>2</sup>-2m+1=2, 解得 m<sub>1</sub>= $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ , m<sub>2</sub>= $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ;

当 OP=OQ 时, 2m<sup>2</sup>+2m+1=2m<sup>2</sup>-2m+1, 解得 m=0,

综上所述, m 的值为 0,  $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ,  $\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ ,  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ,  $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ .



**点评：**本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象和一次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质，会求抛物线与直线的交点坐标；理解坐标与图形性质，会利用两点间的距离公式计算线段的长；会运用相似比计算线段的长；能运用分类讨论的思想解决数学问题.