

# 第十届全国“华罗庚金杯”少年数学邀请赛

## 决赛试题 初一组

(完卷时间：一小时三十分)

### 一、填空(每题 10 分，共 80 分)

1. ①计算： $-13\frac{1}{2} \times \left(1\frac{1}{4} - 2\frac{11}{12}\right) \div (-0.5) \div \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \times [(-2)^2 - 2^2] = (\quad)$

②已知： $abc \neq 0$  且  $a+b+c=0$ ，则  $\frac{|a|b}{|a|b} + \frac{|b|c}{|b|c} + \frac{|c|a}{|c|a} = (\quad)$

2. 设  $m$  和  $n$  均不为零， $3x^2y^3$  和  $-5x^{2+2m+n}y^3$  是同类项，则  $\frac{3m^3 - m^2n + 3mn^2 + 9n^3}{5m^3 + 3m^2n - 6mn^2 + 9n^3} = (\quad)$

3. 由于浮力的作用，金放在水里称量和它的重量比较，在水中的“重量”会减少  $\frac{1}{19}$ ；银放在水里称量和它的重量相比较，在水中的“重量”会减少  $\frac{1}{10}$ 。某个只含有金银成分的古文物，重量是 150 克，在水中称量，“重量”是 141 克，则古文物中金占( )%。(精确到 1%)



图 1

4. 图 1 是几何学中非常著名的美丽的轴对称的图形，他有( )条对称轴。

5. 甲加工一种零件，乙加工另一种零件。甲用 A 型机器需要 6 小时才能完成任务，用 B 型机器效率降低 60%；乙用 B 型机器需要 10 小时才能完成任务，用 A 型机器效率提高 20%。如果甲用 A 型机器、乙用 B 型机器同时开始工作，中途某一时刻交换使用机器，甲和乙恰好同时完成任务。则甲完成任务所用的时间是( )小时。

6. 一个直角三角形三条边的长度是 3、4、5，如果分别以各边为轴旋转一周，得到三个立体，那么三个立体中最大的体积和最小的体积的比是( )。

7. 一列自然数 0, 1, 2, 3, ..., 2005, ..., 2024, 第一个数是 0，从第二个数开始，每一个都比它前一个大 1，最后一个是 2024。现在将这列自然数排成以下数表：

0	3	8	15	...
1	2	7	14	...
4	5	6	13	...
9	10	11	12	...
...	...	...	...	...

规定横排为行，竖排为列，则 2005 在表中位于第( )行和第( )列。

8.  $(3m-1)x=6x-35$  是关于  $x$  的方程，为确保该方程的解是负整数， $m$  能取的最大值是( )。

### 二、解答下列各题，要求写出简要过程(每题 10 分，共 40 分)

9. 图 2 是由风筝形和镖形两种不同的砖铺设而成的。请仔细观察这个美丽的图案，并且回答风筝形砖和镖形砖的内角各是多少度？

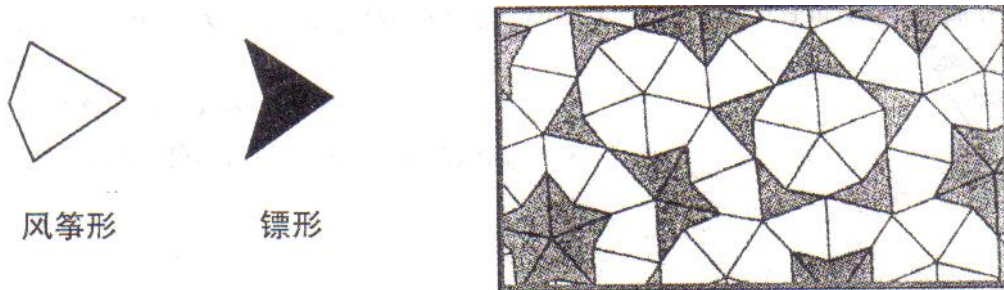


图 2

10. 已知  $ax=by=cz=1$ , 求  $\frac{1}{1+a^4} + \frac{1}{1+b^4} + \frac{1}{1+c^4} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+y^4} + \frac{1}{1+z^4}$  的值。

11. 甲地需要粮食 90 吨, 乙地需要粮食 70 吨, 今丙地有粮食 100 吨, 丁地有粮食 60 吨。由丙运往甲的每吨运费是丙运往乙每吨运费的 2 倍, 由丁运往甲的每吨运费是丁运往乙每吨运费的 1.5 倍, 由丙运往甲的每吨运费是丁运往甲每吨运费的 1.7 倍, 问怎样调运粮食, 才能使总运费最省?

12. 太平洋号和北冰洋号两艘潜艇在海下沿直线同向潜航，北冰洋号在前，太平洋号在后，在潜航的某个时刻，太平洋号发出声波，间隔 2 秒后，再次发出声波。当声波传到北冰洋号时，北冰洋号会反射声波。已知太平洋号的航行速度是每小时 54 千米，第一次和第二次探测到北冰洋号反射的回波的间隔时间是 2.01 秒，声波传播的速度是每秒 1185 米，问北冰洋号潜航的速度是每小时多少千米？（精确到每小时 1 千米）

**三、解答下列各题，要写出详细过程(每题 15 分，共 30 分)**

13. 两条直线相交，四个交角中的一个锐角或一个直角称为这两条直线的“夹角”(见图 3)。如果在平面上画  $L$  条直线，要求它们两两相交，并且“夹角”只能是  $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 、 $75^\circ$ 、 $90^\circ$  之一，问：①  $L$  的最大值是多少？② 当  $L$  取最大值时，问所有的“夹角”的和是多少？

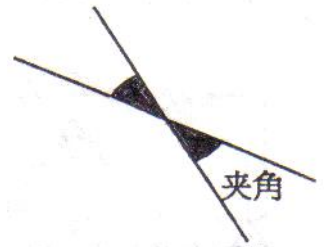


图 3

14. 将一个棱长分别为 36 厘米、54 厘米和 72 厘米的长方体切割成一些大小相同、棱长是整数厘米的正方体，然后给这些正方体的表面涂色。有一高为 14 厘米、半径为 6 厘米圆柱体桶，装满漆，已知每立方厘米的这种漆可以涂色 72 平方厘米。问：将这个长方体最多能切割成多少个棱长相同的小正方体，用这桶漆可以将它们全部染色？