江苏省扬州市2014年中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题3分，满分24分）

1.（3分）（2014•扬州）下列各数中，比﹣2小的数是（　　）

A．﹣3　　B．﹣1　　C．0　　D．1

2.（3分）（2014•扬州）若□$\times 3xy=3x^2y$，则□内应填的单项式是（　　）

A．xy　　B．3xy　　C．x　　D．3x

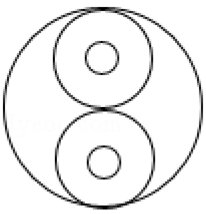
3.（3分）（2014•扬州）若反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k≠0）的图象经过点P（﹣2，3），则该函数的图象不经过的点是（　　）

A．（3，﹣2）　　B．（1，﹣6）　　C．（﹣1，6）　　D．（﹣1，﹣6）

4.（3分）（2014•扬州）若一组数据﹣1，0，2，4，x的极差为7，则x的值是（　　）

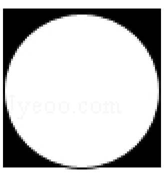
A．﹣3　　B．6　　C．7　　D．6或﹣3

5.（3分）（2014•扬州）如图，圆与圆的位置关系没有（　　）



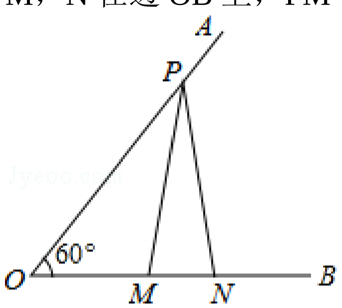
A．相交　　B．相切　　C．内含　　D．外离

6.（3分）（2014•扬州）如图，已知正方形的边长为1，若圆与正方形的四条边都相切，则阴影部分的面积与下列各数最接近的是（　　）



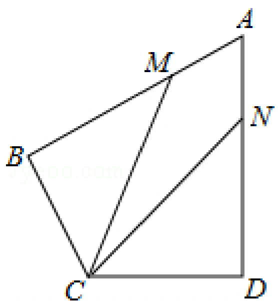
A．0.1　　B．0.2　　C．0.3　　D．0.4

7.（3分）（2014•扬州）如图，已知∠AOB=60°，点P在边OA上，OP=12，点M，N在边OB上，PM=PN，若MN=2，则OM=（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

8.（3分）（2014•扬州）如图，在四边形ABCD中，AB=AD=6，AB⊥BC，AD⊥CD，∠BAD=60°，点M、N分别在AB、AD边上，若AM：MB=AN：ND=1：2，则tan∠MCN=（　　）



A. $\frac{3\sqrt{3}}{13}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$　　D. $\sqrt{5}-2$

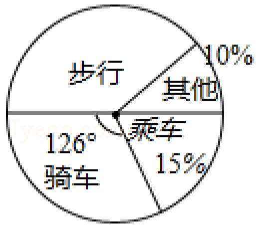
二、填空题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

9.（3 分）（2014•扬州）据统计，参加今年扬州市初中毕业、升学统一考试的学生约 36800 人，这个数据用科学记数法表示为 $\underline{\quad 3.68\times10^{4} \quad}$．

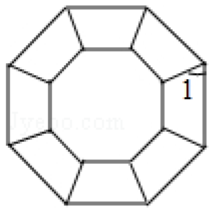
10.（3 分）（2014•扬州）若等腰三角形的两条边长分别为 7cm 和 14cm，则它的周长为 $\underline{\quad 35 \quad}$ cm．

11.（3 分）（2014•扬州）如图，这是一个长方体的主视图和俯视图，由图示数据（单元：cm）可以得出该长方体的体积是 $\underline{\quad 18 \quad}$ cm^3．

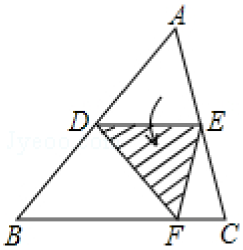
12.（3 分）（2014•扬州）如图，某校根据学生上学方式的一次抽样调查结果，绘制出一个未完成的扇形统计图，若该校共有学生 700 人，则据此估计步行的有 $\underline{\quad 280 \quad}$ 人．



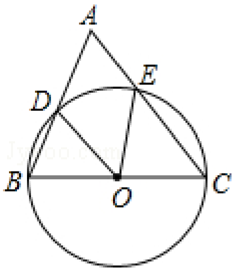
13.（3 分）（2014•扬州）如图，若该图案是由 8 个全等的等腰梯形拼成的，则图中的∠1= $\underline{67.5° \quad}$ ．



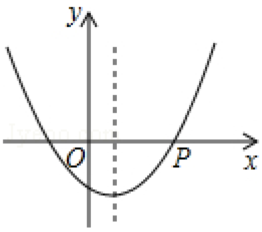
14.（3 分）（2014•扬州）如图，△ABC 的中位线 DE=5cm，把△ABC 沿 DE 折叠，使点 A 落在边 BC 上的点 F 处，若 A、F 两点间的距离是 8cm，则△ABC 的面积为 $\underline{\quad 40 \quad}$ cm^3．



15．（3 分）（2014•扬州）如图，以△ ABC 的边 BC 为直径的⊙O 分别交 AB、AC 于点 D、E，连结 OD、OE，若∠A=65°，则∠DOE=__50°__.



16．（3 分）（2014•扬州）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a＞0）的对称轴是过点（1，0）且平行于 y 轴的直线，若点 P（4，0）在该抛物线上，则 4a﹣2b+c 的值为__0__.



17．（3 分）（2014•扬州）已知 a，b 是方程 $x^2-x-3=0$ 的两个根，则代数式 $2a^3+b^2+3a^2-11a-b+5$ 的值为__23__.

18．（3 分）（2014•扬州）设 a_1，a_2，…，a_{2014} 是从 1，0，﹣1 这三个数中取值的一列数，若 $a_1+a_2+…+a_{2014}=69$，$(a_1+1)^2+(a_2+1)^2+…+(a_{2014}+1)^2=4001$，则 a_1，a_2，…，a_{2014} 中为 0 的个数是__165__.

三、解答题（共 10 小题，满分 96 分）

19．（8 分）（2014•扬州）（1）计算：$(3.14-\pi)^0+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}-2\sin30°$；

（2）化简：$\frac{2x}{x+1}-\frac{2x+6}{x^2-1}\div\frac{x+3}{x^2-2x+1}$.

20．（8 分）（2014•扬州）已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2-(k-1)x+\frac{1}{4}=0$ 有两个相等的实数根，求 k 的值.

答：解：∵关于 x 的方程 $(k-1)x^2-(k-1)x+\frac{1}{4}=0$ 有两个相等的实数根，

∴△=0，

∴$[-(k-1)]^2-4(k-1)\frac{1}{4}=0$，

整理得，$k^2-3k+2=0$，

即$(k-1)(k-2)=0$，

解得：k=1（不符合一元二次方程定义，舍去）或 k=2．

∴k=2．

21．（8 分）（2014•扬州）八（2）班组织了一次经典朗读比赛，甲、乙两队各 10 人的比赛成绩如下表（10 分制）：

甲	7	8	9	7	10	10	9	10	10	10
乙	10	8	7	9	8	10	10	9	10	9

（1）甲队成绩的中位数是__9.5__分，乙队成绩的众数是__10__分；

（2）计算乙队的平均成绩和方差；

（3）已知甲队成绩的方差是 1.4 分^2，则成绩较为整齐的是__乙__队．

解答：解：（1）把甲队的成绩从小到大排列为：7，7，8，9，9，10，10，10，10，10，最中间两个数的平均数是（9+10）÷2=9.5（分），

则中位数是 9.5 分；

10 出现了 4 次，出现的次数最多，

则乙队成绩的众数是 10 分；

故答案为：9.5，10；

（2）乙队的平均成绩是：$\frac{1}{10}(10\times4+8\times2+7+9\times3)=9$，

则方差是：$\frac{1}{10}[4\times(10-9)^2+2\times(8-9)^2+(7-9)^2+3\times(9-9)^2]=1$；

（3）∵甲队成绩的方差是 1.4，乙队成绩的方差是 1，

∴成绩较为整齐的是乙队；

故答案为：乙．

22．（8 分）（2014•扬州）商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料，每种饮料数量充足，某同学去该店购买饮料，每种饮料被选中的可能性相同．

（1）若他去买一瓶饮料，则他买到奶汁的概率是__$\frac{1}{4}$__；

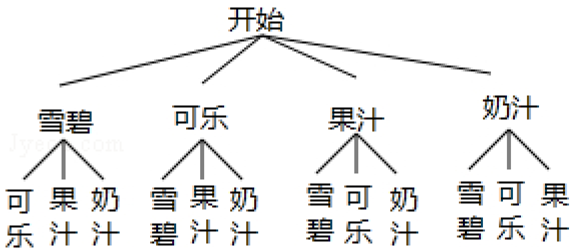
（2）若他两次去买饮料，每次买一瓶，且两次所买饮料品种不同，请用树状图或列表法求出他恰好买到雪碧和奶汁的概率．

解答：解：（1）∵商店只有雪碧、可乐、果汁、奶汁四种饮料，每种饮料数量充足，某同学去该店购买饮料，每种饮料被选中的可能性相同，

∴他去买一瓶饮料，则他买到奶汁的概率是：$\frac{1}{4}$；

故答案为：$\frac{1}{4}$；

（2）画树状图得：



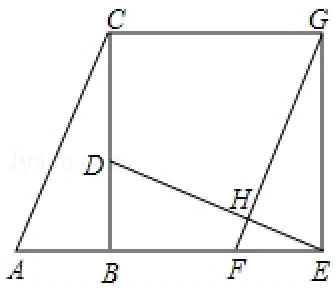
∵共有 12 种等可能的结果，他恰好买到雪碧和奶汁的有 2 种情况，

∴他恰好买到雪碧和奶汁的概率为：$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

23.（10 分）（2014•扬州）如图，已知 Rt△ ABC 中，∠ABC=90°，先把△ ABC 绕点 B 顺时针旋转 90°至△ DBE 后，再把△ ABC 沿射线平移至△ FEG，DF、FG 相交于点 H．

（1）判断线段 DE、FG 的位置关系，并说明理由；

（2）连结 CG，求证：四边形 CBEG 是正方形．



解答：（1）解：FG⊥ED．理由如下：

∵△ABC 绕点 B 顺时针旋转 90°至△ DBE 后，

∴∠DEB=∠ACB，

∵把△ ABC 沿射线平移至△ FEG，

∴∠GFE=∠A，

∵∠ABC=90°，

∴∠A+∠ACB=90°，

∴∠DEB+∠GFE=90°，

∴∠FHE=90°，

∴FG⊥ED；

（2）证明：根据旋转和平移可得∠GEF=90°，∠CBE=90°，CG∥EB，CB=BE，

∵CG∥EB，

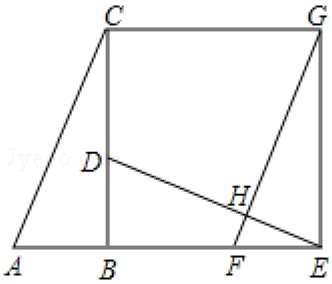
∴∠BCG+∠CBE=90°，

∴∠BCG=90°，

∴四边形 BCGE 是矩形，

∵CB=BE，

∴四边形 CBEG 是正方形．



24.（10 分）（2014•扬州）某漆器厂接到制作 480 件漆器的订单，为了尽快完成任务，该厂实际每天制作的件数比原来每天多 50%，结果提前 10 天完成任务．原来每天制作多少件？

解答：解：设原来每天制作 x 件，根据题意得：

$\frac{480}{x}-\frac{480}{(1+50\%)x}=10$，

解得：x=16，

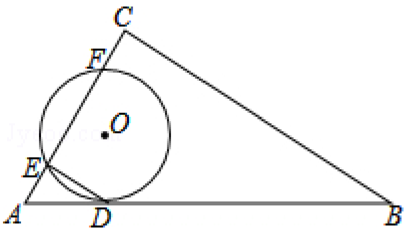
经检验 x=16 是原方程的解，

答：原来每天制作 16 件．

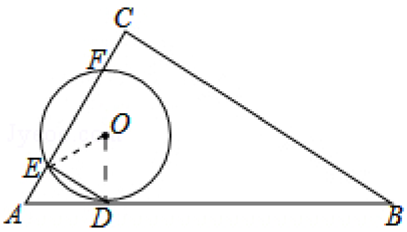
25.（10 分）（2014•扬州）如图，⊙O 与 Rt△ ABC 的斜边 AB 相切于点 D，与直角边 AC 相交于 E、F 两点，连结 DE，已知∠B=30°，⊙O 的半径为 12，弧 DE 的长度为 4π．

（1）求证：DE∥BC；

（2）若 AF=CE，求线段 BC 的长度．



解答：解：（1）证明：连接 OD、OE，



∵OD 是⊙O 的切线，

∴OD⊥AB，∴∠ODA=90°，

又∵弧 DE 的长度为 4π，

∴$4\pi=\frac{n\pi\times12}{180}$，

∴n=60，

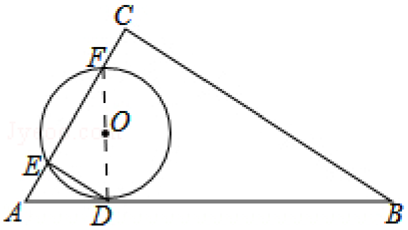
∴△ODE 是等边三角形，

∴∠ODE=60°，∴∠EDA=30°，

∴∠B=∠EDA，

∴DE∥BC.

（2）连接 FD，



∵DE∥BC，

∴∠DEF=90°，

∴FD 是⊙0 的直径，

由（1）得：∠EFD=30°，FD=24，

∴EF= $12\sqrt{3}$，

又因为∠EDA=30°，DE=12，

∴AE= $4\sqrt{3}$，

又∵AF=CE，∴AE=CF，

∴CA=AE+EF+CF=$20\sqrt{3}$，

又∵ $\tan\angle ABC=\tan30°=\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴BC=60.

26.（10 分）（2014•扬州）对 x，y 定义一种新运算 T，规定：T（x，y）=$\frac{ax+by}{2x+y}$（其中 a、b 均为非零常数），这里等式右边是通常的四则运算，例如：T（0，1）=$\frac{a\times0+b\times1}{2\times0+1}$=b.

（1）已知 T（1，﹣1）=﹣2，T（4，2）=1.

①求 a，b 的值；

②若关于 m 的不等式组$\begin{cases}T(2m,5-4m)\leqslant4\\T(m,3-2m)>p\end{cases}$恰好有 3 个整数解，求实数 p 的取值范围；

（2）若 T（x，y）=T（y，x）对任意实数 x，y 都成立（这里 T（x，y）和 T（y，x）均有意义），则 a，b 应满足怎样的关系式？

解答：解：（1）①根据题意得：T（1，﹣1）=$\frac{a-b}{2-1}$=﹣2，即 a﹣b=﹣2；

T=（4，2）=$\frac{4a+2b}{8+2}$=1，即 2a+b=5，

解得：a=1，b=3；

②根据题意得：$\begin{cases}\frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m}\leqslant4 ①\\\frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m}>p ②\end{cases}$，

由①得：$m\geq -\frac{1}{2}$；

由②得：$m<\frac{9-3p}{5}$，

∴不等式组的解集为 $-\frac{1}{2}\leq m<\frac{9-3p}{5}$，

∵不等式组恰好有 3 个整数解，即 m=0，1，2，

∴$2\leq\frac{9-3p}{5}<3$，

解得：$-2\leq p<-\frac{1}{3}$；

（2）由 T（x，y）=T（y，x），得到 $\frac{ax+by}{2x+y}=\frac{ay+bx}{2y+x}$，

整理得：$(x^2-y^2)(2b-a)=0$，

∵T（x，y）=T（y，x）对任意实数 x，y 都成立，

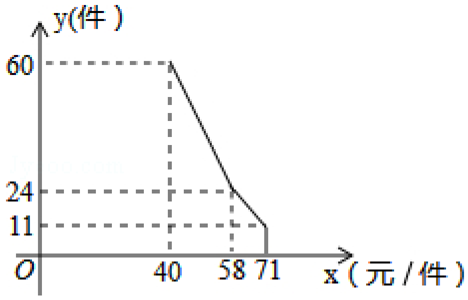
∴2b﹣a=0，即 a=2b．

27．（12 分）（2014•扬州）某店因为经营不善欠下 38400 元的无息贷款的债务，想转行经营服装专卖店又缺少资金．“中国梦想秀”栏目组决定借给该店 30000 元资金，并约定利用经营的利润偿还债务（所有债务均不计利息）．已知该店代理的品牌服装的进价为每件 40 元，该品牌服装日销售量 y（件）与销售价 x（元/件）之间的关系可用图中的一条折线（实线）来表示．该店应支付员工的工资为每人每天 82 元，每天还应支付其它费用为 106 元（不包含债务）．

（1）求日销售量 y（件）与销售价 x（元/件）之间的函数关系式；

（2）若该店暂不考虑偿还债务，当某天的销售价为 48 元/件时，当天正好收支平衡（收人=支出），求该店员工的人数；

（3）若该店只有 2 名员工，则该店最早需要多少天能还清所有债务，此时每件服装的价格应定为多少元？



解答：解：（1）当 $40\leq x\leq 58$ 时，设 y 与 x 的函数解析式为 $y=k_1x+b_1$，由图象可得

$$\begin{cases}40k_1+b_1=60\\58k_1+b_1=24\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}k_1=-2\\b_1=140\end{cases}$．

∴$y=2x+140$.

当$58<x\le 71$时，设y与x的函数解析式为$y=k_2x+b_2$，由图象得

$$\begin{cases}58k_2+b_2=24\\71k_2+b_2=11\end{cases},$$

解得$\begin{cases}k_2=-1\\b_2=82\end{cases}$，

∴$y=-x+82$，

综上所述：$y=\begin{cases}-2x+140 & (40\leqslant x\leqslant 58)\\-x+82 & (58<x\leqslant 71)\end{cases}$；

（2）设人数为a，当$x=48$时，$y=-2\times 48+140=44$，

∴$(48-40)\times 44=106+82a$，

解得$a=3$；

（3）设需要b天，该店还清所有债务，则：

$b[(x-40)\bullet y-82\times 2-106]\ge 68400$，

∴$b\ge \dfrac{68400}{(x-40)\bullet y-82\times 2-106}$，

当$40\le x\le 58$时，∴$b\ge \dfrac{68400}{(x-40)(-2x+140)-270}=\dfrac{68400}{-2x^2+220x-5870}$，

$x=-\dfrac{220}{2\times(-2)}=55$时，$-2x^2+220x-5870$的最大值为180，

∴$b\geqslant \dfrac{68400}{180}$，即$b\ge 380$；

当$58<x\le 71$时，$b\geqslant \dfrac{68400}{(x-40)(-x+82)-270}=\dfrac{68400}{-x^2+122x-3550}$，

当$x=-\dfrac{122}{2\times(-1)}=61$时，$-x^2+122x-3550$的最大值为171，

∴$b\geqslant \dfrac{68400}{171}$，即$b\ge 400$.

综合两种情形得$b\ge 380$，即该店最早需要380天能还清所有债务，此时每件服装的价格应定为55元.

28.（12分）（2014•扬州）已知矩形ABCD的一条边AD=8，将矩形ABCD折叠，使得顶点B落在CD边上的P点处.

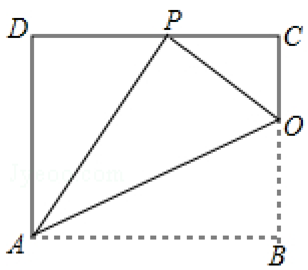


图1

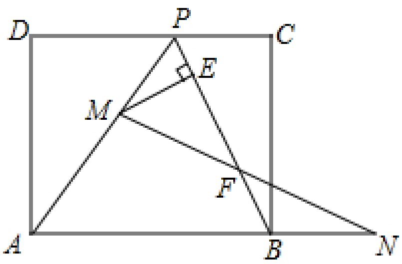


图2

（1）如图 1，已知折痕与边 BC 交于点 O，连结 AP、OP、OA．

①求证：△OCP∽△PDA；

②若△OCP 与△PDA 的面积比为 1：4，求边 AB 的长；

（2）若图 1 中的点 P 恰好是 CD 边的中点，求∠OAB 的度数；

（3）如图 2，在（1）的条件下，擦去折痕 AO、线段 OP，连结 BP．动点 M 在线段 AP 上（点 M 与点 P、A 不重合），动点 N 在线段 AB 的延长线上，且 BN=PM，连结 MN 交 PB 于点 F，作 ME⊥BP 于点 E．试问当点 M、N 在移动过程中，线段 EF 的长度是否发生变化？若变化，说明理由；若不变，求出线段 EF 的长度．

解答：解：（1）如图 1，

①∵四边形 ABCD 是矩形，∴AD=BC，DC=AB，∠DAB=∠B=∠C=∠D=90°．

由折叠可得：AP=AB，PO=BO，∠PAO=∠BAO．∠APO=∠B．

∴∠APO=90°．

∴∠APD=90°﹣∠CPO=∠POC．

∵∠D=∠C，∠APD=∠POC．

∴△OCP∽△PDA．

②∵△OCP 与△PDA 的面积比为 1：4，

∴$\frac{OC}{PD}=\frac{OP}{PA}=\frac{CP}{DA}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$．

∴PD=2OC，PA=2OP，DA=2CP．

∵AD=8，∴CP=4，BC=8．

设 OP=x，则 OB=x，CO=8﹣x．

在 Rt△PCO 中，

∵∠C=90°，CP=4，OP=x，CO=8﹣x，

∴$x^2=(8-x)^2+4^2$．

解得：x=5．

∴AB=AP=2OP=10．

∴边 AB 的长为 10．

（2）如图 1，

∵P 是 CD 边的中点，

∴DP=$\frac{1}{2}$DC．

∵DC=AB，AB=AP，

∴$DP=\frac{1}{2}AP$.

∵∠D=90°，

∴$\sin\angle DAP=\frac{DP}{AP}=\frac{1}{2}$.

∴∠DAP=30°.

∵∠DAB=90°，∠PAO=∠BAO，∠DAP=30°，

∴∠OAB=30°.

∴∠OAB的度数为30°.

（3）作MQ∥AN，交PB于点Q，如图2.

∵AP=AB，MQ∥AN，

∴∠APB=∠ABP，∠ABP=∠MQP.

∴∠APB=∠MQP.

∴MP=MQ.

∵MP=MQ，ME⊥PQ，

∴$PE=EQ=\frac{1}{2}PQ$.

∵BN=PM，MP=MQ，

∴BN=QM.

∵MQ∥AN，

∴∠QMF=∠BNF.

在△MFQ和△NFB中，

$$\begin{cases}\angle QMF=\angle BNF\\ \angle QFM=\angle BFN\\ QM=BN\end{cases}.$$

∴△MFQ≌△NFB.

∴QF=BF.

∴$QF=\frac{1}{2}QB$.

∴$EF=EQ+QF=\frac{1}{2}PQ+\frac{1}{2}QB=\frac{1}{2}PB$.

由（1）中的结论可得：

PC=4，BC=8，∠C=90°.

∴$PB=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$.

∴$EF=\frac{1}{2}PB=2\sqrt{5}$.

∴在（1）的条件下，当点M、N在移动过程中，线段EF的长度不变，长度为$2\sqrt{5}$.

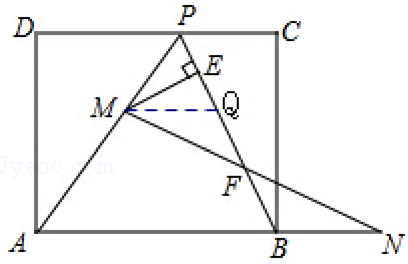


图2

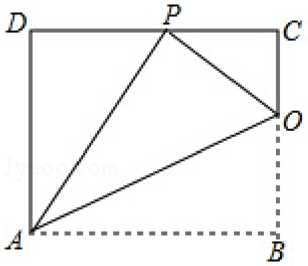


图1