

2016 年江苏省南京市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分，在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 为了方便市民出行，提倡低碳交通，近几年南京市大力发展公共自行车系统，根据规划，全市公共自行车总量明年将达 70000 辆，用科学记数法表示 70000 是（ ）

A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 70×10^3

2. 数轴上点 A、B 表示的数分别是 5、-3，它们之间的距离可以表示为（ ）

A. $-3+5$ B. $-3-5$ C. $|-3+5|$ D. $|-3-5|$

3. 下列计算中，结果是 a^6 的是（ ）

A. a^2+a^4 B. $a^2 \cdot a^3$ C. $a^{12} \div a^2$ D. $(a^2)^3$

4. 下列长度的三条线段能组成钝角三角形的是（ ）

A. 3, 4, 4 B. 3, 4, 5 C. 3, 4, 6 D. 3, 4, 7

5. 已知正六边形的边长为 2，则它的内切圆的半径为（ ）

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

6. 若一组数据 2, 3, 4, 5, x 的方差与另一组数据 5, 6, 7, 8, 9 的方差相等，则 x 的值为（ ）

A. 1 B. 6 C. 1 或 6 D. 5 或 6

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. 化简： $\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 若式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

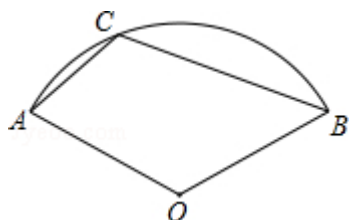
9. 分解因式： $2a(b+c) - 3(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 比较大小： $\sqrt{5} - 3 \underline{\hspace{1cm}} \frac{\sqrt{5} - 2}{2}$.

11. 分式方程 $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个根，且 $x_1 + x_2 - x_1x_2 = 1$ ，则 $x_1 + x_2 =$ _____， $m =$ _____.

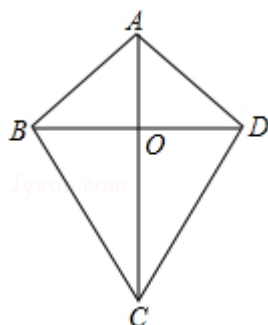
13. 如图，扇形 OAB 的圆心角为 122° ， C 是 \widehat{AB} 上一点，则 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$.



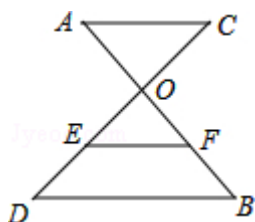
14. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $\triangle ABO \cong \triangle ADO$ 。下列结论：

① $AC \perp BD$ ； ② $CB = CD$ ； ③ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ； ④ $DA = DC$ 。

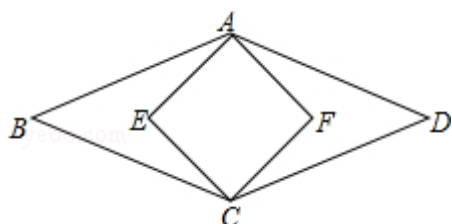
其中所有正确结论的序号是 _____。



15. 如图， AB 、 CD 相交于点 O ， $OC = 2$ ， $OD = 3$ ， $AC \parallel BD$ ， EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线，且 $EF = 2$ ，则 AC 的长为 _____。



16. 如图，菱形 $ABCD$ 的面积为 120cm^2 ，正方形 $AECF$ 的面积为 50cm^2 ，则菱形的边长为 _____ cm 。



三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 解不等式组 $\begin{cases} 3x+1 \leq 2(x+1) \\ -x < 5x+12 \end{cases}$ ，并写出它的整数解.

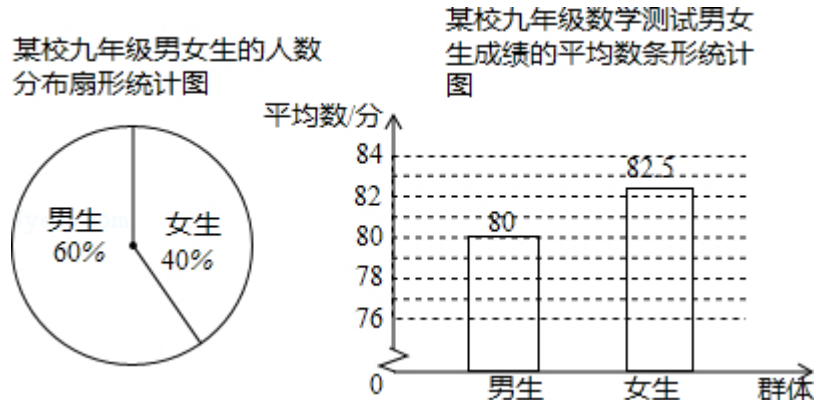
18. 计算 $\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}$.

19. 某校九年级有 24 个班，共 1000 名学生，他们参加了一次数学测试，学校统计了所有学生的成绩，得到下列统计图.

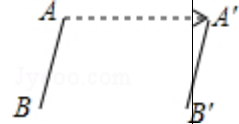
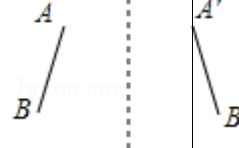
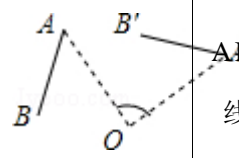
(1) 求该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数；

(2) 下列关于本次数学测试说法正确的是 ()

- A. 九年级学生成绩的众数与平均数相等
- B. 九年级学生成绩的中位数与平均数相等
- C. 随机抽取一个班，该班学生成绩的平均数等于九年级学生成绩的平均数
- D. 随机抽取 300 名学生，可以用他们成绩的平均数估计九年级学生成绩的平均数



20. 我们在学完“平移、轴对称、旋转”三种图形的变化后，可以进行进一步研究，请根据示例图形，完成下表。

图形的变化	示例图形	与对应线段有关的结论	与对应点有关的结论
平移		(1) _____	AA'=BB' AA' // BB'
轴对称		(2) _____	(3) _____
旋转		AB=A'B'; 对应线段 AB 和 A'B' 所在的直线相交所成的角与旋转角相等或互补.	(4) _____

21. 用两种方法证明“三角形的外角和等于 360°”.

如图， $\angle BAE$ 、 $\angle CBF$ 、 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的三个外角.

求证 $\angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ$.

证法 1: \because _____,

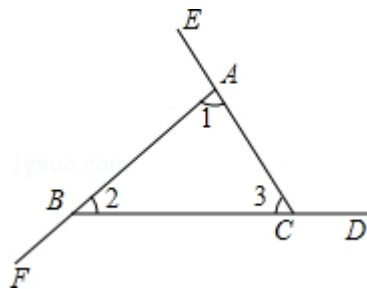
$$\therefore \angle BAE + \angle 1 + \angle CBF + \angle 2 + \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3).$$

\because _____,

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

请把证法 1 补充完整，并用不同的方法完成证法 2.



22. 某景区 7 月 1 日 - 7 月 7 日一周天气预报如图，小丽打算选择这期间的一天或两天去该景区旅游，求下列事件的概率：

- (1) 随机选择一天，恰好天气预报是晴；
- (2) 随机选择连续两天，恰好天气预报都是晴。

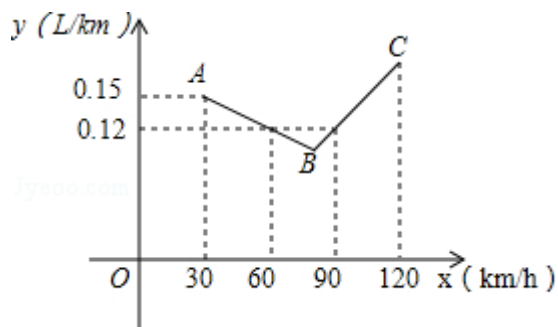
日期	天气
7月1日	晴
7月2日	晴
7月3日	雨
7月4日	阴
7月5日	晴
7月6日	晴
7月7日	阴

23. 如图中的折线 ABC 表示某汽车的耗油量 y (单位: L/km) 与速度 x (单位: km/h) 之间的函数关系 ($30 \leq x \leq 120$), 已知线段 BC 表示的函数关系中, 该汽车的速度每增加 1km/h, 耗油量增加 0.002L/km.

(1) 当速度为 50km/h、100km/h 时, 该汽车的耗油量分别为 _____ L/km、_____ L/km.

(2) 求线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式.

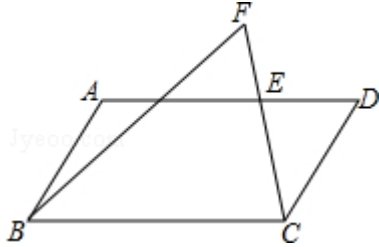
(3) 速度是多少时, 该汽车的耗油量最低? 最低是多少?



24. 如图，在 $\square ABCD$ 中，E 是 AD 上一点，延长 CE 到点 F，使 $\angle FBC = \angle DCE$.

(1) 求证： $\angle D = \angle F$;

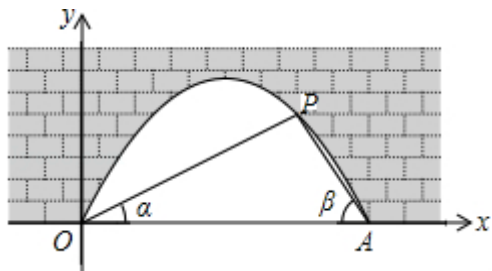
(2) 用直尺和圆规在 AD 上作出一点 P，使 $\triangle BPC \sim \triangle CDP$ (保留作图的痕迹，不写作法).



25. 图中是抛物线拱桥，P 处有一照明灯，水面 OA 宽 4m，从 O、A 两处观测 P 处，仰角分别为 α 、 β ，且 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ， $\tan \beta = \frac{3}{2}$ ，以 O 为原点，OA 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.

(1) 求点 P 的坐标;

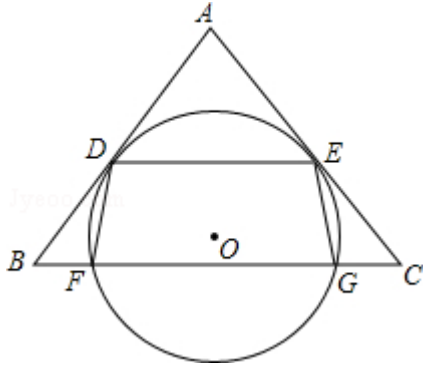
(2) 水面上升 1m，水面宽多少 ($\sqrt{2}$ 取 1.41，结果精确到 0.1m) ?



26. 如图， O 是 $\triangle ABC$ 内一点， $\odot O$ 与 BC 相交于 F 、 G 两点，且与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E ， $DE \parallel BC$ ，连接 DF 、 EG 。

(1) 求证： $AB=AC$ 。

(2) 已知 $AB=10$ ， $BC=12$ ，求四边形 $DFGE$ 是矩形时 $\odot O$ 的半径。



27. 如图，把函数 $y=x$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 2 倍，横坐标不变，得到函数 $y=2x$ 的图象；也可以把函数 $y=x$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=2x$ 的图象。

类似地，我们可以认识其他函数。

(1) 把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 _____ 倍，横坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象；也可以把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 _____ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象。

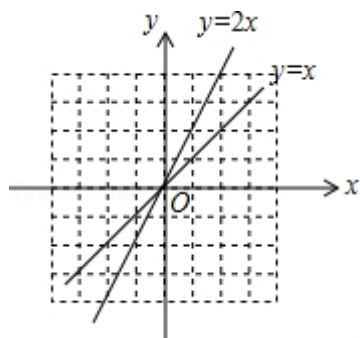
(2) 已知下列变化：①向下平移 2 个单位长度；②向右平移 1 个单位长度；③向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度；④纵坐标变为原来的 4 倍，横坐标不变；⑤横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变；⑥横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变。

(I) 函数 $y=x^2$ 的图象上所有的点经过 ④ → ② → ①, 得到函数 _____ 的图象;

(II) 为了得到函数 $y = -\frac{1}{4}(x-1)^2 - 2$ 的图象, 可以把函数 $y = -x^2$ 的图象上所有的点 _____.

A. ① → ⑤ → ③ B. ① → ⑥ → ③ C. ① → ② → ⑥ D. ① → ③ → ⑥

(3) 函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象可以经过怎样的变化得到函数 $y = -\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图象? (写出一种即可)



参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分，在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 为了方便市民出行，提倡低碳交通，近几年南京市大力发展公共自行车系统，根据规划，全市公共自行车总量明年将达 70000 辆，用科学记数法表示 70000 是（ ）

A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 70×10^3

【解答】解：70000 = 7×10^4 ，

故选：B.

2. 数轴上点 A、B 表示的数分别是 5、-3，它们之间的距离可以表示为（ ）

A. $-3+5$ B. $-3-5$ C. $|-3+5|$ D. $|-3-5|$

【解答】解： \because 点 A、B 表示的数分别是 5、-3，

\therefore 它们之间的距离 = $|-3-5|=8$ ，

故选：D.

3. 下列计算中，结果是 a^6 的是（ ）

A. a^2+a^4 B. $a^2 \cdot a^3$ C. $a^{12} \div a^2$ D. $(a^2)^3$

【解答】解： $\because a^2+a^4 \neq a^6$ ，

\therefore 选项 A 的结果不是 a^6 ；

$\because a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，

\therefore 选项 B 的结果不是 a^6 ；

$\because a^{12} \div a^2 = a^{10}$ ，

\therefore 选项 C 的结果不是 a^6 ；

$\because (a^2)^3 = a^6$ ，

\therefore 选项 D 的结果是 a^6 。

故选：D.

4. 下列长度的三条线段能组成钝角三角形的是（ ）

A. 3, 4, 4 B. 3, 4, 5 C. 3, 4, 6 D. 3, 4, 7

【解答】解：A、因为 $3^2+4^2 > 4^2$ ，所以三条线段能组成锐角三角形，不符合题意；

B、因为 $3^2+4^2=5^2$ ，所以三条线段能组成直角三角形，不符合题意；

C、因为 $3+4 > 7$ ，且 $3^2+4^2 < 6^2$ ，所以三条线段能组成钝角三角形，符合题意；

D、因为 $3+4=7$ ，所以三条线段不能组成三角形，不符合题意。

故选：C.

5. 已知正六边形的边长为 2，则它的内切圆的半径为 ()

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

【解答】解：如图，连接 OA、OB，OG；

∵ 六边形 ABCDEF 是边长为 2 的正六边形，

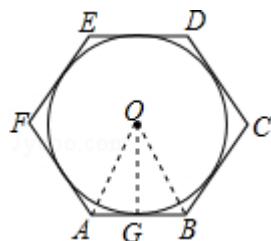
∴ $\triangle OAB$ 是等边三角形，

∴ $OA=AB=2$ ，

∴ $OG=OA \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ，

∴ 边长为 2 的正六边形的内切圆的半径为 $\sqrt{3}$ 。

故选 B.



6. 若一组数据 2, 3, 4, 5, x 的方差与另一组数据 5, 6, 7, 8, 9 的方差相等，则 x 的值为 ()

A. 1 B. 6 C. 1 或 6 D. 5 或 6

【解答】解：∵ 一组数据 2, 3, 4, 5, x 的方差与另一组数据 5, 6, 7, 8, 9，

∴ 这组数据可能是 2, 3, 4, 5, 6 或 1, 2, 3, 4, 5，

∴ $x=1$ 或 6，

故选 C.

二、填空题 (本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

7. 化简： $\sqrt{8}=\underline{2\sqrt{2}}$ ； $\sqrt[3]{8}=\underline{2}$ 。

【解答】解： $\sqrt{8}=\sqrt{2\times 4}=2\sqrt{2}$ ；

$$\sqrt[3]{8}=2.$$

故答案为： $2\sqrt{2}$ ；2。

8. 若式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{x\geq 1}$ 。

【解答】解： \because 式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x-1\geq 0,$$

解得 $x\geq 1$ 。

故答案为： $x\geq 1$ 。

9. 分解因式： $2a(b+c)-3(b+c)=\underline{(b+c)(2a-3)}$ 。

【解答】解：原式 $= (b+c)(2a-3)$ ，

故答案为： $(b+c)(2a-3)$ 。

10. 比较大小： $\sqrt{5}-3 \underline{<} \frac{\sqrt{5}-2}{2}$ 。

【解答】解： $\because 4 < 5 < 9$ ，

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3,$$

$$\therefore \sqrt{5}-3 < 0, \sqrt{5}-2 > 0,$$

$$\therefore \sqrt{5}-3 < \frac{\sqrt{5}-2}{2}.$$

故答案为： $<$ 。

11. 分式方程 $\frac{1}{x-2}=\frac{3}{x}$ 的解是 $\underline{3}$ 。

【解答】解：去分母得： $x=3(x-2)$ ，

去括号得： $x=3x-6$ ，

解得： $x=3$ ，

经检验 $x=3$ 是分式方程的解。

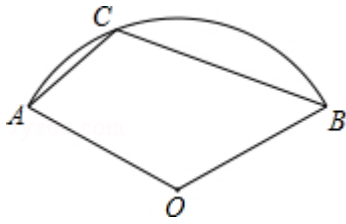
12. 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2-4x+m=0$ 的两个根，且 $x_1+x_2-x_1x_2=1$ ，则 $x_1+x_2=\underline{4}$ ， $m=\underline{3}$ 。

【解答】解： $\because x_1$ 、 x_2 是方程 $x^2-4x+m=0$ 的两个根，

$$\therefore x_1+x_2=-\frac{b}{a}=4, x_1x_2=\frac{c}{a}=m.$$

$\because x_1+x_2 - x_1x_2=4 - m=1, \therefore m=3$. 故答案为：4；3.

13. 如图，扇形 OAB 的圆心角为 122° ，C 是 \widehat{AB} 上一点，则 $\angle ACB = \underline{119}^\circ$.



【解答】解：如图所示，在 $\odot O$ 上取点 D，连接 AD，BD，

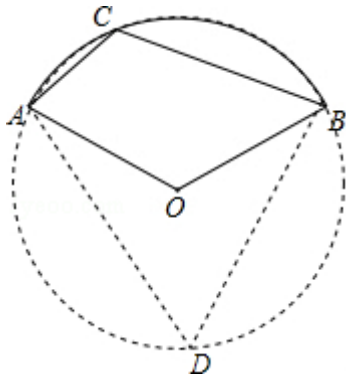
$\because \angle AOB=122^\circ$,

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 122^\circ = 61^\circ$.

\because 四边形 ADBC 是圆内接四边形，

$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ$.

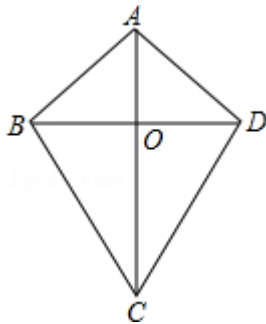
故答案为：119.



14. 如图，四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O， $\triangle ABO \cong \triangle ADO$. 下列结论：

① $AC \perp BD$ ；② $CB=CD$ ；③ $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ；④ $DA=DC$.

其中所有正确结论的序号是 ①②③.



【解答】解： $\because \triangle ABO \cong \triangle ADO$,

$\therefore \angle AOB = \angle AOD = 90^\circ, OB=OD$,

∴ AC ⊥ BD, 故 ① 正确;

∵ 四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O,

∴ ∠COB = ∠COD = 90°,

在 △ABC 和 △ADC 中,

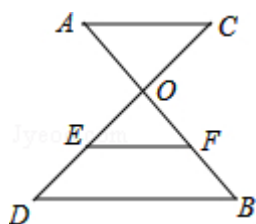
$$\begin{cases} OB=OD \\ \angle BOC=\angle DOC, \\ OC=OC \end{cases}$$

∴ △ABC ≅ △ADC (SAS), 故 ③ 正确

∴ BC = DC, 故 ② 正确;

故答案为 ①②③.

15. 如图, AB、CD 相交于点 O, OC = 2, OD = 3, AC // BD, EF 是 △ODB 的中位线, 且 EF = 2, 则 AC 的长为 $\frac{8}{3}$.



【解答】解: ∵ EF 是 △ODB 的中位线,

∴ DB = 2EF = 2 × 2 = 4,

∵ AC // BD,

∴ △AOC ∽ △BOD,

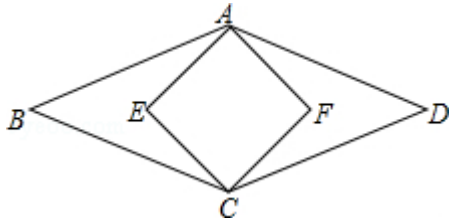
$$\therefore \frac{AC}{DB} = \frac{OC}{OD},$$

$$\text{即 } \frac{AC}{4} = \frac{2}{3},$$

$$\text{解得 } AC = \frac{8}{3}.$$

故答案为: $\frac{8}{3}$.

16. 如图, 菱形 ABCD 的面积为 120cm^2 , 正方形 AECF 的面积为 50cm^2 , 则菱形的边长为 13 cm.



【解答】解：因为正方形 AECF 的面积为 50cm^2 ，

所以 $AC = \sqrt{2 \times 50} = 10\text{cm}$ ，

因为菱形 ABCD 的面积为 120cm^2 ，所以 $BD = \frac{2 \times 120}{10} = 24\text{cm}$ ，

所以菱形的边长 $= \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + \left(\frac{24}{2}\right)^2} = 13\text{cm}$ 。故答案为：13。

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 解不等式组 $\begin{cases} 3x+1 \leq 2(x+1) \\ -x < 5x+12 \end{cases}$ ，并写出它的整数解。

【解答】解：解不等式 $3x+1 \leq 2(x+1)$ ，得： $x \leq 1$ ，

解不等式 $-x < 5x+12$ ，得： $x > -2$ ，

则不等式组的解集为： $-2 < x \leq 1$ ，

则不等式组的整数解为 -1 、 0 、 1 。

18. 计算 $\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}$ 。

【解答】解： $\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}$
 $= \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{3a-1}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{(a-1)^2}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a-1}{a+1}$ 。

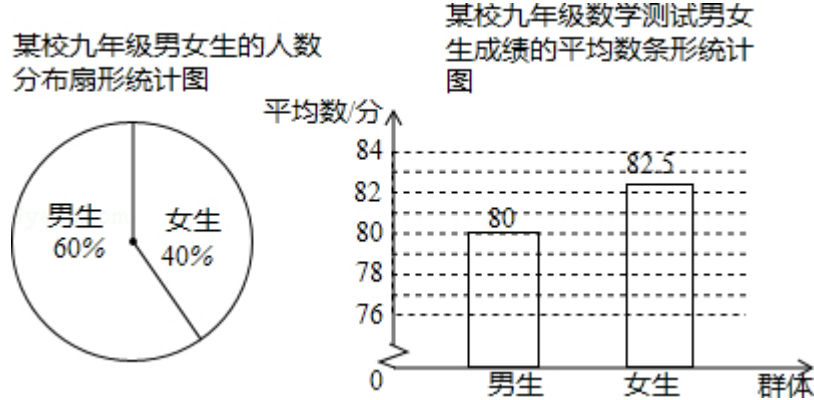
19. 某校九年级有 24 个班，共 1000 名学生，他们参加了一次数学测试，学校统计了所有学生的成绩，得到下列统计图。

(1) 求该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数；

(2) 下列关于本次数学测试说法正确的是 ()

A. 九年级学生成绩的众数与平均数相等

- B. 九年级学生成绩的中位数与平均数相等
- C. 随机抽取一个班，该班学生成绩的平均数等于九年级学生成绩的平均数
- D. 随机抽取 300 名学生，可以用他们成绩的平均数估计九年级学生成绩的平均数

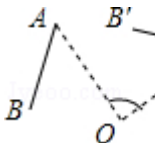


【解答】解：(1) 根据题意得： $(80 \times 1000 \times 60\% + 82.5 \times 1000 \times 40\%) \div 1000 = 81$ (分)，
答：该校九年级学生本次数学测试成绩的平均数是 81 分；

- (2) A、根据统计图不能求出九年级学生成绩的众数，故本选项错误；
- B. 根据统计图不能求出九年级学生成绩的中位数，故本选项错误；
- C. 随机抽取一个班，该班学生成绩的平均数比一定等于九年级学生成绩的平均数，故本选项错误；
- D. 随机抽取 300 名学生，可以用他们成绩的平均数估计九年级学生成绩的平均数，故本选项正确；故选 D.

20. 我们在学完“平移、轴对称、旋转”三种图形的变化后，可以进行进一步研究，请根据示例图形，完成下表.

图形的变化	示例图形	与对应线段有关的结论	与对应点有关的结论
平移		(1) <u>$AA' \parallel BB'$, $AA' = BB'$; 平移前后的对应线段相等且平行.</u>	$AA' = BB'$ $AA' \parallel BB'$
轴对称		(2) <u>$AB = A'B'$; 对应线段 AB 和 A'B' 所在的直线如果相交，交点在对称轴 l 上.</u>	(3) <u> </u> <u>$AB = A'B'$</u>

旋转		$AB=A'B'$; 对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线相交所成的角与旋转角相等或互补.	(4) <u> </u> $OA=OA'$, $\angle AOA'=\angle BOB'$ <u> </u>
----	---	--	---

【解答】解：(1) 平移的性质： $AA' \parallel BB'$ ， $AA'=BB'$ ；平移前后的对应线段相等且平行；

(2) 轴对称的性质： $AA'=BB'$ ；对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线如果相交，交点在对称轴 l 上.

(3) $AB=A'B'$ ； l 垂直平分 AA' .

(4) $OA=OA'$ ， $\angle AOA'=\angle BOB'$.

故答案为： $AA' \parallel BB'$ ， $AA'=BB'$ ；平移前后的对应线段相等且平行； $AA'=BB'$ ；对应线段 AB 和 $A'B'$ 所在的直线如果相交，交点在对称轴 l 上； $AB=A'B'$ ， $OA=OA'$ ， $\angle AOA'=\angle BOB'$.

21. 用两种方法证明“三角形的外角和等于 360° ”.

如图， $\angle BAE$ 、 $\angle CBF$ 、 $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的三个外角.

求证 $\angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ$.

证法 1: \because 平角等于 180° ,

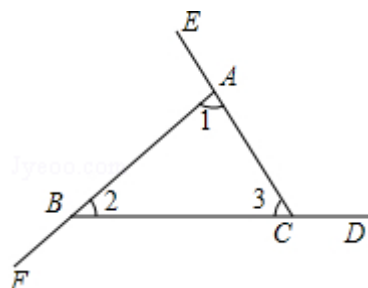
$$\therefore \angle BAE + \angle 1 + \angle CBF + \angle 2 + \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3).$$

\because $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

请把证法 1 补充完整，并用不同的方法完成证法 2.



【解答】证明：证法 1: \because 平角等于 180° ,

$$\therefore \angle BAE + \angle 1 + \angle CBF + \angle 2 + \angle ACD + \angle 3 = 180^\circ \times 3 = 540^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3).$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

证法 2: $\because \angle BAE = \angle 2 + \angle 3, \angle CBF = \angle 1 + \angle 3, \angle ACD = \angle 1 + \angle 2,$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3),$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CBF + \angle ACD = 360^\circ.$$

故答案为: 平角等于 $180^\circ, \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ.$

22. 某景区 7 月 1 日 - 7 月 7 日一周天气预报如图, 小丽打算选择这期间的一天或两天去该景区旅游, 求下列事件的概率:

- (1) 随机选择一天, 恰好天气预报是晴;
- (2) 随机选择连续的两天, 恰好天气预报都是晴.

日期	天气
7月1日	晴
7月2日	晴
7月3日	雨
7月4日	阴
7月5日	晴
7月6日	晴
7月7日	阴

【解答】解: (1) \because 天气预报是晴的有 4 天,

\therefore 随机选择一天, 恰好天气预报是晴的概率为: $\frac{4}{7}$;

(2) \because 随机选择连续的两天等可能的结果有: 晴晴, 晴雨, 雨阴, 阴晴, 晴晴, 晴阴,

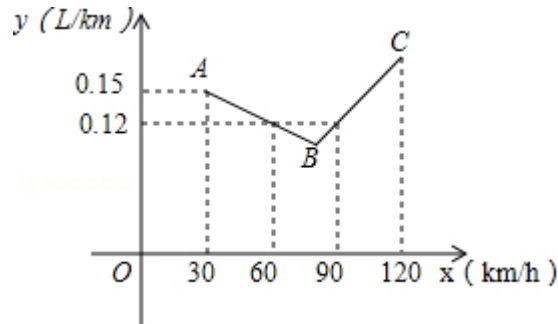
\therefore 随机选择连续的两天, 恰好天气预报都是晴的概率为: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

23. 如图中的折线 ABC 表示某汽车的耗油量 y (单位: L/km) 与速度 x (单位: km/h) 之间的函数关系 ($30 \leq x \leq 120$), 已知线段 BC 表示的函数关系中, 该汽车的速度每增加 1km/h, 耗油量增加 0.002L/km.

(1) 当速度为 50km/h、100km/h 时，该汽车的耗油量分别为 0.13 L/km、0.14 L/km.

(2) 求线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式.

(3) 速度是多少时，该汽车的耗油量最低？最低是多少？



【解答】解：(1) 设 AB 的解析式为： $y=kx+b$,

把 (30, 0.15) 和 (60, 0.12) 代入 $y=kx+b$ 中得：

$$\begin{cases} 30k+b=0.15 \\ 60k+b=0.12 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{1000} \\ b=0.18 \end{cases}$$

$$\therefore AB: y = -0.001x + 0.18,$$

$$\text{当 } x=50 \text{ 时, } y = -0.001 \times 50 + 0.18 = 0.13,$$

$$\text{由线段 BC 上一点坐标 } (90, 0.12) \text{ 得: } 0.12 + (100 - 90) \times 0.002 = 0.14,$$

故答案为：0.13, 0.14;

(2) 由 (1) 得：线段 AB 的解析式为： $y = -0.001x + 0.18$;

(3) 设 BC 的解析式为： $y=kx+b$,

把 (90, 0.12) 和 (100, 0.14) 代入 $y=kx+b$ 中得：

$$\begin{cases} 90k+b=0.12 \\ 100k+b=0.14 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=0.002 \\ b=-0.06 \end{cases},$$

$$\therefore BC: y = 0.002x - 0.06,$$

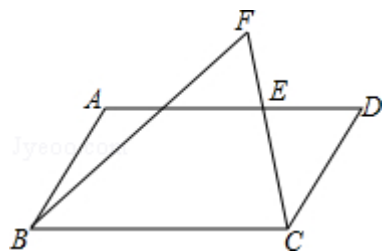
$$\text{根据题意得} \begin{cases} y = -0.001x + 0.18 \\ y = 0.002x - 0.06 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=80 \\ y=0.1 \end{cases},$$

答：速度是 80km/h 时，该汽车的耗油量最低，最低是 0.1L/km.

24. 如图，在 $\square ABCD$ 中，E 是 AD 上一点，延长 CE 到点 F，使 $\angle FBC = \angle DCE$.

(1) 求证： $\angle D = \angle F$;

(2) 用直尺和圆规在 AD 上作出一点 P, 使 $\triangle BPC \sim \triangle CDP$ (保留作图的痕迹, 不写作法).



【解答】(1) 证明: BE 交 AD 于 G, 如图,

\because 四边形 ABCD 为平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle FBC = \angle FGE$,

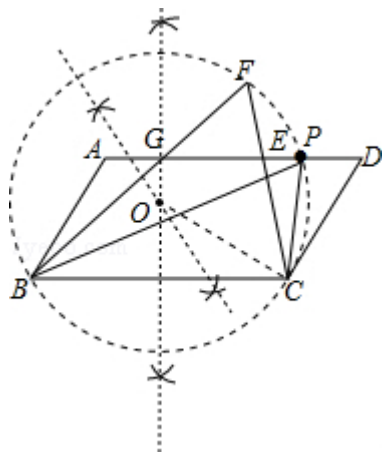
而 $\angle FBC = \angle DCE$,

$\therefore \angle FGE = \angle DCE$,

$\therefore \angle GEF = \angle DEC$,

$\therefore \angle D = \angle F$;

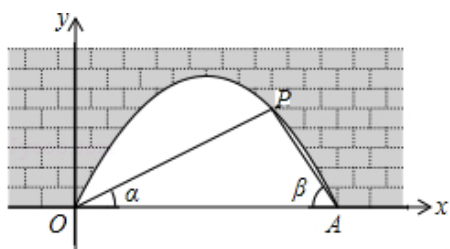
(2) 解: 如图, 点 P 为所作.



25. 图中是抛物线拱桥, P 处有一照明灯, 水面 OA 宽 4m, 从 O、A 两处观测 P 处, 仰角分别为 α 、 β , 且 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = \frac{3}{2}$, 以 O 为原点, OA 所在直线为 x 轴建立直角坐标系.

(1) 求点 P 的坐标;

(2) 水面上升 1m, 水面宽多少 ($\sqrt{2}$ 取 1.41, 结果精确到 0.1m) ?



【解答】解：（1）过点 P 作 $PH \perp OA$ 于 H，如图．

设 $PH=3x$ ，

在 $Rt\triangle OHP$ 中，

$$\therefore \tan \alpha = \frac{PH}{OH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OH=6x.$$

在 $Rt\triangle AHP$ 中，

$$\therefore \tan \beta = \frac{PH}{AH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AH=2x,$$

$$\therefore OA=OH+AH=8x=4,$$

$$\therefore x=\frac{1}{2},$$

$$\therefore OH=3, PH=\frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(3, \frac{3}{2}\right);$$

（2）若水面上升 1m 后到达 BC 位置，如图，

过点 $O(0, 0)$ ， $A(4, 0)$ 的抛物线的解析式可设为 $y=ax(x-4)$ ，

$\therefore P\left(3, \frac{3}{2}\right)$ 在抛物线 $y=ax(x-4)$ 上，

$$\therefore 3a(3-4) = \frac{3}{2},$$

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{2},$$

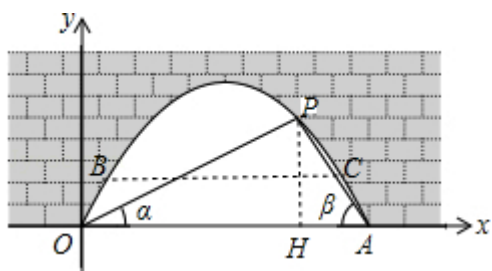
$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x(x-4).$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x(x-4) = 1,$$

$$\text{解得 } x_1=2+\sqrt{2}, x_2=2-\sqrt{2},$$

$$\therefore BC = (2+\sqrt{2}) - (2-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} = 2 \times 1.41 = 2.82 \approx 2.8.$$

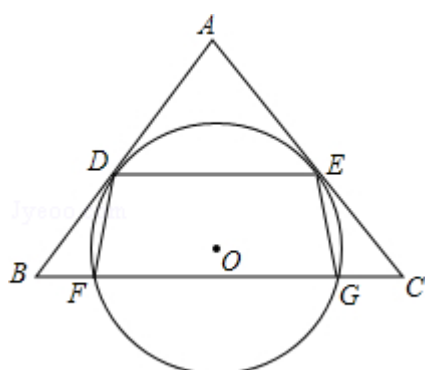
答：水面上升 1m，水面宽约为 2.8 米．



26. 如图， O 是 $\triangle ABC$ 内一点， $\odot O$ 与 BC 相交于 F 、 G 两点，且与 AB 、 AC 分别相切于点 D 、 E ， $DE \parallel BC$ ，连接 DF 、 EG 。

(1) 求证： $AB=AC$ 。

(2) 已知 $AB=10$ ， $BC=12$ ，求四边形 $DFGE$ 是矩形时 $\odot O$ 的半径。



【解答】 (1) 证明： $\because AD$ 、 AE 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore AD=AE$ ，

$\therefore \angle ADE=\angle AED$ ，

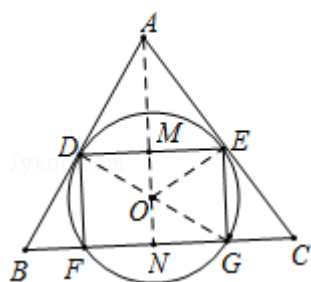
$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADE=\angle B$ ， $\angle AED=\angle C$ ，

$\therefore \angle B=\angle C$ ，

$\therefore AB=AC$ ；

(2) 解：如图，连接 AO ，交 DE 于点 M ，延长 AO 交 BC 于点 N ，连接 OE 、 DG ，设 $\odot O$ 半径为 r ，



∵ 四边形 DFGE 是矩形，

$$\therefore \angle DFG = 90^\circ,$$

∴ DG 是 ⊙O 直径，

∵ ⊙O 与 AB、AC 分别相切于点 D、E，

$$\therefore OD \perp AB, OE \perp AC,$$

$$\therefore OD = OE, OE \perp AC,$$

$$\therefore OD = OE.$$

∴ AN 平分 ∠BAC，∵ AB = AC，

$$\therefore AN \perp BC, BN = \frac{1}{2}BC = 6,$$

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ABN \text{ 中, } AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

$$\therefore OD \perp AB, AN \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle ANB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle BAN,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle ABN,$$

$$\therefore \frac{OD}{BN} = \frac{AD}{AN}, \text{ 即 } \frac{r}{6} = \frac{AD}{8},$$

$$\therefore AD = \frac{4}{3}r,$$

$$\therefore BD = AB - AD = 10 - \frac{4}{3}r,$$

$$\therefore OD \perp AB,$$

$$\therefore \angle GDB = \angle ANB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle GBD \sim \triangle ABN,$$

$$\therefore \frac{BD}{BN} = \frac{GD}{AN}, \text{ 即 } \frac{10 - \frac{4}{3}r}{6} = \frac{2r}{8},$$

$$\therefore r = \frac{60}{17},$$

∴ 四边形 DFGE 是矩形时 ⊙O 的半径为 $\frac{60}{17}$.

27. 如图，把函数 $y=x$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 2 倍，横坐标不变，得到函数 $y=2x$ 的图象；也可以把函数 $y=x$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=2x$ 的图象。

类似地，我们可以认识其他函数。

(1) 把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 6 倍，横坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象；也可以把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 6 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象。

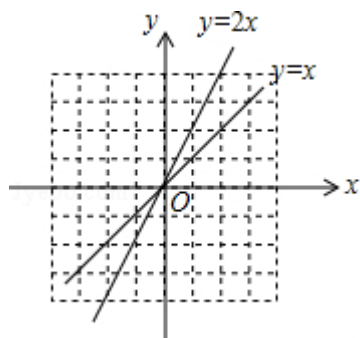
(2) 已知下列变化：①向下平移 2 个单位长度；②向右平移 1 个单位长度；③向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度；④纵坐标变为原来的 4 倍，横坐标不变；⑤横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变；⑥横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变。

(I) 函数 $y=x^2$ 的图象上所有的点经过 ④→②→①，得到函数 $y=4(x-1)^2-2$ 的图象；

(II) 为了得到函数 $y=-\frac{1}{4}(x-1)^2-2$ 的图象，可以把函数 $y=-x^2$ 的图象上所有的点 C。

A. ①→⑤→③ B. ①→⑥→③ C. ①→②→⑥ D. ①→③→⑥

(3) 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象可以经过怎样的变化得到函数 $y=-\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图象？(写出一种即可)



【解答】解：(1) 把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的纵坐标变为原来的 6 倍，横坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象；也可以把函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 6 倍，纵坐标不变，得到函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象。

(2) 已知下列变化：①向下平移 2 个单位长度；②向右平移 1 个单位长度；
 ③向右平移 $\frac{1}{2}$ 个单位长度；④纵坐标变为原来的 4 倍，横坐标不变；⑤横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变；⑥横坐标变为原来的 2 倍，纵坐标不变。

(I) 函数 $y=x^2$ 的图象上所有的点经过④→②→①，得到函数的图象 $y=4(x-1)^2-2$ ；

(II) 为了得到函数 $y=-\frac{1}{4}(x-1)^2-2$ 的图象，可以把函数 $y=-x^2$ 的图象上所有的点 (D)。

A. ①→⑤→③ B. ①→⑥→③ C. ①→②→⑥ D. ①→③→⑥

$$(3) \because y = -\frac{2x+1}{2x+4} = \frac{-2x-4+3}{2x+4} = \frac{3}{2(x+2)} - 1,$$

\therefore 函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象先将纵坐标变为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍，横坐标不变；再向左平移 2 个单位，向下平移 1 个单位即可得到函数 $y=-\frac{2x+1}{2x+4}$ 的图象。

故答案为 6, 6; $y=4(x-1)^2-2$; D.