

2017 年江苏省连云港市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上。

1. (3 分) 2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

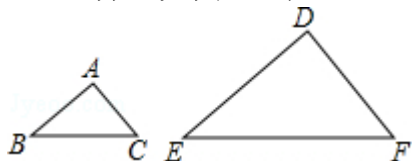
2. (3 分) 计算 $a \cdot a^2$ 的结果是 ()

- A. a B. a^2 C. $2a^2$ D. a^3

3. (3 分) 小广、小娇分别统计了自己近 5 次数学测试成绩，下列统计量中能用来比较两人成绩稳定性的是 ()

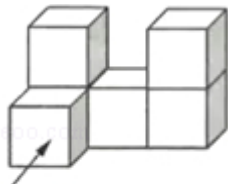
- A. 方差 B. 平均数 C. 众数 D. 中位数

4. (3 分) 如图，已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ， $AB:DE=1:2$ ，则下列等式一定成立的是 ()



- A. $\frac{BC}{DF} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{\angle A \text{ 的度数}}{\angle D \text{ 的度数}} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{\triangle ABC \text{ 的面积}}{\triangle DEF \text{ 的面积}} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{\triangle ABC \text{ 的周长}}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = \frac{1}{2}$

5. (3 分) 由 6 个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，比较它的正视图、左视图和俯视图的面积，则 ()



从正面看

A. 三个视图的面积一样大 B. 主视图的面积最小

C. 左视图的面积最小 D. 俯视图的面积最小

6. (3 分) 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述正确的是 ()

A. 在数轴上不存在表示 $\sqrt{8}$ 的点

B. $\sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$

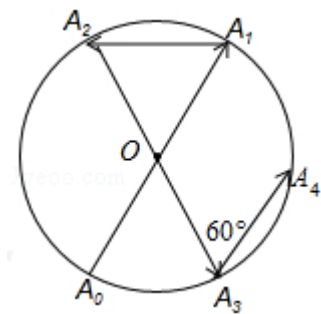
C. $\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

D. 与 $\sqrt{8}$ 最接近的整数是 3

7. (3 分) 已知抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 过 A (-2, y_1)、B (1, y_2) 两点，则下列关系式一定正确的是 ()

A. $y_1 > 0 > y_2$ B. $y_2 > 0 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_2 > y_1 > 0$

8. (3 分) 如图所示，一动点从半径为 2 的 $\odot O$ 上的 A_0 点出发，沿着射线 A_0O 方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_1 处，再向左沿着与射线 A_1O 夹角为 60° 的方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_2 处；接着又从 A_2 点出发，沿着射线 A_2O 方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_3 处，再向右沿着与射线 A_3O 夹角为 60° 的方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_4 处； \dots 按此规律运动到点 A_{2017} 处，则点 A_{2017} 与点 A_0 间的距离是 ()



- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. 0

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上。

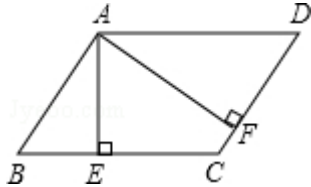
9. (3分) 分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围为_____.

10. (3分) 计算 $(a-2)(a+2) =$ _____.

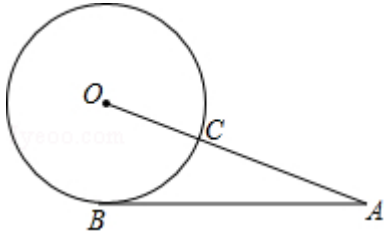
11. (3分) 截至今年 4 月底，连云港市中哈物流合作基地累计完成货物进、出场量 6800000 吨，数据 6800000 用科学记数法可表示为_____.

12. (3分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是_____.

13. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F . 若 $\angle EAF = 56^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____°.

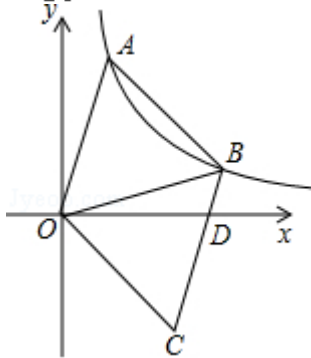


14. (3分) 如图，线段 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B ，线段 AO 与 $\odot O$ 相交于点 C ， $AB = 12$ ， $AC = 8$ ，则 $\odot O$ 的半径长为_____.



15. (3分) 设函数 $y = \frac{3}{x}$ 与 $y = -2x - 6$ 的图象的交点坐标为 (a, b) ，则 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$ 的值是_____.

16. (3分) 如图，已知等边三角形 OAB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象交于 A, B 两点，将 $\triangle OAB$ 沿直线 OB 翻折，得到 $\triangle OCB$ ，点 A 的对应点为点 C ，线段 CB 交 x 轴于点 D ，则 $\frac{BD}{DC}$ 的值为_____。(已知 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$)



三、解答题：本大题共 11 小题，共 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (6分) 计算： $-(-1) - \sqrt[3]{8} + (\pi - 3.14)^0$.

18. (6分) 化简： $\frac{1}{a^2 - a} \cdot \frac{a-1}{a}$.

19. (6分) 解不等式组： $\begin{cases} -3x+1 < 4 \\ 3x-2(x-1) \leq 6 \end{cases}$.

20. (8分) 某校举行了“文明在我身边”摄影比赛. 已知每幅参赛作品成绩记为 x 分 ($60 \leq$

$x \leq 100$). 校方从 600 幅参赛作品中随机抽取了部分参赛作品, 统计了它们的成绩, 并绘制了如下不完整的统计图表.

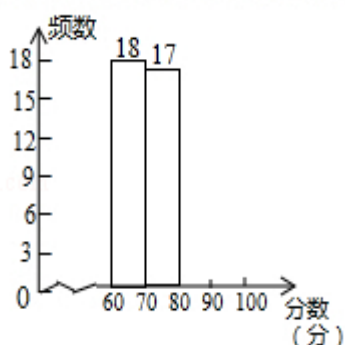
“文明在我身边”摄影比赛成绩统计表

| 分数段 | 频数 | 频率 |
|----------------------|----|------|
| $60 \leq x < 70$ | 18 | 0.36 |
| $70 \leq x < 80$ | 17 | c |
| $80 \leq x < 90$ | a | 0.24 |
| $90 \leq x \leq 100$ | b | 0.06 |
| 合计 | | 1 |

根据以上信息解答下列问题:

- (1) 统计表中 c 的值为_____；样本成绩的中位数落在分数段_____中；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若 80 分以上（含 80 分）的作品将被组织展评，试估计全校被展评作品数量是多少？

“文明在我身边”摄影比赛成绩频数分布直方图

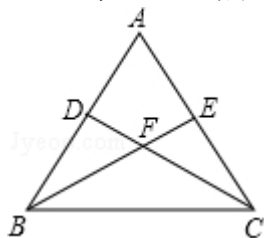


21. (10 分) 为落实“垃圾分类”，环卫部门要求垃圾要按 A, B, C 三类分别装袋、投放，其中 A 类指废电池，过期药品等有毒垃圾，B 类指剩余食品等厨余垃圾，C 类指塑料、废纸等可回收垃圾. 甲投放了一袋垃圾，乙投放了两袋垃圾，这两袋垃圾不同类.

- (1) 直接写出甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率；
- (2) 求乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的概率.

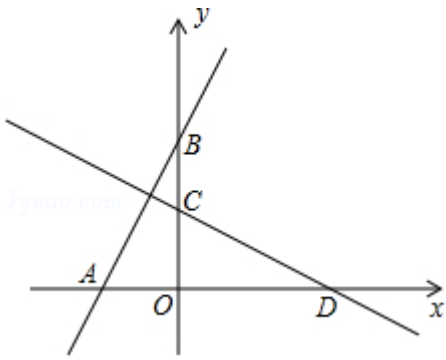
22. (10 分) 如图，已知等腰三角形 ABC 中， $AB=AC$ ，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，且 $AD=AE$ ，连接 BE、CD，交于点 F.

- (1) 判断 $\angle ABE$ 与 $\angle ACD$ 的数量关系，并说明理由；
- (2) 求证：过点 A、F 的直线垂直平分线段 BC.



23. (10 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-2, 0)$ 的直线交 y 轴正半轴于点 B，将直线 AB 绕着点 O 顺时针旋转 90° 后，分别与 x 轴、 y 轴交于点 D、C.

- (1) 若 $OB=4$ ，求直线 AB 的函数关系式；
- (2) 连接 BD，若 $\triangle ABD$ 的面积是 5，求点 B 的运动路径长.



24. (10 分) 某蓝莓种植生产基地产销两旺, 采摘的蓝莓部分加工销售, 部分直接销售, 且当天都能销售完, 直接销售是 40 元/斤, 加工销售是 130 元/斤 (不计损耗). 已知基地雇佣 20 名工人, 每名工人只能参与采摘和加工中的一项工作, 每人每天可以采摘 70 斤或加工 35 斤. 设安排 x 名工人采摘蓝莓, 剩下的工人加工蓝莓.

(1) 若基地一天的总销售收入为 y 元, 求 y 与 x 的函数关系式;

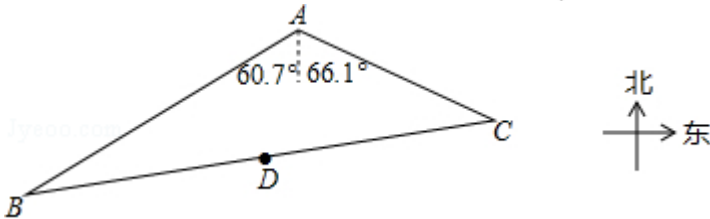
(2) 试求如何分配工人, 才能使一天的销售收入最大? 并求出最大值.

25. (10 分) 如图, 湿地景区岸边有三个观景台 A、B、C. 已知 $AB=1400$ 米, $AC=1000$ 米, B 点位于 A 点的南偏西 60.7° 方向, C 点位于 A 点的南偏东 66.1° 方向.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 景区规划在线段 BC 的中点 D 处修建一个湖心亭, 并修建观景栈道 AD. 试求 A、D 间的距离. (结果精确到 0.1 米)

(参考数据: $\sin 53.2^\circ \approx 0.80$, $\cos 53.2^\circ \approx 0.60$, $\sin 60.7^\circ \approx 0.87$, $\cos 60.7^\circ \approx 0.49$, $\sin 66.1^\circ \approx 0.91$, $\cos 66.1^\circ \approx 0.41$, $\sqrt{2} \approx 1.414$).

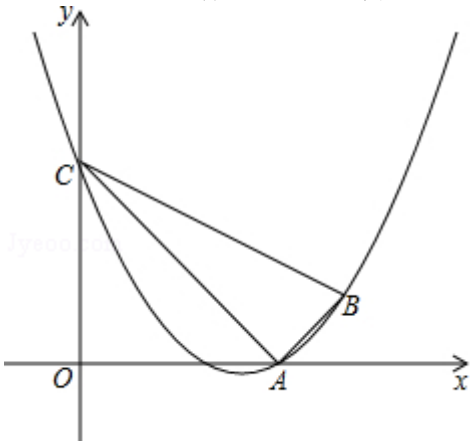


26. (12 分) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+3$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 A (3, 0), B (4, 1), 且与 y 轴交于点 C, 连接 AB、AC、BC.

(1) 求此二次函数的关系式;

(2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状; 若 $\triangle ABC$ 的外接圆记为 $\odot M$, 请直接写出圆心 M 的坐标;

(3) 若将抛物线沿射线 BA 方向平移, 平移后点 A、B、C 的对应点分别记为点 A_1 、 B_1 、 C_1 , $\triangle A_1B_1C_1$ 的外接圆记为 $\odot M_1$, 是否存在某个位置, 使 $\odot M_1$ 经过原点? 若存在, 求出此时抛物线的关系式; 若不存在, 请说明理由.



27. (14 分) 问题呈现:

如图 1, 点 E、F、G、H 分别在矩形 ABCD 的边 AB、BC、CD、DA 上, $AE=DG$, 求证: $2S_{\text{四边形 EFGH}}=S_{\text{矩形 ABCD}}$. (S 表示面积)

实验探究:

某数学实验小组发现: 若图 1 中 $AH \neq BF$, 点 G 在 CD 上移动时, 上述结论会发生变化, 分别过点 E、G 作 BC 边的平行线, 再分别过点 F、H 作 AB 边的平行线, 四条平行线分别相交于点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 , 得到矩形 $A_1B_1C_1D_1$.

如图 2, 当 $AH > BF$ 时, 若将点 G 向点 C 靠近 ($DG > AE$), 经过探索, 发现: $2S_{\text{四边形 EFGH}}=S_{\text{矩形 ABCD}}+S_{\text{矩形 } A_1B_1C_1D_1}$.

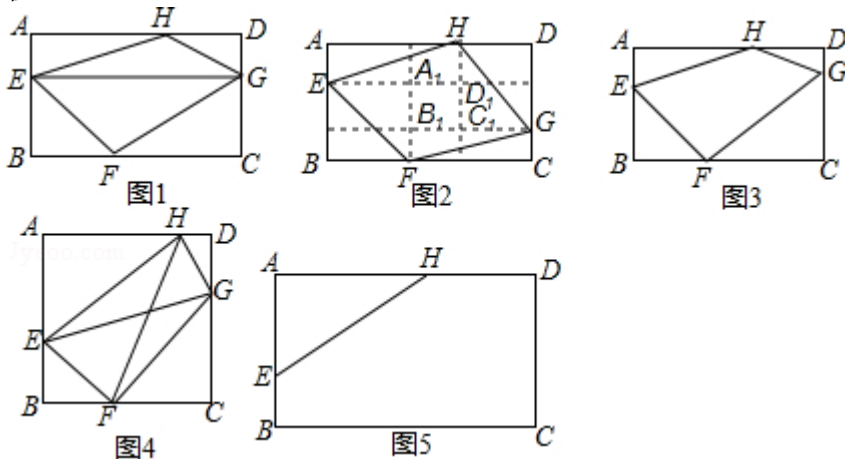
如图 3, 当 $AH > BF$ 时, 若将点 G 向点 D 靠近 ($DG < AE$), 请探索 $S_{\text{四边形 EFGH}}$ 、 $S_{\text{矩形 ABCD}}$ 与 $S_{\text{矩形 } A_1B_1C_1D_1}$ 之间的数量关系, 并说明理由.

迁移应用:

请直接应用“实验探究”中发现的结论解答下列问题:

(1) 如图 4, 点 E、F、G、H 分别是面积为 25 的正方形 ABCD 各边上的点, 已知 $AH > BF$, $AE > DG$, $S_{\text{四边形 EFGH}}=11$, $HF=\sqrt{29}$, 求 EG 的长.

(2) 如图 5, 在矩形 ABCD 中, $AB=3$, $AD=5$, 点 E、H 分别在边 AB、AD 上, $BE=1$, $DH=2$, 点 F、G 分别是边 BC、CD 上的动点, 且 $FG=\sqrt{10}$, 连接 EF、HG, 请直接写出四边形 EFGH 面积的最大值. 945509668(QQ)整理制作 提供全套中考真题、专题



2017年江苏省连云港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共8小题，每小题3分，共24分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上.

1. (3分) 2的绝对值是()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【分析】计算绝对值要根据绝对值的定义求解. 第一步列出绝对值的表达式; 第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

【解答】解: 2的绝对值是2.

故选: B.

945509668(QQ)整理制作 提供全套中考真题、专题

【点评】此题考查了绝对值的性质, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握正数的绝对值是它本身.

2. (3分) 计算 $a \cdot a^2$ 的结果是()

- A. a B. a^2 C. $2a^2$ D. a^3

【分析】根据同底数幂的乘法, 可得答案.

【解答】解: $a \cdot a^2 = a^3$,

故选: D.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法, 熟记法则并根据法则计算是解题关键.

3. (3分) 小广、小娇分别统计了自己近5次数学测试成绩, 下列统计量中能用来比较两人成绩稳定性的是()

- A. 方差 B. 平均数 C. 众数 D. 中位数

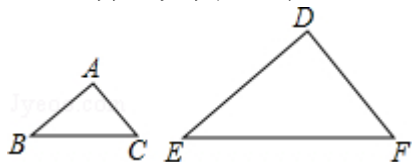
【分析】根据方差的意义: 体现数据的稳定性, 集中程度, 波动性大小; 方差越小, 数据越稳定. 要比较两位同学在五次数学测验中谁的成绩比较稳定, 应选用的统计量是方差.

【解答】解: 由于方差反映数据的波动情况, 应知道数据的方差.

故选: A.

【点评】此题主要考查统计的有关知识, 主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义. 反映数据集中程度的统计量有平均数、中位数、众数方差等, 各有局限性, 因此要对统计量进行合理的选择和恰当的运用.

4. (3分) 如图, 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $AB:DE=1:2$, 则下列等式一定成立的是()



- A. $\frac{BC}{DF} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{\angle A \text{的度数}}{\angle D \text{的度数}} = \frac{1}{2}$
C. $\frac{\triangle ABC \text{的面积}}{\triangle DEF \text{的面积}} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{\triangle ABC \text{的周长}}{\triangle DEF \text{的周长}} = \frac{1}{2}$

【分析】根据相似三角形的性质判断即可.

【解答】解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$,

$$\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{1}{2}, A \text{ 不一定成立};$$

$$\frac{\angle A \text{ 的度数}}{\angle D \text{ 的度数}} = 1, B \text{ 不成立};$$

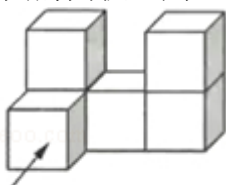
$$\frac{\triangle ABC \text{ 的面积}}{\triangle DEF \text{ 的面积}} = \frac{1}{4}, C \text{ 不成立};$$

$$\frac{\triangle ABC \text{ 的周长}}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = \frac{1}{2}, D \text{ 成立},$$

故选：D.

【点评】 本题考查的是相似三角形的性质，掌握相似三角形的对应角相等，对应边的比相等、相似三角形（多边形）的周长的比等于相似比、相似三角形的面积的比等于相似比的平方是解题的关键.

5. (3分) 由6个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，比较它的正视图、左视图和俯视图的面积，则 ()



从正面看

- A. 三个视图的面积一样大 B. 主视图的面积最小
C. 左视图的面积最小 D. 俯视图的面积最小

【分析】 首先根据立体图形可得俯视图、主视图、左视图所看到的小正方形的个数，再根据所看到的小正方形的个数可得答案.

【解答】 解：主视图有5个小正方形，左视图有3个小正方形，俯视图有4个小正方形，因此左视图的面积最小.

故选：C.

【点评】 此题主要考查了组合体的三视图，关键是注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

6. (3分) 关于 $\sqrt{8}$ 的叙述正确的是 ()

- A. 在数轴上不存在表示 $\sqrt{8}$ 的点 B. $\sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$
C. $\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$ D. 与 $\sqrt{8}$ 最接近的整数是3

【分析】 根据数轴上的点与实数是一一对应的关系，实数的加法法则，算术平方根的计算法则计算即可求解.

【解答】 解：A、在数轴上存在表示 $\sqrt{8}$ 的点，故选项错误；

B、 $\sqrt{8} \neq \sqrt{2} + \sqrt{6}$ ，故选项错误；

C、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，故选项错误；

D、与 $\sqrt{8}$ 最接近的整数是3，故选项正确.

故选：D.

【点评】 考查了实数与数轴，实数的加法，算术平方根，关键是熟练掌握计算法则计算即可求解.

7. (3分) 已知抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 过 A (-2, y_1)、B (1, y_2) 两点，则下列关系式一定正确的是 ()

- A. $y_1 > 0 > y_2$ B. $y_2 > 0 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_2 > y_1 > 0$

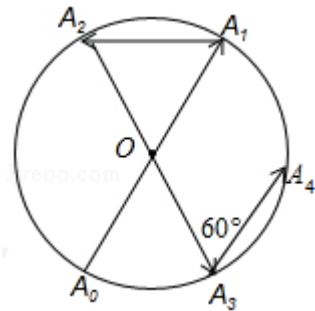
【分析】 依据抛物线的对称性可知：(2, y_1) 在抛物线上，然后依据二次函数的性质解答即可.

可.

【解答】解: \because 抛物线 $y=ax^2$ ($a>0$),
 $\therefore A(-2, y_1)$ 关于 y 轴对称点的坐标为 $(2, y_1)$.
 又 $\because a>0, 0<1<2$,
 $\therefore y_2 < y_1$.
 故选: C.

【点评】本题主要考查的是二次函数的性质, 熟练掌握二次函数的对称性和增减性是解题的关键.

8. (3分) 如图所示, 一动点从半径为 2 的 $\odot O$ 上的 A_0 点出发, 沿着射线 A_0O 方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_1 处, 再向左沿着与射线 A_1O 夹角为 60° 的方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_2 处; 接着又从 A_2 点出发, 沿着射线 A_2O 方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_3 处, 再向右沿着与射线 A_3O 夹角为 60° 的方向运动到 $\odot O$ 上的点 A_4 处; \dots 按此规律运动到点 A_{2017} 处, 则点 A_{2017} 与点 A_0 间的距离是 ()

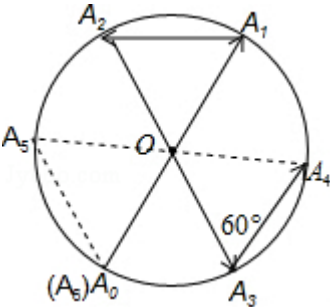


A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. 0

【分析】根据题意求得 $A_0A_1=4, A_0A_2=2\sqrt{3}, A_0A_3=2, A_0A_4=2\sqrt{3}, A_0A_5=2, A_0A_6=0, A_0A_7=4, \dots$ 于是得到 A_{2017} 与 A_1 重合, 即可得到结论.

【解答】解: 如图, $\because \odot O$ 的半径=2,
 由题意得, $A_0A_1=4, A_0A_2=2\sqrt{3}, A_0A_3=2, A_0A_4=2\sqrt{3}, A_0A_5=2, A_0A_6=0, A_0A_7=4, \dots$
 $\because 2017 \div 6 = 336 \dots 1$,
 \therefore 按此规律运动到点 A_{2017} 处, A_{2017} 与 A_1 重合,
 $\therefore A_0A_{2017} = 2R = 4$.

故选 A.



【点评】本题考查了图形的变化类, 等边三角形的性质, 解直角三角形, 正确的作出图形是解题的关键.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 不需要写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

9. (3分) 分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围为 $x \neq 1$.

【分析】分式有意义时, 分母不等于零.

【解答】解：当分母 $x - 1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ 时，分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义。

故答案是： $x \neq 1$ 。

【点评】本题考查了分式有意义的条件。从以下三个方面透彻理解分式的概念：

- (1) 分式无意义 \Leftrightarrow 分母为零；
- (2) 分式有意义 \Leftrightarrow 分母不为零；
- (3) 分式值为零 \Leftrightarrow 分子为零且分母不为零。

10. (3分) 计算 $(a - 2)(a + 2) = \underline{a^2 - 4}$ 。

【分析】根据平方差公式求出即可。

【解答】解： $(a - 2)(a + 2) = a^2 - 4$ ，

故答案为： $a^2 - 4$ 。

【点评】本题考查了平方差公式，能熟记平方差公式的内容是解此题的关键。

11. (3分) 截至今年4月底，连云港市中哈物流合作基地累计完成货物进、出场量 6800000 吨，数据 6800000 用科学记数法可表示为 $\underline{6.8 \times 10^6}$ 。

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【解答】解：将 6800000 用科学记数法表示为： 6.8×10^6 。

故答案为： 6.8×10^6 。

【点评】此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

12. (3分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是 $\underline{1}$ 。

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = 4 - 4m = 0$ ，解之即可得出结论。

【解答】解： \because 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，

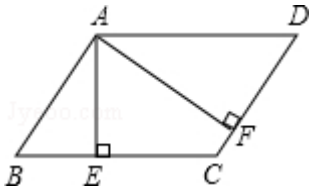
$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4m = 4 - 4m = 0,$$

解得： $m = 1$ 。

故答案为：1。

【点评】本题考查了根的判别式，牢记“当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根”是解题的关键。

13. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F 。若 $\angle EAF = 56^\circ$ ，则 $\angle B = \underline{56}^\circ$ 。



【分析】根据四边形的内角和等于 360° 求出 $\angle C$ ，再根据平行四边形的邻角互补列式计算即可得解。

【解答】解： $\because AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，

$$\therefore \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\text{在四边形 AECF 中，} \angle C = 360^\circ - \angle EAF - \angle AEC - \angle AFC = 360^\circ - 56^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 124^\circ,$$

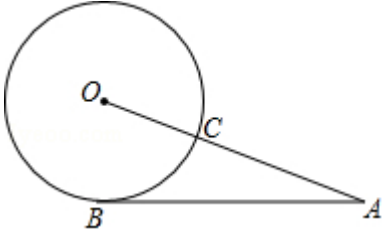
$$\text{在} \square ABCD \text{ 中，} \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ.$$

故答案为：56。

【点评】本题考查了平行四边形的性质，四边形的内角和，熟记平行四边形的邻角互补是解

题的关键.

14. (3分) 如图, 线段 AB 与 $\odot O$ 相切于点 B, 线段 AO 与 $\odot O$ 相交于点 C, $AB=12$, $AC=8$, 则 $\odot O$ 的半径长为 5.



【分析】 连接 OB, 根据切线的性质求出 $\angle ABO=90^\circ$, 在 $\triangle ABO$ 中, 由勾股定理即可求出 $\odot O$ 的半径长.

【解答】 解: 连接 OB,

$\because AB$ 切 $\odot O$ 于 B,

$\therefore OB \perp AB$,

$\therefore \angle ABO=90^\circ$,

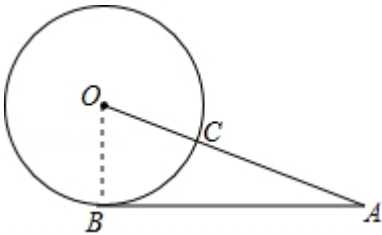
设 $\odot O$ 的半径长为 r,

由勾股定理得:

$$r^2+12^2=(8+r)^2,$$

解得 $r=5$.

故答案为: 5.



【点评】 本题考查了切线的性质和勾股定理的应用, 关键是得出直角三角形 ABO, 主要培养了学生运用性质进行推理的能力.

15. (3分) 设函数 $y=\frac{3}{x}$ 与 $y=-2x-6$ 的图象的交点坐标为 (a, b) , 则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的值是 -2.

【分析】 由两函数的交点坐标为 (a, b) , 将 $x=a, y=b$ 代入反比例解析式, 求出 ab 的值, 代入一次函数解析式, 得出 $2a+b$ 的值, 将所求式子通分并利用同分母分式的加法法则计算后, 把 ab 及 $2a+b$ 的值代入即可求出值.

【解答】 解: \because 函数 $y=\frac{3}{x}$ 与 $y=-2x-6$ 的图象的交点坐标是 (a, b) ,

\therefore 将 $x=a, y=b$ 代入反比例解析式得: $b=\frac{3}{a}$, 即 $ab=3$,

代入一次函数解析式得: $b=-2a-6$, 即 $2a+b=-6$,

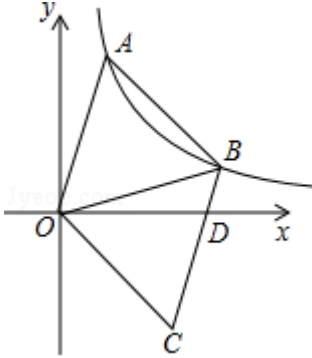
$$\text{则 } \frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\frac{2a+b}{ab}=\frac{-6}{3}=-2,$$

故答案为: -2.

【点评】 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 其中将 $x=a, y=b$ 代入两函数解析式得出关于 a 与 b 的关系式是解本题的关键.

16. (3分) 如图, 已知等边三角形 OAB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0, x>0$) 的图象交于 A、B

两点，将 $\triangle OAB$ 沿直线 OB 翻折，得到 $\triangle OCB$ ，点 A 的对应点为点 C ，线段 CB 交 x 轴于点 D ，则 $\frac{BD}{DC}$ 的值为 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 。（已知 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ）



【分析】作辅助线，构建直角三角形，根据反比例函数的对称性可知：直线 $OM: y=x$ ，求出 $\angle BOF=15^\circ$ ，根据 15° 的正弦列式可以表示 BF 的长，证明 $\triangle BDF \sim \triangle CDN$ ，可得结论。

【解答】解：如图，过 O 作 $OM \perp AB$ 于 M ，

$\because \triangle AOB$ 是等边三角形，

$\therefore AM=BM$ ， $\angle AOM=\angle BOM=30^\circ$ ，

$\therefore A、B$ 关于直线 OM 对称，

$\because A、B$ 两点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ （ $k>0, x>0$ ）的图象上，且反比例函数关于直线 $y=x$ 对称，

\therefore 直线 OM 的解析式为： $y=x$ ，

$\therefore \angle BOD=45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ，

过 B 作 $BF \perp x$ 轴于 F ，过 C 作 $CN \perp x$ 轴于 N ，

$$\sin \angle BOD = \sin 15^\circ = \frac{BF}{OB} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},$$

$\because \angle BOC=60^\circ$ ， $\angle BOD=15^\circ$ ，

$\therefore \angle CON=45^\circ$ ，

$\therefore \triangle CNO$ 是等腰直角三角形，

$\therefore CN=ON$ ，

设 $CN=x$ ，则 $OC=\sqrt{2}x$ ，

$\therefore OB=\sqrt{2}x$ ，

$$\therefore \frac{BF}{\sqrt{2}x} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore BF = \frac{(\sqrt{3}-1)x}{2},$$

$\because BF \perp x$ 轴， $CN \perp x$ 轴，

$\therefore BF \parallel CN$ ，

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle CDN$ ，

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BF}{CN} = \frac{\frac{(\sqrt{3}-1)x}{2}}{x} = \frac{\sqrt{3}-1}{2},$$

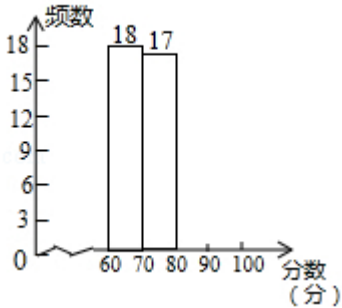
故答案为： $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 。

| | | |
|----------------------|---|------|
| $90 \leq x \leq 100$ | b | 0.06 |
| 合计 | | 1 |

根据以上信息解答下列问题：

- (1) 统计表中 c 的值为 0.34；样本成绩的中位数落在分数段 $70 \leq x < 80$ 中；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若 80 分以上（含 80 分）的作品将被组织展评，试估计全校被展评作品数量是多少？

“文明在我身边”摄影比赛成绩频数分布直方图



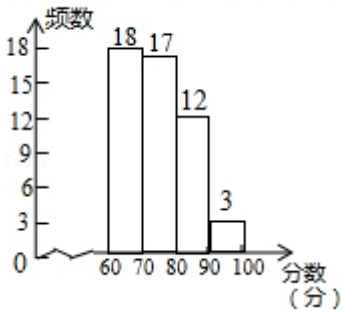
【分析】(1) 由 $60 \leq x < 70$ 频数和频率求得总数，根据频率=频数÷总数求得 a、b、c 的值，由中位数定义求解可得；

- (2) 根据 (1) 中所求数据补全图形即可得；
- (3) 总数乘以 80 分以上的频率即可。

【解答】解：(1) 本次调查的作品总数为 $18 \div 0.36 = 50$ (幅)，
 则 $c = 17 \div 50 = 0.34$ ， $a = 50 \times 0.24 = 12$ ， $b = 50 \times 0.06 = 3$ ，
 其中位数为第 25、26 个数的平均数，
 \therefore 中位数落在 $70 \leq x < 80$ 中，
 故答案为：0.34， $70 \leq x < 80$ ；

(2) 补全图形如下：

“文明在我身边”摄影比赛成绩频数分布直方图



(3) $600 \times (0.24 + 0.06) = 180$ (幅)，

答：估计全校被展评作品数量是 180 幅。

【点评】 本题考查读频数（率）分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力，以及条形统计图；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题。

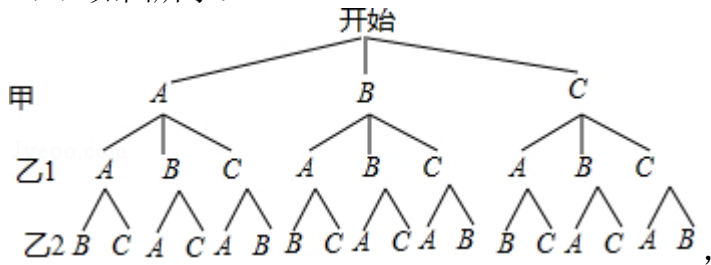
21. (10 分) 为落实“垃圾分类”，环卫部门要求垃圾要按 A, B, C 三类分别装袋、投放，其中 A 类指废电池，过期药品等有毒垃圾，B 类指剩余食品等厨余垃圾，C 类指塑料、废纸等可回收垃圾。甲投放了一袋垃圾，乙投放了两袋垃圾，这两袋垃圾不同类。

- (1) 直接写出甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率；
- (2) 求乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的概率。

【分析】(1) 直接利用概率公式求出甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率；
 (2) 首先利用树状图法列举出所有可能，进而利用概率公式求出答案.

【解答】解：(1) \because 垃圾要按 A, B, C 三类分别装袋，甲投放了一袋垃圾，
 \therefore 甲投放的垃圾恰好是 A 类的概率为： $\frac{1}{3}$ ；

(2) 如图所示：



由图可知，共有 18 种可能结果，其中乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类的结果有 12 种，

所以， $P(\text{乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同类}) = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ ；

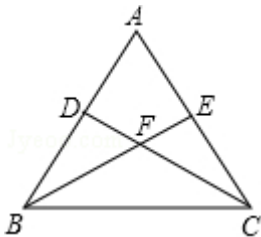
即，乙投放的垃圾恰有一袋与甲投放的垃圾是同一类的概率是： $\frac{2}{3}$.

【点评】此题主要考查了树状图法求概率，正确利用列举出所有可能是解题关键.

22. (10 分) 如图，已知等腰三角形 ABC 中， $AB=AC$ ，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，且 $AD=AE$ ，连接 BE、CD，交于点 F.

(1) 判断 $\angle ABE$ 与 $\angle ACD$ 的数量关系，并说明理由；

(2) 求证：过点 A、F 的直线垂直平分线段 BC.



【分析】(1) 证得 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 后利用全等三角形的对应角相等即可证得结论；

(2) 利用垂直平分线的性质即可证得结论.

【解答】解：(1) $\angle ABE = \angle ACD$ ；

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle A = \angle A, \\ AE=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle ACD$ ；

(2) 连接 AF.

$\because AB=AC$ ，

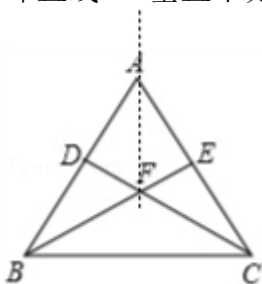
$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ，

由 (1) 可知 $\angle ABE = \angle ACD$ ，

$\therefore \angle FBC = \angle FCB$ ，

$\therefore FB=FC$ ，

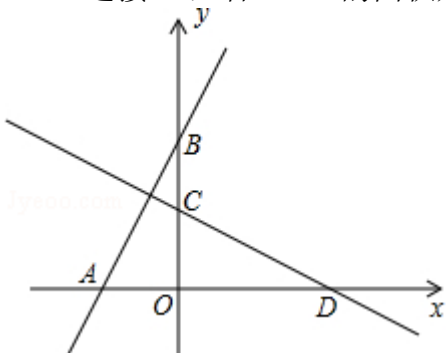
∵ AB=AC,
∴ 点 A、F 均在线段 BC 的垂直平分线上,
即直线 AF 垂直平分线段 BC.



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质及垂直平分线的性质的知识，解题的关键是能够从题目中整理出全等三角形，难度不大.

23. (10分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $A(-2, 0)$ 的直线交 y 轴正半轴于点 B ，将直线 AB 绕着点 O 顺时针旋转 90° 后，分别与 x 轴、 y 轴交于点 D 、 C 。

- (1) 若 $OB=4$ ，求直线 AB 的函数关系式；
(2) 连接 BD ，若 $\triangle ABD$ 的面积是 5，求点 B 的运动路径长。



【分析】 (1) 依题意求出点 B 坐标，然后用待定系数法求解析式；
(2) 设 $OB=m$ ，则 $AD=m+2$ ，根据三角形面积公式得到关于 m 的方程，解方程求得 m 的值，然后根据弧长公式即可求得。

【解答】 解：(1) ∵ $OB=4$ ，
∴ $B(0, 4)$
∵ $A(-2, 0)$ ，
设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ，
则 $\begin{cases} -2k+b=0 \\ b=4 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=2 \\ b=4 \end{cases}$ ，
∴ 直线 AB 的解析式为 $y=2x+4$ ；

(2) 设 $OB=m$ ，则 $AD=m+2$ ，
∵ $\triangle ABD$ 的面积是 5，
∴ $\frac{1}{2}AD \cdot OB=5$ ，
∴ $\frac{1}{2}(m+2) \cdot m=5$ ，即 $m^2+2m-10=0$ ，
解得 $m=-1+\sqrt{11}$ 或 $m=-1-\sqrt{11}$ (舍去)，
∴ $\angle BOD=90^\circ$ ，

∴ 点 B 的运动路径长为： $\frac{1}{4} \times 2\pi \times (-1+\sqrt{11}) = \frac{-1+\sqrt{11}}{2}\pi$ 。

【点评】 本题考查的是待定系数法求一次函数的解析式以及三角形面积公式和弧长计算，难度一般。

24. (10分) 某蓝莓种植生产基地产销两旺，采摘的蓝莓部分加工销售，部分直接销售，且当天都能销售完，直接销售是 40 元/斤，加工销售是 130 元/斤（不计损耗）。已知基地雇佣 20 名工人，每名工人只能参与采摘和加工中的一项工作，每人每天可以采摘 70 斤或加工 35 斤。设安排 x 名工人采摘蓝莓，剩下的工人加工蓝莓。

(1) 若基地一天的总销售收入为 y 元，求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 试求如何分配工人，才能使一天的销售收入最大？并求出最大值。

【分析】 (1) 根据总销售收入=直接销售蓝莓的收入+加工销售的收入，即可得出 y 关于 x 的函数关系式；

(2) 由采摘量不小于加工量，可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出 x 的取值范围，再根据一次函数的性质，即可解决最值问题。

【解答】 解：(1) 根据题意得： $y = [70x - (20 - x) \times 35] \times 40 + (20 - x) \times 35 \times 130 = -350x + 63000$ 。
答： y 与 x 的函数关系式为 $y = -350x + 63000$ 。

(2) $\because 70x \geq 35(20 - x)$,

$$\therefore x \geq \frac{20}{3}.$$

$\because x$ 为正整数，且 $x \leq 20$,

$$\therefore 7 \leq x \leq 20.$$

$\because y = -350x + 63000$ 中 $k = -350 < 0$,

$\therefore y$ 的值随 x 的值增大而减小，

\therefore 当 $x = 7$ 时， y 取最大值，最大值为 $-350 \times 7 + 63000 = 60550$ 。

答：安排 7 名工人进行采摘，13 名工人进行加工，才能使一天的收入最大，最大收入为 60550 元。

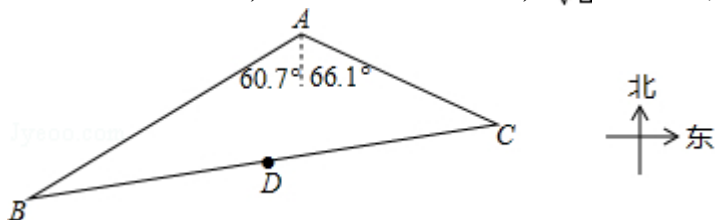
【点评】 本题考查了一次函数的应用、一次函数的性质以及解一元一次不等式，解题的关键是：(1) 根据数量关系，找出 y 与 x 的函数关系式；(2) 根据一次函数的性质，解决最值问题。

25. (10分) 如图，湿地景区岸边有三个观景台 A、B、C。已知 $AB = 1400$ 米， $AC = 1000$ 米，B 点位于 A 点的南偏西 60.7° 方向，C 点位于 A 点的南偏东 66.1° 方向。

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积；

(2) 景区规划在线段 BC 的中点 D 处修建一个湖心亭，并修建观景栈道 AD。试求 A、D 间的距离。（结果精确到 0.1 米）

（参考数据： $\sin 53.2^\circ \approx 0.80$ ， $\cos 53.2^\circ \approx 0.60$ ， $\sin 60.7^\circ \approx 0.87$ ， $\cos 60.7^\circ \approx 0.49$ ， $\sin 66.1^\circ \approx 0.91$ ， $\cos 66.1^\circ \approx 0.41$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）。



【分析】 (1) 作 $CE \perp BA$ 于 E。在 $Rt\triangle ACE$ 中，求出 CE 即可解决问题；

(2) 接 AD，作 $DF \perp AB$ 于 F，则 $DF \parallel CE$ 。首先求出 DF、AF，再在 $Rt\triangle ADF$ 中求出 AD 即可；

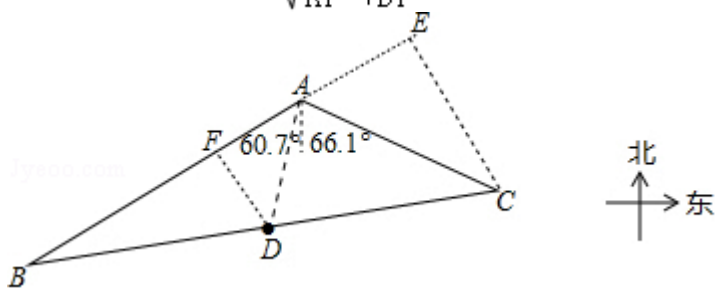
【解答】 解：(1) 作 $CE \perp BA$ 于 E。

在 $Rt\triangle AEC$ 中， $\angle CAE = 180^\circ - 60.7^\circ - 66.1^\circ = 53.2^\circ$ ，

$$\therefore CE = AC \cdot \sin 53.2^\circ \approx 1000 \times 0.8 = 800 \text{ 米.}$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CE = \frac{1}{2} \times 1400 \times 800 = 560000 \text{ 平方米.}$$

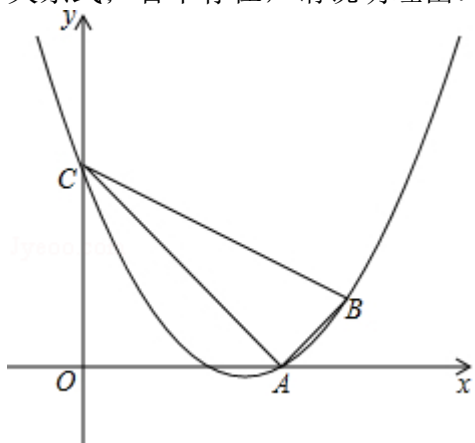
(2) 连接 AD, 作 $DF \perp AB$ 于 F., 则 $DF \parallel CE$.
 $\because BD = CD, DF \parallel CE,$
 $\therefore BF = EF,$
 $\therefore DF = \frac{1}{2} CE = 400 \text{ 米,}$
 $\because AE = AC \cdot \cos 53.2^\circ \approx 600 \text{ 米,}$
 $\therefore BE = AB + AE = 2000 \text{ 米,}$
 $\therefore AF = \frac{1}{2} BE - AE = 400 \text{ 米,}$
 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = 400\sqrt{2} = 565.6 \text{ 米.}$



【点评】 本题考查解直角三角形 - 方向角问题, 勾股定理、三角形的中位线定理等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线. 构造直角三角形解决问题, 属于中考常考题型.

26. (12 分) 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 A (3, 0), B (4, 1), 且与 y 轴交于点 C, 连接 AB、AC、BC.

- (1) 求此二次函数的关系式;
- (2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状; 若 $\triangle ABC$ 的外接圆记为 $\odot M$, 请直接写出圆心 M 的坐标;
- (3) 若将抛物线沿射线 BA 方向平移, 平移后点 A、B、C 的对应点分别记为点 A_1 、 B_1 、 C_1 , $\triangle A_1B_1C_1$ 的外接圆记为 $\odot M_1$, 是否存在某个位置, 使 $\odot M_1$ 经过原点? 若存在, 求出此时抛物线的关系式; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 直接利用待定系数法求出 a, b 的值进而得出答案;
 (2) 首先得出 $\angle OAC = 45^\circ$, 进而得出 $AD = BD$, 求出 $\angle DAB = 45^\circ$, 即可得出答案;
 (3) 首先利用已知得出圆 M 平移的长度为: $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$, 进而得出抛物线的平移规律, 即可得出答案.

【解答】 解: (1) 把点 A (3, 0), B (4, 1) 代入 $y = ax^2 + bx + 3$ 中,

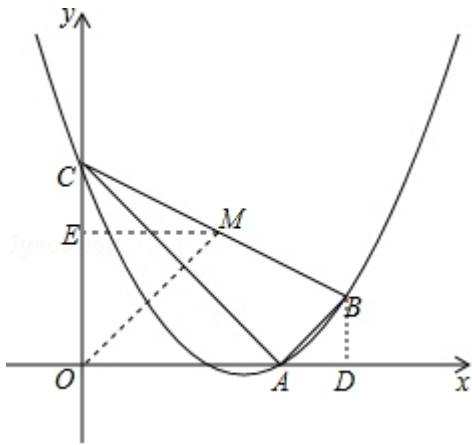
$$\begin{cases} 9a+3b+3=0 \\ 16a+4b+3=1 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}$

所以所求函数关系式为： $y=\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x+3$;

(2) $\triangle ABC$ 是直角三角形，
 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D，
 易知点 C 坐标为：(0, 3)，所以 $OA=OC$ ，
 所以 $\angle OAC=45^\circ$ ，
 又 \because 点 B 坐标为：(4, 1)，
 $\therefore AD=BD$ ，
 $\therefore \angle DAB=45^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC=180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，
 圆心 M 的坐标为：(2, 2)；

(3) 存在
 取 BC 的中点 M，过点 M 作 $ME \perp y$ 轴于点 E，
 \because M 的坐标为：(2, 2)，
 $\therefore MC=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ ， $OM=2\sqrt{2}$ ，
 $\therefore \angle MOA=45^\circ$ ，
 又 $\because \angle BAD=45^\circ$ ，
 $\therefore OM \parallel AB$ ，
 \therefore 要使抛物线沿射线 BA 方向平移，且使 $\odot M_1$ 经过原点，
 则平移的长度为： $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ；
 $\because \angle BAD=45^\circ$ ，
 \therefore 抛物线的顶点向左、向下均分别平移 $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{4-\sqrt{10}}{2}$ 个单位长度
 或 $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{4+\sqrt{10}}{2}$ 个单位长度，
 $\therefore y=\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x+3 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{8}$ ，
 \therefore 平移后抛物线的关系式为： $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{5+\frac{4-\sqrt{10}}{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{8} - \frac{4-\sqrt{10}}{2}$ ，
 即 $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{1+\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \frac{17-4\sqrt{10}}{8}$ ，
 或 $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{5+\frac{4+\sqrt{10}}{2}}{2}\right)^2 - \frac{1}{8} - \frac{4+\sqrt{10}}{2}$ ，
 即 $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{1-\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \frac{17+4\sqrt{10}}{8}$ 。
 综上所述，存在一个位置，使 $\odot M_1$ 经过原点，此时抛物线的关系式为：
 $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{1+\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \frac{17-4\sqrt{10}}{8}$ 或 $y=\frac{1}{2}\left(x - \frac{1-\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \frac{17+4\sqrt{10}}{8}$ 。



【点评】此题主要考查了二次函数综合以及二次函数的平移、等腰直角三角形的性质等知识，正确得出圆M的平移距离是解题关键。

27. (14分) 问题呈现:

如图1, 点E、F、G、H分别在矩形ABCD的边AB、BC、CD、DA上, $AE=DG$, 求证: $2S_{\text{四边形EFGH}} = S_{\text{矩形ABCD}}$. (S表示面积)

实验探究:

某数学实验小组发现: 若图1中 $AH \neq BF$, 点G在CD上移动时, 上述结论会发生变化, 分别过点E、G作BC边的平行线, 再分别过点F、H作AB边的平行线, 四条平行线分别相交于点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 , 得到矩形 $A_1B_1C_1D_1$.

如图2, 当 $AH > BF$ 时, 若将点G向点C靠近 ($DG > AE$), 经过探索, 发现: $2S_{\text{四边形EFGH}} = S_{\text{矩形ABCD}} + S_{\text{矩形}A_1B_1C_1D_1}$.

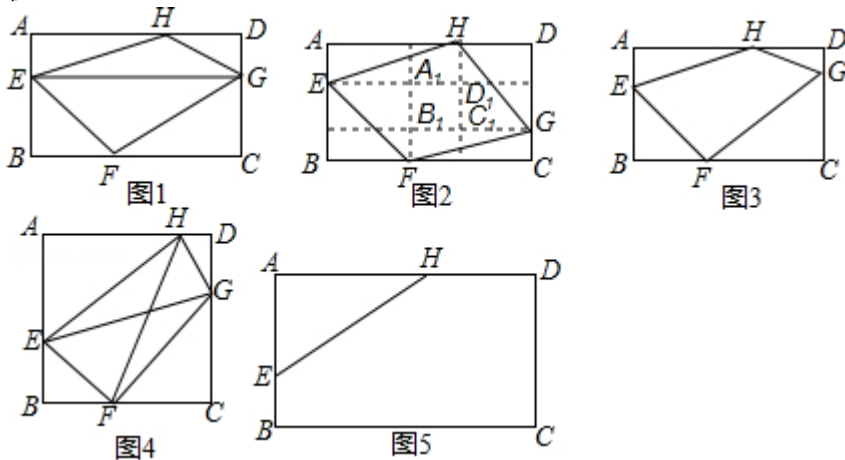
如图3, 当 $AH > BF$ 时, 若将点G向点D靠近 ($DG < AE$), 请探索 $S_{\text{四边形EFGH}}$ 、 $S_{\text{矩形ABCD}}$ 与 $S_{\text{矩形}A_1B_1C_1D_1}$ 之间的数量关系, 并说明理由.

迁移应用:

请直接应用“实验探究”中发现的结论解答下列问题:

(1) 如图4, 点E、F、G、H分别是面积为25的正方形ABCD各边上的点, 已知 $AH > BF$, $AE > DG$, $S_{\text{四边形EFGH}} = 11$, $HF = \sqrt{29}$, 求EG的长.

(2) 如图5, 在矩形ABCD中, $AB=3$, $AD=5$, 点E、H分别在边AB、AD上, $BE=1$, $DH=2$, 点F、G分别是边BC、CD上的动点, 且 $FG = \sqrt{10}$, 连接EF、HG, 请直接写出四边形EFGH面积的最大值.



【分析】问题呈现: 只要证明 $S_{\triangle HGE} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形AEGD}}$, 同理 $S_{\triangle EGF} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形BEGC}}$, 由此可得 $S_{\text{四边形EFGH}} = S_{\triangle HGE} + S_{\triangle EGF}$.

$$S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 BEGC}};$$

实验探究：结论： $2S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\text{矩形 ABCD}} - S_{\text{矩形 A}_1\text{B}_1\text{C}_1\text{D}_1}$ 。根据 $S_{\triangle EHC_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 AEC}_1\text{H}}$ ，

$$S_{\triangle HGD_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 HDGD}_1}, S_{\triangle EFB_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 EFB}_1}, S_{\triangle FGA_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 CFA}_1\text{G}}, \text{即可证明:}$$

迁移应用：(1) 利用探究的结论即可解决问题。

(2) 分两种情形探究即可解决问题。

【解答】问题呈现：证明：如图 1 中，

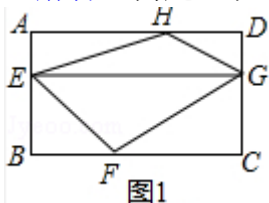


图1

\because 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore AB \parallel CD, \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore AE = DG$ ，

\therefore 四边形 AEGD 是矩形，

$$\therefore S_{\triangle HGE} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 AEGD}},$$

$$\text{同理 } S_{\triangle EGF} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 BEGC}},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\triangle HGE} + S_{\triangle EGF} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 BEGC}}.$$

实验探究：结论： $2S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\text{矩形 ABCD}} - S_{\text{矩形 A}_1\text{B}_1\text{C}_1\text{D}_1}$ 。

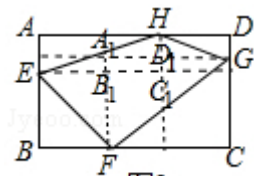


图3

理由： $\because S_{\triangle EHC_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 AEC}_1\text{H}}, S_{\triangle HGD_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 HDGD}_1}, S_{\triangle EFB_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 EFB}_1}$ ，

$$S_{\triangle FGA_1} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形 CFA}_1\text{G}},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\triangle EHC_1} + S_{\triangle HGD_1} + S_{\triangle EFB_1} + S_{\triangle FGA_1} - S_{\text{矩形 A}_1\text{B}_1\text{C}_1\text{D}_1},$$

$$\therefore 2S_{\text{四边形 EFGH}} = 2S_{\triangle EHC_1} + 2S_{\triangle HGD_1} + 2S_{\triangle EFB_1} + 2S_{\triangle FGA_1} - 2S_{\text{矩形 A}_1\text{B}_1\text{C}_1\text{D}_1},$$

$$\therefore 2S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\text{矩形 ABCD}} - S_{\text{矩形 A}_1\text{B}_1\text{C}_1\text{D}_1}.$$

迁移应用：解：(1) 如图 4 中，

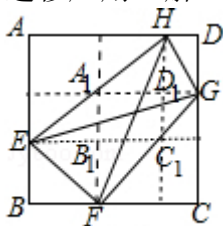


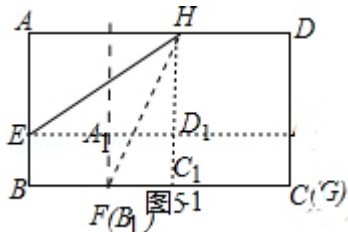
图4

$$\begin{aligned} \because 2S_{\text{四边形 EFGH}} &= S_{\text{矩形 ABCD}} - S_{\text{矩形 } A_1B_1C_1D_1} \\ \therefore S_{\text{矩形 } A_1B_1C_1D_1} &= 25 - 2 \times 11 = 3 = A_1B_1 \cdot A_1D_1, \\ \therefore \text{正方形的面积为 } 25, \therefore \text{边长为 } 5, \\ \therefore A_1D_1^2 &= HF^2 - 5^2 = 29 - 25 = 4, \\ \therefore A_1D_1 &= 2, A_1B_1 &= \frac{3}{2}, \\ \therefore EG^2 &= A_1B_1^2 + 5^2 = \frac{109}{4}, \\ \therefore EG &= \frac{\sqrt{109}}{2}. \end{aligned}$$

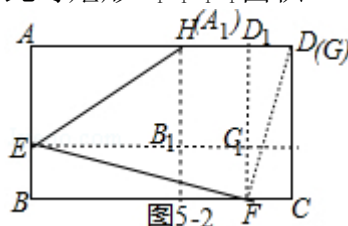
$$(2) \because 2S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\text{矩形 ABCD}} + S_{\text{矩形 } A_1B_1C_1D_1}$$

\therefore 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 面积最大时, 矩形 EFGH 的面积最大.

①如图 5-1 中, 当 G 与 C 重合时, 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 面积最大时, 矩形 EFGH 的面积最大. 此时矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 面积 $= 1 \cdot (\sqrt{10} - 2) = \sqrt{10} - 2$



②如图 5-2 中, 当 G 与 D 重合时, 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 面积最大时, 四边形 EFGH 的面积最大. 此时矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 面积 $= 2 \cdot 1 = 2$,



$$\because 2 > \sqrt{10} - 2,$$

$$\therefore \text{矩形 EFGH 的面积最大值} = \frac{17}{2}.$$

【点评】 本题考查四边形综合题、矩形的性质、勾股定理等知识, 解题的关键是学会利用分割法添加辅助线, 学会利用特殊位置解决问题, 属于中考压轴题.