

## 2016 年江苏省连云港市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上．）

1. (3 分) (2016•连云港) 有理数 -1, -2, 0, 3 中, 最小的数是 ( )  
A. -1 B. -2 C. 0 D. 3
2. (3 分) (2016•连云港) 据市统计局调查数据显示, 我市目前常住人口约为 4470000 人, 数据“4470000”用科学记数法可表示为 ( )  
A.  $4.47 \times 10^6$  B.  $4.47 \times 10^7$  C.  $0.447 \times 10^7$  D.  $447 \times 10^4$
3. (3 分) (2016•连云港) 如图是一个正方体的平面展开图, 把展开图折叠成正方体后, “美”字一面相对面是的字是 ( )



- A. 丽 B. 连 C. 云 D. 港
4. (3 分) (2016•连云港) 计算:  $5x - 3x =$  ( )  
A.  $2x$  B.  $2x^2$  C.  $-2x$  D.  $-2$
5. (3 分) (2016•连云港) 若分式  $\frac{x-1}{x+2}$  的值为 0, 则 ( )  
A.  $x = -2$  B.  $x = 0$  C.  $x = 1$  D.  $x = 1$  或  $-2$
6. (3 分) (2016•连云港) 姜老师给出一个函数表达式, 甲、乙、丙三位同学分别正确指出了这个函数的一个性质. 甲: 函数图象经过第一象限; 乙: 函数图象经过第三象限; 丙: 在每一个象限内,  $y$  值随  $x$  值的增大而减小. 根据他们的描述, 姜老师给出的这个函数表达式可能是 ( )  
A.  $y = 3x$  B.  $y = \frac{3}{x}$  C.  $y = -\frac{1}{x}$  D.  $y = x^2$
7. (3 分) (2016•连云港) 如图 1, 分别以直角三角形三边为边向外作等边三角形, 面积分别为  $S_1, S_2, S_3$ ; 如图 2, 分别以直角三角形三个顶点为圆心, 三边长为半径向外作圆心角相等的扇形, 面积分别为  $S_4, S_5, S_6$ . 其中  $S_1 = 16, S_2 = 45, S_5 = 11, S_6 = 14$ , 则  $S_3 + S_4 =$  ( )

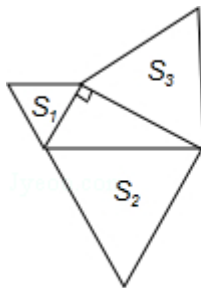


图1

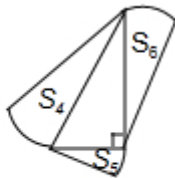
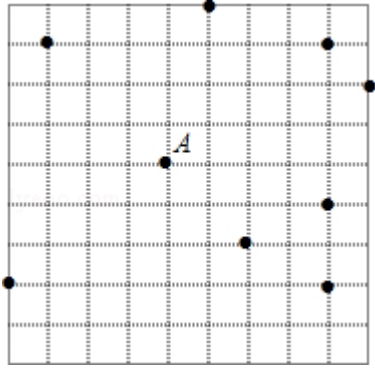


图2

- A. 86 B. 64 C. 54 D. 48
8. (3 分) (2016•连云港) 如图, 在网格中 (每个小正方形的边长均为 1 个单位) 选取 9 个格点 (格线的交点称为格点). 如果以 A 为圆心,  $r$  为半径画圆, 选取的格点中除点 A 外恰好有 3 个在圆内, 则  $r$  的取值范围为 ( )



- A.  $2\sqrt{2} < r < \sqrt{17}$  B.  $\sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$  C.  $\sqrt{17} < r < 5$  D.  $5 < r < \sqrt{29}$

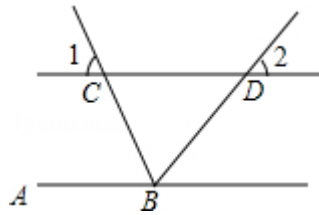
二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上。）

9. (3分) (2016•连云港) 化简:  $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. (3分) (2016•桂林) 分解因式:  $x^2 - 36 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

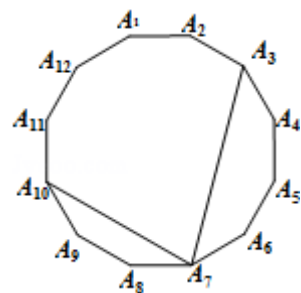
11. (3分) (2016•连云港) 在新年晚会的投飞镖游戏环节中, 7 名同学的投掷成绩 (单位: 环) 分别是: 7, 9, 9, 4, 9, 8, 8, 则这组数据的众数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. (3分) (2016•连云港) 如图, 直线  $AB \parallel CD$ ,  $BC$  平分  $\angle ABD$ , 若  $\angle 1 = 54^\circ$ , 则  $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

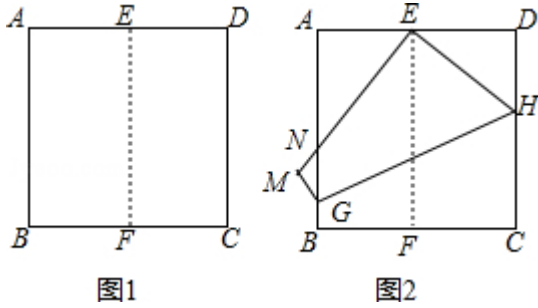


13. (3分) (2016•连云港) 已知关于  $x$  的方程  $x^2 + x + 2a - 1 = 0$  的一个根是 0, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

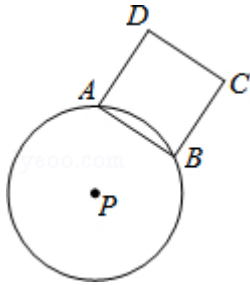
14. (3分) (2016•连云港) 如图, 正十二边形  $A_1A_2 \dots A_{12}$ , 连接  $A_3A_7$ ,  $A_7A_{10}$ , 则  $\angle A_3A_7A_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ .



15. (3分) (2016•连云港) 如图 1, 将正方形纸片  $ABCD$  对折, 使  $AB$  与  $CD$  重合, 折痕为  $EF$ . 如图 2, 展开后再折叠一次, 使点  $C$  与点  $E$  重合, 折痕为  $GH$ , 点  $B$  的对应点为点  $M$ ,  $EM$  交  $AB$  于  $N$ . 若  $AD = 2$ , 则  $MN = \underline{\hspace{2cm}}$ .



16. (3分) (2016•连云港) 如图,  $\odot P$  的半径为 5, A、B 是圆上任意两点, 且  $AB=6$ , 以 AB 为边作正方形 ABCD (点 D、P 在直线 AB 两侧). 若 AB 边绕点 P 旋转一周, 则 CD 边扫过的面积为\_\_\_\_\_.

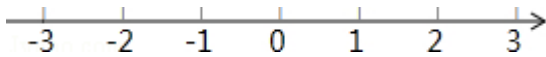


三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡上指定区域内作答. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

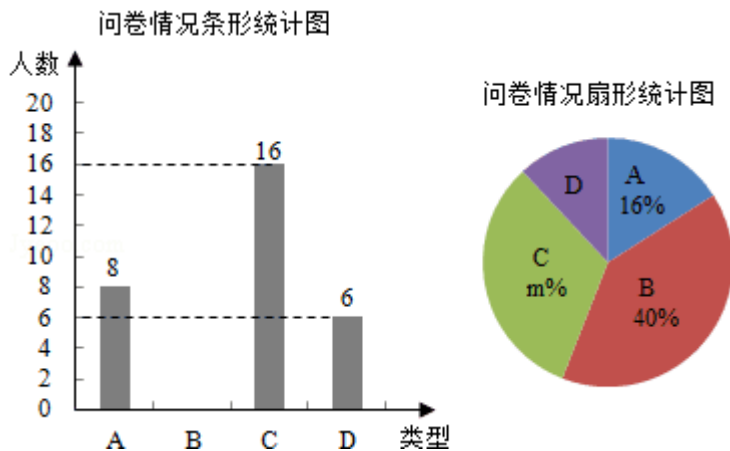
17. (6分) (2016•连云港) 计算:  $(-1)^{2016} - (2 - \sqrt{3})^0 + \sqrt{25}$ .

18. (6分) (2016•连云港) 解方程:  $\frac{2}{x} - \frac{1}{1+x} = 0$ .

19. (6分) (2016•连云港) 解不等式  $\frac{1+x}{3} < x - 1$ , 并将解集在数轴上表示出来.



20. (8分) (2016•连云港) 某自行车公司调查阳光中学学生对其产品的了解情况, 随机抽取部分学生进行问卷, 结果分“非常了解”、“比较了解”、“一般了解”、“不了解”四种类型, 分别记为 A、B、C、D. 根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计图.



(1) 本次问卷共随机调查了\_\_\_\_\_名学生, 扇形统计图中  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 请根据数据信息补全条形统计图.

(3) 若该校有 1000 名学生，估计选择“非常了解”、“比较了解”共约有多少人？

21. (10 分) (2016•连云港) 甲、乙两校分别有一男一女共 4 名教师报名到农村中学支教.

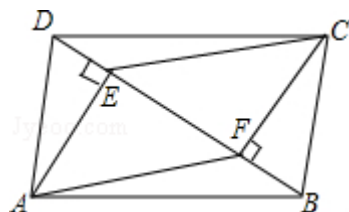
(1) 若从甲、乙两校报名的教师中分别随机选 1 名，则所选的 2 名教师性别相同的概率是\_\_\_\_\_.

(2) 若从报名的 4 名教师中随机选 2 名，用列表或画树状图的方法求出这 2 名教师来自同一所学校的概率.

22. (10 分) (2016•连云港) 四边形 ABCD 中，AD=BC，BE=DF，AE⊥BD，CF⊥BD，垂足分别为 E、F.

(1) 求证：△ADE≌△CBF；

(2) 若 AC 与 BD 相交于点 O，求证：AO=CO.



23. (10 分) (2016•连云港) 某数学兴趣小组研究我国古代《算法统宗》里这样一首诗：我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空. 诗中后两句的意思是：如果每一间客房住 7 人，那么有 7 人无房可住；如果每一间客房住 9 人，那么就空出一间房.

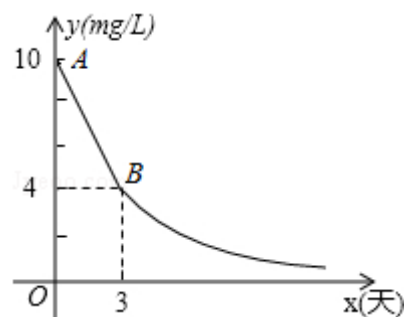
(1) 求该店有客房多少间？房客多少人？

(2) 假设店主李三公将客房进行改造后，房间数大大增加. 每间客房收费 20 钱，且每间客房最多入住 4 人，一次性定客房 18 间以上（含 18 间），房费按 8 折优惠. 若诗中“众客”再次一起入住，他们如何订房更合算？

24. (10 分) (2016•连云港) 环保局对某企业排污情况进行检测，结果显示：所排污水中硫化物的浓度超标，即硫化物的浓度超过最高允许的 1.0mg/L. 环保局要求该企业立即整改，在 15 天以内（含 15 天）排污达标. 整改过程中，所排污水中硫化物的浓度  $y$  (mg/L) 与时间  $x$  (天) 的变化规律如图所示，其中线段 AB 表示前 3 天的变化规律，从第 3 天起，所排污水中硫化物的浓度  $y$  与时间  $x$  成反比例关系.

(1) 求整改过程中硫化物的浓度  $y$  与时间  $x$  的函数表达式；

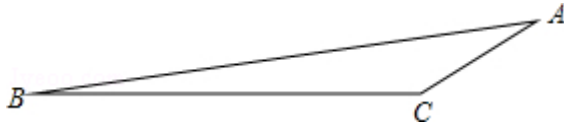
(2) 该企业所排污水中硫化物的浓度，能否在 15 天以内不超过最高允许的 1.0mg/L？为什么？



25. (10 分) (2016•连云港) 如图，在△ABC 中，∠C=150°，AC=4， $\tan B = \frac{1}{8}$ .

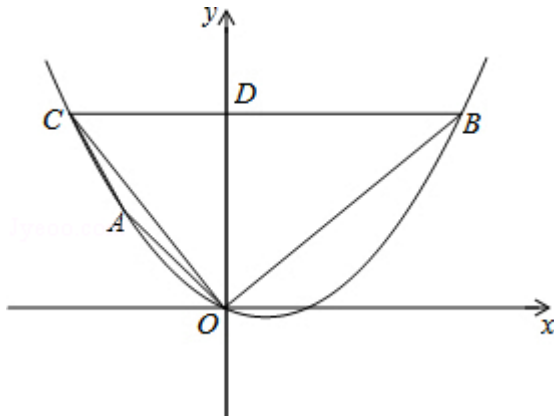
(1) 求 BC 的长；

(2) 利用此图形求  $\tan 15^\circ$  的值（精确到 0.1，参考数据： $\sqrt{2}=1.4$ ， $\sqrt{3}=1.7$ ， $\sqrt{5}=2.2$ ）



26. (12分) (2016•连云港) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y=ax^2+bx$  经过两点  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 2)$ . 过点  $B$  作  $BC \parallel x$  轴, 交抛物线于点  $C$ , 交  $y$  轴于点  $D$ .

- (1) 求此抛物线对应的函数表达式及点  $C$  的坐标;
- (2) 若抛物线上存在点  $M$ , 使得  $\triangle BCM$  的面积为  $\frac{7}{2}$ , 求出点  $M$  的坐标;
- (3) 连接  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$ 、 $AC$ , 在坐标平面内, 求使得  $\triangle AOC$  与  $\triangle OBN$  相似 (边  $OA$  与边  $OB$  对应) 的点  $N$  的坐标.

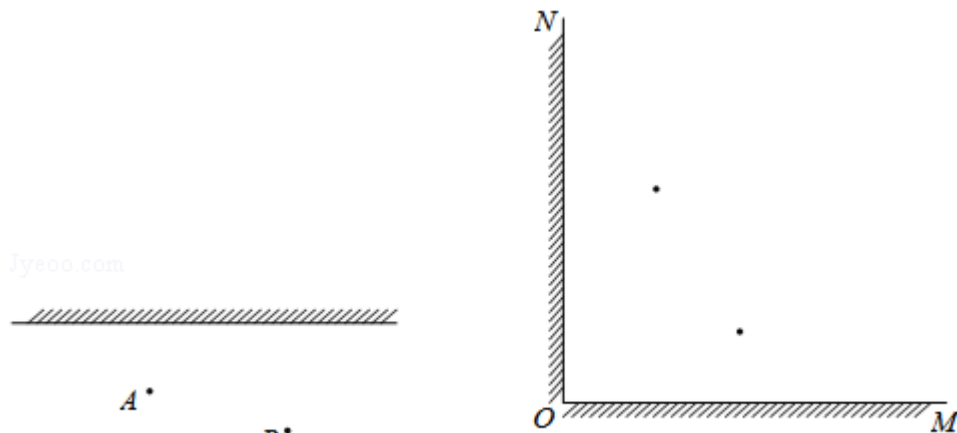


27. (14分) (2016•连云港) 我们知道: 光反射时, 反射光线、入射光线和法线在同一平面内, 反射光线、入射光线分别在法线两侧, 反射角等于入射角. 如右图,  $AO$  为入射光线, 入射点为  $O$ ,  $ON$  为法线 (过入射点  $O$  且垂直于镜面的直线),  $OB$  为反射光线, 此时反射角  $\angle BON$  等于入射角  $\angle AON$ .

问题思考:

(1) 如图 1, 一束光线从点  $A$  处入射到平面镜上, 反射后恰好过点  $B$ , 请在图中确定平面镜上的入射点  $P$ , 保留作图痕迹, 并简要说明理由;

(2) 如图 2, 两平面镜  $OM$ 、 $ON$  相交于点  $O$ , 且  $OM \perp ON$ , 一束光线从点  $A$  出发, 经过平面镜反射后, 恰好经过点  $B$ . 小昕说, 光线可以只经过平面镜  $OM$  反射后过点  $B$ , 也可以只经过平面镜  $ON$  反射后过点  $B$ . 除了小昕的两种做法外, 你还有其它做法吗? 如果有, 请在图中画出光线的行进路线, 保留作图痕迹, 并简要说明理由;



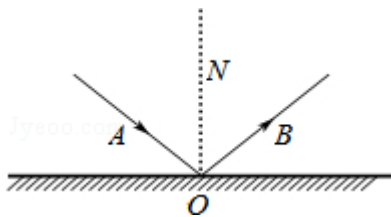
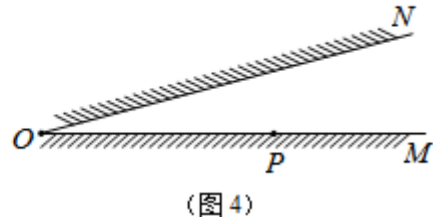
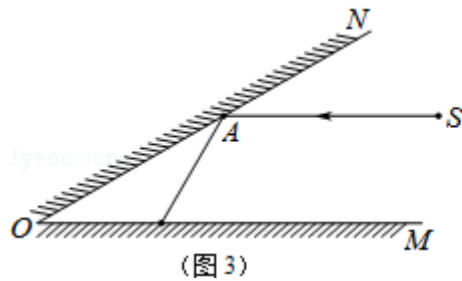
(图 1)

(图 2)

问题拓展:

(3) 如图 3，两平面镜  $OM$ 、 $ON$  相交于点  $O$ ，且  $\angle MON=30^\circ$ ，一束光线从点  $S$  出发，且平行于平面镜  $OM$ ，第一次在点  $A$  处反射，经过若干次反射后又回到了点  $S$ ，如果  $SA$  和  $AO$  的长均为  $1\text{m}$ ，求这束光线经过的路程；

(4) 如图 4，两平面镜  $OM$ 、 $ON$  相交于点  $O$ ，且  $\angle MON=15^\circ$ ，一束光线从点  $P$  出发，经过若干次反射后，最后反射出去时，光线平行于平面镜  $OM$ 。设光线出发时与射线  $PM$  的夹角为  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ )，请直接写出满足条件的所有  $\theta$  的度数 (注： $OM$ 、 $ON$  足够长)



# 2016年江苏省连云港市中考数学试卷

## 参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有8小题，每小题3分，共24分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上。）

1.（3分）

【考点】有理数大小比较.

【分析】先求出 $|-1|=1$ ， $|-2|=2$ ，根据负数的绝对值越大，这个数就越小得到 $-2 < -1$ ，而0大于任何负数，小于任何正数，则有理数-1，-2，0，3的大小关系为 $-2 < -1 < 0 < 3$ .

【解答】解： $\because |-1|=1$ ， $|-2|=2$ ，

$\therefore -2 < -1$ ，

$\therefore$ 有理数-1，-2，0，3的大小关系为 $-2 < -1 < 0 < 3$ .

故选B.

【点评】本题考查了有理数的大小比较：0大于任何负数，小于任何正数；负数的绝对值越大，这个数就越小.

2.（3分）

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 $>1$ 时，n是正数；当原数的绝对值 $<1$ 时，n是负数.

【解答】解：数据“4470000”用科学记数法可表示为 $4.47 \times 10^6$ .

故选：A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法.科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

3.（3分）

【考点】专题：正方体相对两个面上的文字.

【分析】正方体的平面展开图中，相对面的特点是必须相隔一个正方形，据此作答.

【解答】解：正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

“美”与“港”是相对面，

“丽”与“连”是相对面，

“的”与“云”是相对面.

故选D.

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

4.（3分）

【考点】合并同类项.

【分析】原式合并同类项即可得到结果.

【解答】解：原式 $= (5 - 3) x = 2x$ ，

故选A

【点评】此题考查了合并同类项，熟练掌握合并同类项法则是解本题的关键.

5.（3分）

【考点】分式的值为零的条件.

【分析】根据分式的值为0的条件列出关于x的不等式组，求出x的值即可.

【解答】解：∵分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为0，

$$\therefore \begin{cases} x-1=0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}, \text{解得 } x=1.$$

故选：C.

【点评】本题考查的是分式的值为0的条件，即分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，根据此条件列出关于x的不等式组是解答此题的关键.

6. (3分)

【考点】反比例函数的性质；正比例函数的性质；二次函数的性质.

【分析】可以分别写出选项中各个函数图象的特点，与题目描述相符的即为正确的，不符的就是错误的，本题得以解决.

【解答】解： $y=3x$ 的图象经过一三象限过原点的直线，y随x的增大而增大，故选项A错误；

$y=\frac{3}{x}$ 的图象在一、三象限，在每个象限内y随x的增大而减小，故选项B正确；

$y=-\frac{1}{x}$ 的图象在二、四象限，故选项C错误；

$y=x^2$ 的图象是顶点在原点开口向上的抛物线，在一、二象限，故选项D错误；

故选B.

【点评】本题考查反比例函数的性质、正比例函数的性质、二次函数的性质，解题的关键是明确它们各自图象的特点和性质.

7. (3分)

【考点】勾股定理；扇形面积的计算.

【分析】分别用AB、BC和AC表示出 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ，然后根据 $AB^2=AC^2+BC^2$ 即可得出 $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ 的关系. 同理，得出 $S_4$ 、 $S_5$ 、 $S_6$ 的关系.

【解答】解：如图1， $S_1=\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2$ ， $S_2=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$ ， $S_3=\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2$ ，

$$\therefore BC^2=AB^2-AC^2,$$

$$\therefore S_2-S_1=S_3,$$

如图2， $S_4=S_5+S_6$ ，

$$\therefore S_3+S_4=45-16+11+14=54.$$

故选C.

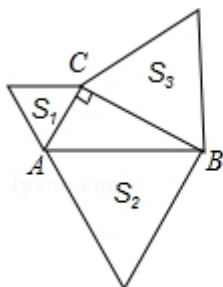


图1

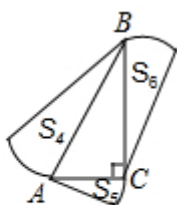


图2

【点评】本题考查了勾股定理、等边三角形的性质. 勾股定理：如果直角三角形的两条直角边长分别是a，b，斜边长为c，那么 $a^2+b^2=c^2$ .

8. (3分)



**【考点】**点与圆的位置关系；勾股定理.

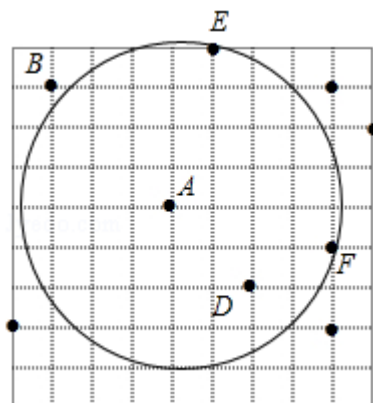
**【分析】**如图求出 AD、AB、AE、AF 即可解决问题.

**【解答】**解：如图， $\because AD=2\sqrt{2}$ ， $AE=AF=\sqrt{17}$ ， $AB=3\sqrt{2}$ ，

$\therefore AB > AE > AD$ ，

$\therefore \sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$  时，以 A 为圆心，r 为半径画圆，选取的格点中除点 A 外恰好有 3 个在圆内，

故选 B.



**【点评】**本题考查点由圆的位置关系、勾股定理等知识，解题的关键是正确画出图形，理解题意，属于中考常考题型.

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上.）

9. (3 分)

**【考点】**立方根.

**【分析】**直接利用立方根的定义即可求解.

**【解答】**解： $\because 2^3=8$

$\therefore \sqrt[3]{8}=2$ .

故填 2.

**【点评】**本题主要考查立方根的概念，如果一个数 x 的立方等于 a，那么 x 是 a 的立方根.

10. (3 分)

**【考点】**因式分解-运用公式法.

**【分析】**原式利用平方差公式分解即可.

**【解答】**解：原式=  $(x+6)(x-6)$ ，

故答案为： $(x+6)(x-6)$

**【点评】**此题考查了因式分解 - 运用公式法，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

11. (3 分)

**【考点】**众数.

**【分析】**直接利用众数的定义得出答案.

**【解答】**解： $\because 7, 9, 9, 4, 9, 8, 8$ ，中 9 出现的次数最多，

$\therefore$ 这组数据的众数是：9.

故答案为：9.

**【点评】**此题主要考查了众数的定义，正确把握定义是解题关键.

12. (3 分)

【考点】平行线的性质.

【分析】由  $AB \parallel CD$ , 根据平行线的性质找出  $\angle ABC = \angle 1$ , 由  $BC$  平分  $\angle ABD$ , 根据角平分线的定义即可得出  $\angle CBD = \angle ABC$ , 再结合三角形的内角和为  $180^\circ$  以及对顶角相等即可得出结论.

【解答】解:  $\because AB \parallel CD, \angle 1 = 54^\circ,$

$$\therefore \angle ABC = \angle 1 = 54^\circ,$$

又  $\because BC$  平分  $\angle ABD,$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABC = 54^\circ.$$

$$\because \angle CBD + \angle BDC = \angle DCB = 180^\circ, \angle 1 = \angle DCB, \angle 2 = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - \angle CBD = 180^\circ - 54^\circ - 54^\circ = 72^\circ.$$

故答案为:  $72^\circ$ .

【点评】本题考查了平行线的性质、角平分线的定义以及三角形内角和定理, 解题的关键是找出各角的关系. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据平行线的性质找出相等 (或互补) 的角是关键.

13. (3分)

【考点】一元二次方程的解.

【分析】方程的解就是能使方程左右两边相等的未知数的值, 把  $x=0$  代入方程, 即可得到一个关于  $a$  的方程, 即可求得  $a$  的值.

【解答】解: 根据题意得:  $0+0+2a-1=0$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查了一元二次方程的解. 一元二次方程的根一定满足该方程的解析式.

14. (3分)

【考点】多边形内角与外角.

【分析】如图, 作辅助线, 首先证得  $\widehat{A_3A_7A_{10}A_{12}} = \frac{5}{12} \odot O$  的周长, 进而求得

$\angle A_3OA_{10} = \frac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ$ , 运用圆周角定理问题即可解决.

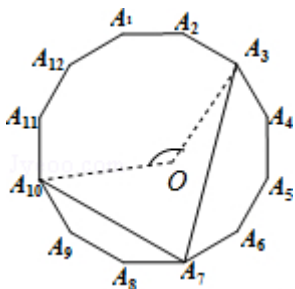
【解答】解: 设该正十二边形的圆心为  $O$ , 如图, 连接  $A_{10}O$  和  $A_3O$ ,

由题意知,  $\widehat{A_3A_7A_{10}A_{12}} = \frac{5}{12} \odot O$  的周长,

$$\therefore \angle A_3OA_{10} = \frac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle A_3A_7A_{10} = 75^\circ,$$

故答案为:  $75^\circ$ .



**【点评】**此题主要考查了正多边形及其外接圆的性质及圆周角定理，作出恰当的辅助线，灵活运用有关定理来分析是解答此题的关键.

15. (3分)

**【考点】**翻折变换(折叠问题).

**【分析】**设正方形的边长为  $2a$ ,  $DH=x$ , 表示出  $CH$ , 再根据翻折变换的性质表示出  $DE$ 、 $EH$ , 然后利用勾股定理列出方程求出  $x$ , 再根据相似三角形的判定性质, 可得  $NE$  的长, 根据线段的和差, 可得答案.

**【解答】**解: 设  $DH=x$ ,  $CH=2-x$ ,

由翻折的性质,  $DE=1$ ,

$EH=CH=2-x$ ,

在  $Rt\triangle DEH$  中,  $DE^2+DH^2=EH^2$ ,

即  $1^2+x^2=(2-x)^2$ ,

解得  $x=\frac{3}{4}$ ,  $EH=2-x=\frac{5}{4}$ .

$\because \angle MEH=\angle C=90^\circ$ ,

$\therefore \angle AEN+\angle DEH=90^\circ$ ,

$\because \angle ANE+\angle AEN=90^\circ$ ,

$\therefore \angle ANE=\angle DEH$ ,

又  $\angle A=\angle D$ ,

$\therefore \triangle ANE\sim\triangle DEH$ ,

$\frac{AE}{DH}=\frac{EN}{EH}$ , 即  $\frac{EN}{\frac{5}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{4}}$ ,

解得  $EN=\frac{5}{3}$ ,

$MN=ME-NE=2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$ ,

故答案为:  $\frac{1}{3}$ .

**【点评】**本题考查了翻折变换的性质, 勾股定理的应用, 锐角三角函数, 设出  $DH$  的长, 然后利用勾股定理列出方程是解题的关键, 也是本题的难点.

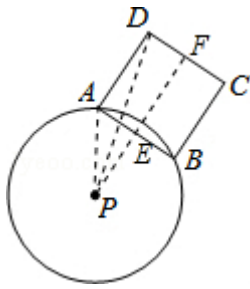
16. (3分)

**【考点】**扇形面积的计算; 点、线、面、体; 垂径定理.

**【分析】**连接  $PA$ 、 $PD$ , 过点  $P$  作  $PE$  垂直  $AB$  于点  $E$ , 延长  $AE$  交  $CD$  于点  $F$ , 根据垂径定理可得出  $AE=BE=\frac{1}{2}AB$ , 利用勾股定理即可求出  $PE$  的长度, 再根据平行线的性质结合正方形的性质即可得出  $EF=BC=AB$ ,  $DF=AE$ , 再通过勾股定理即可求出线段  $PD$  的长度, 根据边与边的关系可找出  $PF$  的长度, 分析  $AB$  旋转的过程可知  $CD$  边扫过的区域为以  $PF$  为内圆半径、以  $PD$  为外圆半径的圆环, 根据圆环的面积公式即可得出结论.

**【解答】**解: 连接  $PA$ 、 $PD$ , 过点  $P$  作  $PE$  垂直  $AB$  于点  $E$ , 延长  $AE$  交  $CD$  于点  $F$ , 如图所示.

**【解答】**解: 连接  $PA$ 、 $PD$ , 过点  $P$  作  $PE$  垂直  $AB$  于点  $E$ , 延长  $AE$  交  $CD$  于点  $F$ , 如图所示.



∵ AB 是 ⊙P 上一弦，且 PE ⊥ AB，

$$\therefore AE=BE=\frac{1}{2}AB=3.$$

在 Rt△ AEP 中，AE=3，PA=5，∠AEP=90°，

$$\therefore PE=\sqrt{PA^2-AE^2}=4.$$

∵ 四边形 ABCD 为正方形，

∴ AB // CD，AB=BC=6，

又 ∵ PE ⊥ AB，

∴ PF ⊥ CD，

∴ EF=BC=6，DF=AE=3，PF=PE+EF=4+6=10.

在 Rt△ PFD 中，PF=10，DF=3，∠PFE=90°，

$$\therefore PD=\sqrt{PF^2+DF^2}=\sqrt{109}.$$

∵ 若 AB 边绕点 P 旋转一周，则 CD 边扫过的图形为以 PF 为内圆半径、以 PD 为外圆半径的圆环.

$$\therefore S=\pi \cdot PD^2-\pi PF^2=109\pi-100\pi=9\pi.$$

故答案为：9π.

**【点评】** 本题考查了垂径定理、勾股定理、平行线的性质以及圆环的面积公式，解题的关键是分析出 CD 边扫过的区域的形状. 本题属于中档题，难度不大，但稍显繁琐，解决该题型题目时，结合 AB 边的旋转，找出 CD 边旋转过程中扫过区域的形状是关键.

**三、解答题** (本大题共 11 小题，共 102 分. 请在答题卡上指定区域内作答. 解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (6 分)

**【考点】** 实数的运算；零指数幂.

**【分析】** 原式利用乘方的意义，零指数幂法则，以及算术平方根定义计算即可得到结果.

**【解答】** 解：原式=1 - 1+5

=5.

**【点评】** 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

18. (6 分)

**【考点】** 解分式方程.

**【分析】** 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

**【解答】** 解：去分母得：2+2x - x=0，

解得：x = - 2，

经检验 x = - 2 是分式方程的解.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程时注意要检验.

19. (6分)

【考点】解一元一次不等式；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】先去分母、再去括号、移项、合并同类项、系数化为1即可求出此不等式的解集，再在数轴上表示出其解集即可.

【解答】解：去分母，得： $1+x < 3x - 3$ ，

移项，得： $x - 3x < -3 - 1$ ，

合并同类项，得： $-2x < -4$ ，

系数化为1，得： $x > 2$ ，

将解集表示在数轴上如图：



【点评】本题考查了解一元一次不等式，在数轴上表示不等式的解集的应用，解此题的关键是能正确求出不等式的解集.

20. (8分)

【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】(1) 由A的数据即可得出调查的人数，得出  $m = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%$ ；

(2) 求出C的人数即可；

(3) 由  $1000 \times (16\% + 40\%)$ ，计算即可.

【解答】解：(1)  $8 \div 16\% = 50$  (人)， $m = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%$

故答案为：50，32；

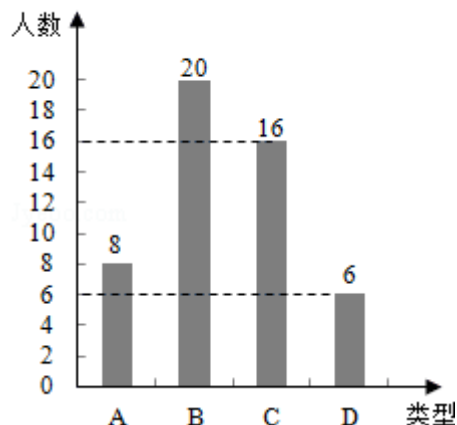
(2)  $50 \times 40\% = 20$  (人)，

补全条形统计图如图所示：

(3)  $1000 \times (16\% + 40\%) = 560$  (人)；

答：估计选择“非常了解”、“比较了解”共约有560人.

问卷情况条形统计图



【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了用样本估计总体的思想.

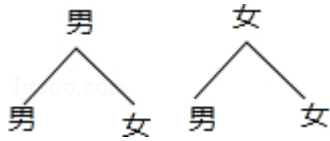
21. (10分)

【考点】列表法与树状图法.

**【分析】**(1) 根据甲、乙两校分别有一男一女，列出树状图，得出所有情况，再根据概率公式即可得出答案；

(2) 根据题意先画出树状图，得出所有情况数，再根据概率公式即可得出答案.

**【解答】**解：(1) 根据题意画图如下：

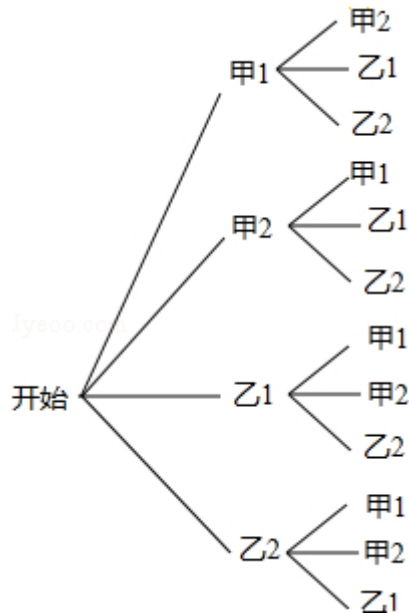


共有 4 种情况，其中所选的 2 名教师性别相同的有 2 种，

则所选的 2 名教师性别相同的概率是  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ；

故答案为：  $\frac{1}{2}$ ；

(2) 将甲、乙两校报名的教师分别记为甲 1、甲 2、乙 1、乙 2（注：1 表示男教师，2 表示女教师），树状图如图所示：



所以  $P_{(两名教师来自同一所学校)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

**【点评】** 本题考查列表法和树状图法，注意结合题意中“写出所有可能的结果”的要求，使用列举法，注意按一定的顺序列举，做到不重不漏.

22. (10 分)

**【考点】** 全等三角形的判定与性质.

**【分析】**(1) 根据已知条件得到  $BF=DE$ ，由垂直的定义得到  $\angle AED=\angle CFB=90^\circ$ ，根据全等三角形的判定定理即可得到结论；

(2) 如图，连接  $AC$  交  $BD$  于  $O$ ，根据全等三角形的性质得到  $\angle ADE=\angle CBF$ ，由平行线的判定得到  $AD\parallel BC$ ，根据平行四边形的性质即可得到结论.

**【解答】**证明：(1)  $\because BE=DF$ ,

$\therefore BE - EF=DF - EF$ ,

即  $BF=DE$ ,

$\because AE \perp BD, CF \perp BD,$

$\therefore \angle AED = \angle CFB = 90^\circ,$

在  $Rt\triangle ADE$  与  $Rt\triangle CBF$  中,  $\begin{cases} AD=BC, \\ DE=BF, \end{cases}$

$\therefore Rt\triangle ADE \cong Rt\triangle CBF;$

(2) 如图, 连接  $AC$  交  $BD$  于  $O$ ,

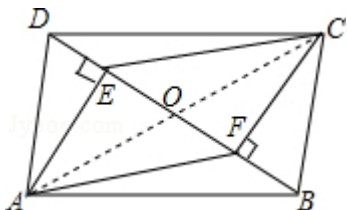
$\because Rt\triangle ADE \cong Rt\triangle CBF,$

$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$

$\therefore AD \parallel BC,$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore AO = CO.$



**【点评】** 本题考查了全等三角形的判定和性质, 平行四边形的判定和性质, 熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

23. (10分)

**【考点】** 二元一次方程组的应用.

**【分析】** (1) 设该店有客房  $x$  间, 房客  $y$  人; 根据题意得出方程组, 解方程组即可;

(2) 根据题意计算: 若每间客房住 4 人, 则 63 名客人至少需客房 16 间, 求出所需付费; 若一次性定客房 18 间, 求出所需付费, 进行比较, 即可得出结论.

**【解答】** 解: (1) 设该店有客房  $x$  间, 房客  $y$  人;

根据题意得:  $\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$ ,

解得:  $\begin{cases} x=8 \\ y=63 \end{cases}$ .

答: 该店有客房 8 间, 房客 63 人;

(2) 若每间客房住 4 人, 则 63 名客人至少需客房 16 间, 需付费  $20 \times 16 = 320$  钱;

若一次性定客房 18 间, 则需付费  $20 \times 18 \times 0.8 = 288$  钱  $< 320$  钱;

答: 诗中“众客”再次一起入住, 他们应选择一次性订房 18 间更合算.

**【点评】** 本题考查了二元一次方程组的应用; 根据题意得出方程组是解决问题的关键.

24. (10分)

**【考点】** 一次函数的应用.

**【分析】** (1) 分情况讨论: ①当  $0 \leq x \leq 3$  时, 设线段  $AB$  对应的函数表达式为  $y = kx + b$ ; 把  $A$

$(0, 10)$ ,  $B(3, 4)$  代入得出方程组, 解方程组即可; ②当  $x > 3$  时, 设  $y = \frac{m}{x}$ , 把  $(3, 4)$

代入求出  $m$  的值即可;

(2) 令  $y = \frac{12}{x} = 1$ , 得出  $x = 12 < 15$ , 即可得出结论.

**【解答】** 解: (1) 分情况讨论:

①当  $0 \leq x \leq 3$  时,

设线段 AB 对应的函数表达式为  $y=kx+b$ ;

把 A (0, 10), B (3, 4) 代入得  $\begin{cases} b=10 \\ 3k+b=4 \end{cases}$ ,

解得:  $\begin{cases} k=-2 \\ b=10 \end{cases}$ ,

$\therefore y = -2x+10$ ;

②当  $x > 3$  时, 设  $y = \frac{m}{x}$ ,

把 (3, 4) 代入得:  $m=3 \times 4=12$ ,

$\therefore y = \frac{12}{x}$ ;

综上所述: 当  $0 \leq x \leq 3$  时,  $y = -2x+10$ ; 当  $x > 3$  时,  $y = \frac{12}{x}$ ;

(2) 能; 理由如下:

令  $y = \frac{12}{x} = 1$ , 则  $x=12 < 15$ ,

故能在 15 天以内不超过最高允许的 1.0mg/L.

**【点评】** 本题考查了扬州市的应用、反比例函数的应用; 根据题意得出函数关系式是解决问题的关键.

25. (10 分)

**【考点】** 锐角三角函数的定义.

**【分析】** (1) 过 A 作  $AD \perp BC$ , 交 BC 的延长线于点 D, 由含  $30^\circ$  的直角三角形性质得  $AD = \frac{1}{2}AC = 2$ , 由三角函数求出  $CD = 2\sqrt{3}$ , 在  $Rt\triangle ABD$  中, 由三角函数求出  $BD = 16$ , 即可得出结果;

(2) 在 BC 边上取一点 M, 使得  $CM = AC$ , 连接 AM, 求出  $\angle AMC = \angle MAC = 15^\circ$ ,

$\tan 15^\circ = \tan \angle AMD = \frac{AD}{MD}$  即可得出结果.

**【解答】** 解: (1) 过 A 作  $AD \perp BC$ , 交 BC 的延长线于点 D, 如图 1 所示:

在  $Rt\triangle ADC$  中,  $AC = 4$ ,

$\therefore \angle C = 150^\circ$ ,

$\therefore \angle ACD = 30^\circ$ ,

$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 2$ ,

$CD = AC \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ,

在  $Rt\triangle ABD$  中,  $\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{BD} = \frac{1}{8}$ ,

$\therefore BD = 16$ ,

$\therefore BC = BD - CD = 16 - 2\sqrt{3}$ ;

(2) 在 BC 边上取一点 M, 使得  $CM = AC$ , 连接 AM, 如图 2 所示:

$\therefore \angle ACB = 150^\circ$ ,

$\therefore \angle AMC = \angle MAC = 15^\circ$ ,



$$\tan 15^\circ = \tan \angle AMD = \frac{AD}{MD} = \frac{2}{4+2\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} \approx \frac{1}{2+1.7} \approx 0.27 \approx 0.3.$$

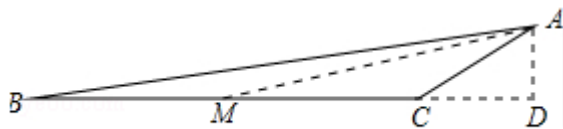


图2

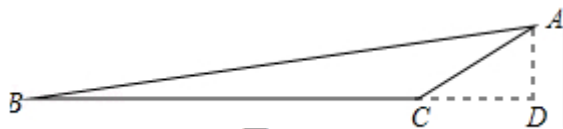


图1

【点评】本题考查了锐角三角函数、含  $30^\circ$  的直角三角形性质、三角形的内角和、等腰三角形的性质等知识；熟练掌握三角函数运算是解决问题的关键.

26. (12分)

【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 把  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 2)$  代入  $y=ax^2+bx$  求得抛物线的函数表达式为  $y=\frac{2}{3}x^2$

$-\frac{1}{3}x$ , 由于  $BC \parallel x$  轴, 设  $C(x_0, 2)$ . 于是得到方程  $\frac{2}{3}x_0^2 - \frac{1}{3}x_0 = 2$ , 即可得到结论;

(2) 设  $\triangle BCM$  边  $BC$  上的高为  $h$ , 根据已知条件得到  $h=2$ , 点  $M$  即为抛物线上到  $BC$  的距离为 2 的点, 于是得到  $M$  的纵坐标为 0 或 4, 令  $y=\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x=0$ , 或令  $y=\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x=4$ , 解方程即可得到结论;

(3) 解直角三角形得到  $OB=2\sqrt{2}$ ,  $OA=\sqrt{2}$ ,  $OC=\frac{5}{2}$ ,  $\angle AOD=\angle BOD=45^\circ$ ,  $\tan \angle COD=\frac{3}{4}$  ①

如图 1, 当  $\triangle AOC \sim \triangle BON$  时, 求得  $ON=2OC=5$ , 过  $N$  作  $NE \perp x$  轴于  $E$ , 根据三角函数的定义得到  $OE=4$ ,  $NE=3$ , 于是得到结果; ②如图 2, 根据相似三角形的性质得到  $BN=2OC=5$ , 过  $B$  作  $BG \perp x$  轴于  $G$ , 过  $N$  作  $x$  轴的平行线交  $BG$  的延长线于  $F$  解直角三角形得到  $BF=4$ ,  $NF=3$  于是得到结论.

【解答】解: (1) 把  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 2)$  代入  $y=ax^2+bx$  得:  $\begin{cases} 1=a-b \\ 2=4a+2b \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a=\frac{2}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases}$ ,

故抛物线的函数表达式为  $y=\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x$ ,

$\because BC \parallel x$  轴,

设  $C(x_0, 2)$ .

$\therefore \frac{2}{3}x_0^2 - \frac{1}{3}x_0 = 2$ , 解得:  $x_0 = -\frac{3}{2}$  或  $x_0 = 2$ ,

$\because x_0 < 0$ ,

$\therefore C(-\frac{3}{2}, 2)$ ;

(2) 设  $\triangle BCM$  边  $BC$  上的高为  $h$ ,

$$\because BC = \frac{7}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \cdot h = \frac{7}{2},$$

$\therefore h=2$ , 点 M 即为抛物线上到 BC 的距离为 2 的点,

$$\therefore M \text{ 的纵坐标为 } 0 \text{ 或 } 4, \text{ 令 } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = 0,$$

$$\text{解得: } x_1=0, x_2=\frac{1}{2},$$

$$\therefore M_1(0, 0), M_2\left(\frac{1}{2}, 0\right), \text{ 令 } y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = 4,$$

$$\text{解得: } x_3 = \frac{1+\sqrt{97}}{4}, x_4 = \frac{1-\sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore M_3\left(\frac{1+\sqrt{97}}{4}, 4\right), M_4\left(\frac{1-\sqrt{97}}{4}, 4\right),$$

综上所述: M 点的坐标为:  $(0, 0)$ ,  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{1+\sqrt{97}}{4}, 4\right)$ ,  $\left(\frac{1-\sqrt{97}}{4}, 4\right)$ ;

$$(3) \because A(-1, 1), B(2, 2), C\left(-\frac{3}{2}, 2\right), D(0, 2),$$

$$\therefore OB=2\sqrt{2}, OA=\sqrt{2}, OC=\frac{5}{2},$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD = 45^\circ, \tan \angle COD = \frac{3}{4},$$

①如图 1, 当  $\triangle AOC \sim \triangle BON$  时,  $\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{ON}$ ,  $\angle AOC = \angle BON$ ,

$$\therefore ON = 2OC = 5,$$

过 N 作  $NE \perp x$  轴于 E,

$$\because \angle COD = 45^\circ - \angle AOC = 45^\circ - \angle BON = \angle NOE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle NOE \text{ 中, } \tan \angle NOE = \tan \angle COD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore OE=4, NE=3,$$

$$\therefore N(4, 3) \text{ 同理可得 } N(3, 4);$$

②如图 2, 当  $\triangle AOC \sim \triangle OBN$  时,  $\frac{AO}{OB} = \frac{OC}{BN}$ ,  $\angle AOC = \angle OBN$ ,

$$\therefore BN = 2OC = 5,$$

过 B 作  $BG \perp x$  轴于 G, 过 N 作 x 轴的平行线交 BG 的延长线于 F,

$$\therefore NF \perp BF,$$

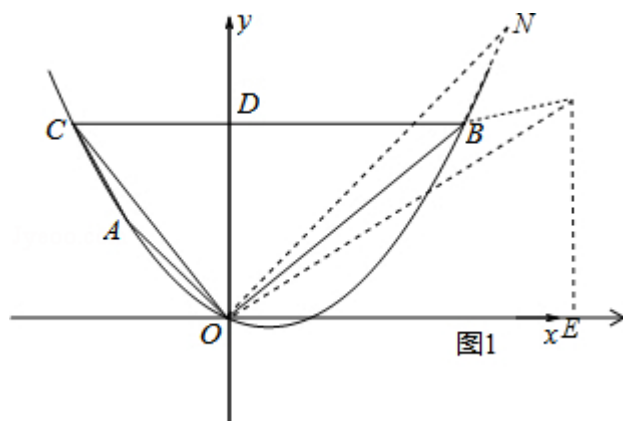
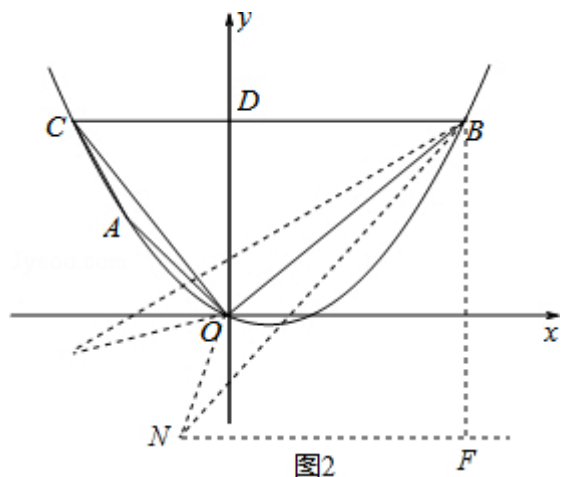
$$\because \angle COD = 45^\circ - \angle AOC = 45^\circ - \angle OBN = \angle NBF,$$

$$\therefore \tan \angle NBF = \tan \angle COD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BF=4, NF=3,$$

$$\therefore N(-1, -2), \text{ 同理 } N(-2, -1),$$

综上所述：使得 $\triangle AOC$ 与 $\triangle OBN$ 相似（边 $OA$ 与边 $OB$ 对应）的点 $N$ 的坐标是 $(4, 3)$ ， $(3, 4)$ ， $(-1, -2)$ ， $(-2, -1)$ 。



**【点评】**本题主要考查的是二次函数与相似三角形的综合应用，难度较大，解答本题需要同学们熟练掌握二次函数和相似三角形的相关性质。

27. (14分)

**【考点】**几何变换综合题；轴对称的性质；翻折变换（折叠问题）。

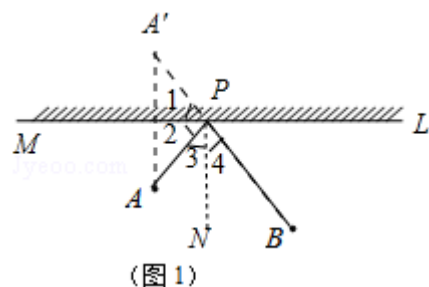
**【分析】**(1) 如图1，作 $A$ 关于平面镜 $ML$ 的对称点 $A'$ ，连接 $A'B$ 交 $ML$ 于点 $P$ ，则点 $P$ 即为所求，只要证明 $\angle 3 = \angle 4$ 即可。

(2) 如图2，作 $A$ 关于 $OM$ 的对称点 $A'$ ，作 $B$ 关于 $ON$ 的对称点 $B'$ ，连接 $A'B'$ 分别交 $OM$ 、 $ON$ 于点 $P$ 、 $Q$ 。

(3) 如图3，光线的行进路线为 $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow S$ ，则光线的行进路线为 $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B$ ，求出 $SA + AB + BC + CB + BA + AS$ 即可。

(4)  $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ ，分别作出图形即可解决问题。

**【解答】**解：(1) 如图1，作 $A$ 关于平面镜 $ML$ 的对称点 $A'$ ，连接 $A'B$ 交 $ML$ 于点 $P$ ，则点 $P$ 即为所求。



证明：如图作  $PN \perp ML$ ，

$\because A$  与  $A'$  关于  $ML$  对称，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\because \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ，  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，

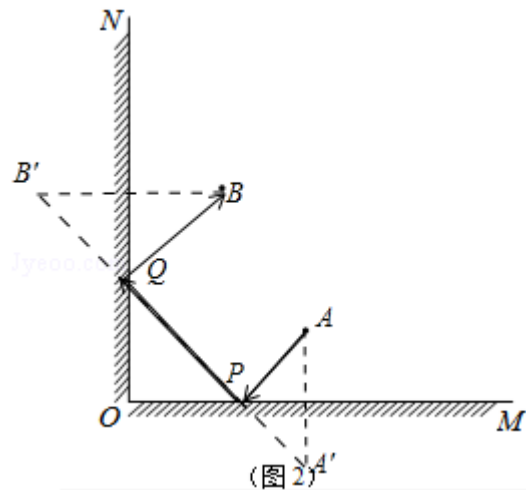
$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ ，

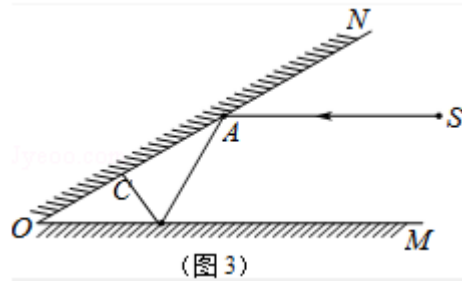
$\therefore AP$  是入射光线，  $PB$  是反射光线，  $P$  即为入射点。

(2) 如图 2，作  $A$  关于  $OM$  的对称点  $A'$ ，作  $B$  关于  $ON$  的对称点  $B'$ ，连接  $A'B'$  分别交  $OM$ 、 $ON$  于点  $P$ 、 $Q$ 。

则光线的行进路线为  $A \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow B$ 。



(3) 如图 3，光线的行进路线为  $S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow S$ 。



$\because \angle SAN = \angle OAB = \angle MON = \angle 30^\circ$ ，

$\therefore OB = BA$ ，

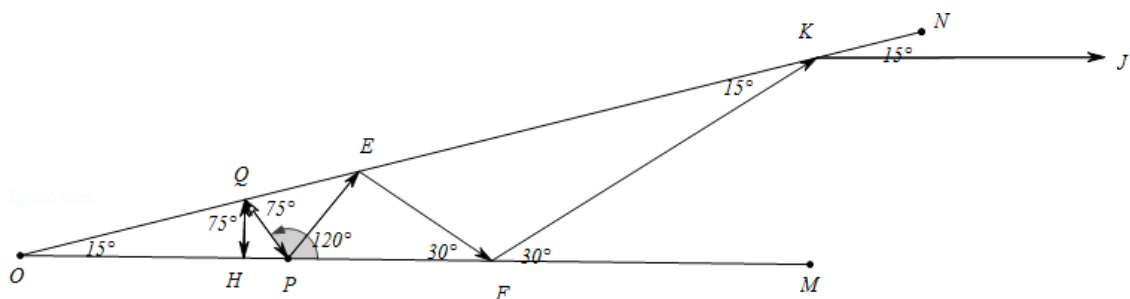
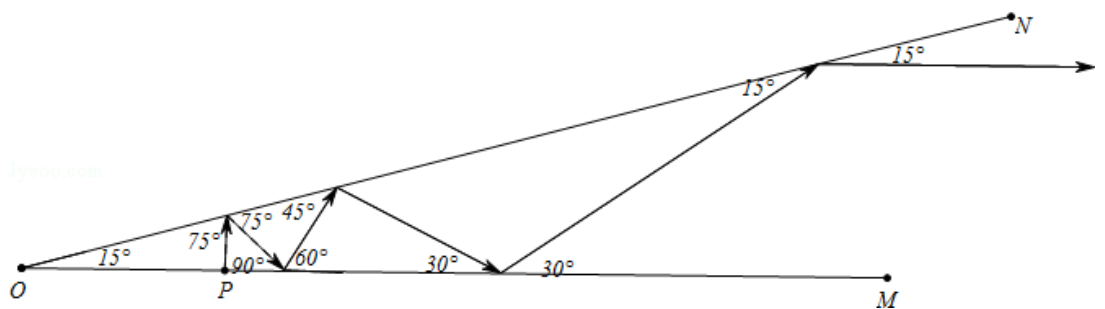
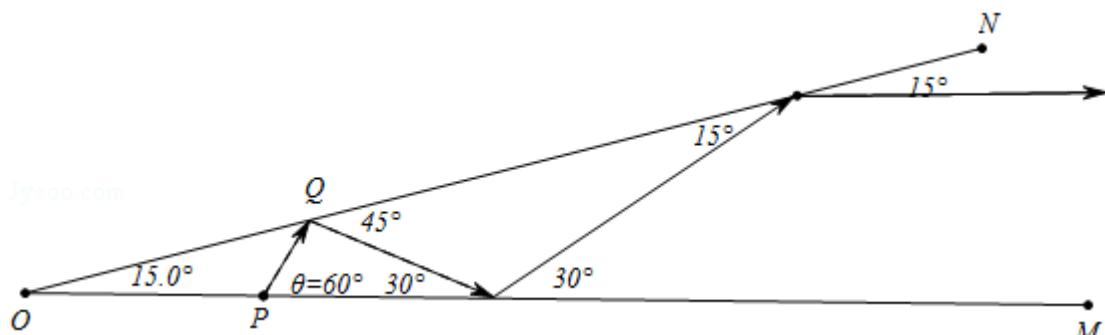
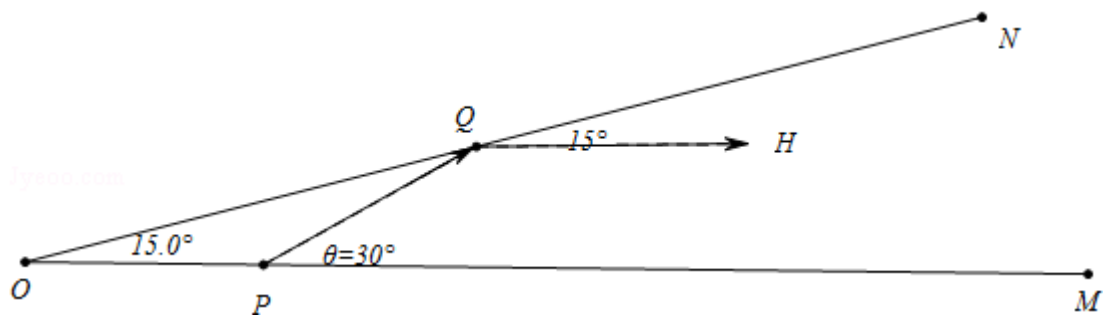
$\because BC \perp ON$ ，

$\therefore CA = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}$ ，

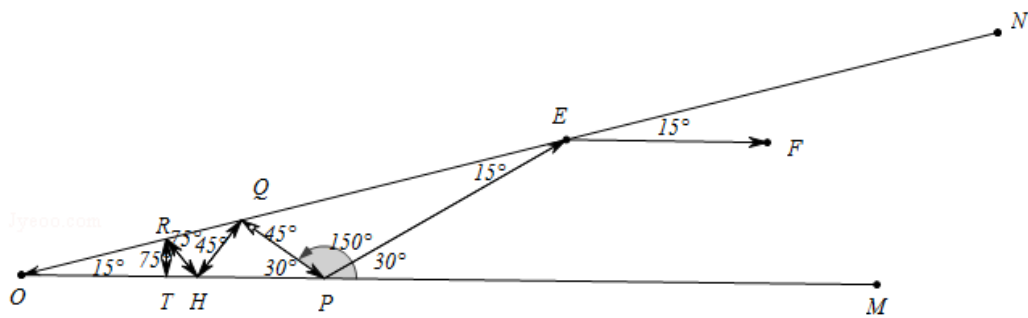
$\therefore AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，  $BC = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ，

$\therefore$  这束光线经过的路程为： $SA + AB + BC + CB + BA + AS = (1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}) \times 2 = 2 + \sqrt{3}$ 。

(4)  $\theta = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 。理由如图所示，



光线  $P \rightarrow Q \rightarrow H \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow K \rightarrow J$



光线  $P \rightarrow Q \rightarrow H \rightarrow R \rightarrow T \rightarrow R \rightarrow H \rightarrow Q \rightarrow P \rightarrow E \rightarrow F$

**【点评】** 本题考查轴对称、翻折变换等知识，解题的关键是充分利用反射角等于入射角解决问题，第四个问题容易漏解，考虑问题要全面，属于中考压轴题。