

2016 年江苏省泰州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

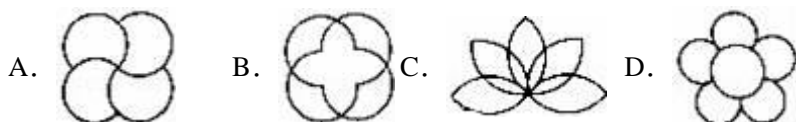
1. 4 的平方根是 ()

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. $\pm \frac{1}{2}$

2. 人体中红细胞的直径约为 0.0000077m，将数 0.0000077 用科学记数法表示为 ()

- A. 77×10^{-5} B. 0.77×10^{-7} C. 7.7×10^{-6} D. 7.7×10^{-7}

3. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. 如图所示的几何体，它的左视图与俯视图都正确的是 ()



5. 对于一组数据 -1, -1, 4, 2, 下列结论不正确的是 ()

- A. 平均数是 1 B. 众数是 -1 C. 中位数是 0.5 D. 方差是 3.5

6. 实数 a、b 满足 $\sqrt{a+1} + 4a^2 + 4ab + b^2 = 0$ ，则 b^a 的值为 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

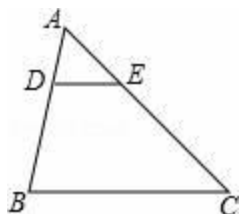
7. $(-\frac{1}{2})^0$ 等于 _____.

8. 函数 $y = \frac{1}{2x-3}$ 中，自变量 x 的取值范围是 _____.

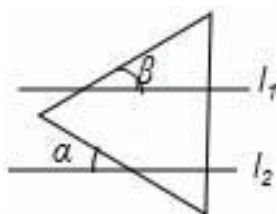
9. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子 1 枚，朝上一面的点数为偶数的概率是 _____.

10. 五边形的内角和是 _____°.

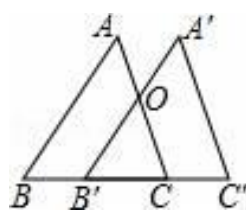
11. 如图， $\triangle ABC$ 中，D、E 分别在 AB、AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD:AB=1:3$ ，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 _____.



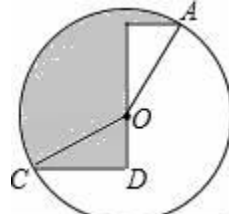
第 11 题



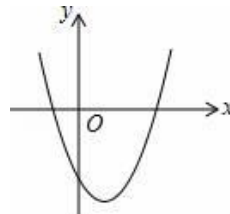
第 12 题



第 13 题



第 15 题



第 16 题

12. 如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ，将等边三角形如图放置，若 $\angle \alpha = 40^\circ$ ，则 $\angle \beta$ 等于 _____.

13. 如图， $\triangle ABC$ 中， $BC=5\text{cm}$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置时， $A'B'$ 恰好经过 AC 的中点 O，则 $\triangle ABC$ 平移的距离为 _____ cm.

14. 方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解，则 m 的值为 _____.

15. 如图， $\odot O$ 的半径为 2，点 A、C 在 $\odot O$ 上，线段 BD 经过圆心 O， $\angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$ ， $AB=1$ ， $CD=\sqrt{3}$ ，则图中阴影部分的面积为 _____.

16. 二次函数 $y=x^2 - 2x - 3$ 的图象如图所示, 若线段 AB 在 x 轴上, 且 AB 为 $2\sqrt{3}$ 个单位长度, 以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$, 使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上, 则点 C 的坐标为_____.

三、解答题

17. 计算或化简:

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2})$;

(2) $(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$.

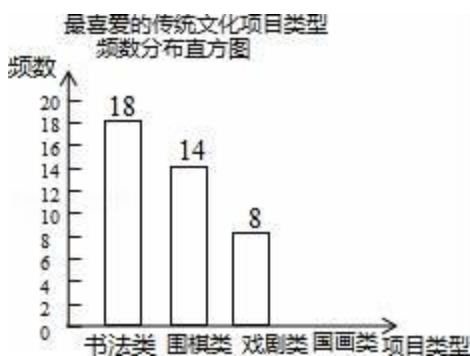
18. 某校为更好地开展“传统文化进校园”活动, 随机抽查了部分学生, 了解他们最喜爱的传统文化项目类型 (分为书法、围棋、戏剧、国画共 4 类), 并将统计结果绘制成如图不完整的频数分布表及频数分布直方图.

最喜爱的传统文化项目类型频数分布表

项目类型	频数	频率
书法类	18	a
围棋类	14	0.28
喜剧类	8	0.16
国画类	b	0.20

根据以上信息完成下列问题:

- 直接写出频数分布表中 a 的值;
- 补全频数分布直方图;
- 若全校共有学生 1500 名, 估计该校最喜爱围棋的学生大约有多少人?



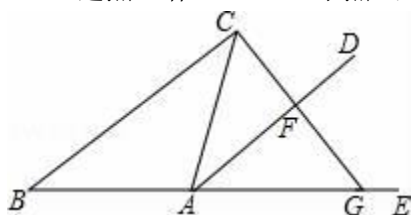
19. 一只不透明的袋子中装有 3 个球，球上分别标有数字 0, 1, 2，这些球除了数字外其余都相同，甲、乙两人玩摸球游戏，规则如下：先由甲随机摸出一个球（不放回），再由乙随机摸出一个球，两人摸出的球所标的数字之和为偶数时则甲胜，和为奇数时则乙胜.

- (1) 用画树状图或列表的方法列出所有可能的结果；
- (2) 这样的游戏规则是否公平？请说明理由.

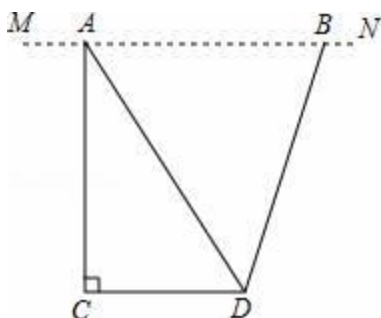
20. 随着互联网的迅速发展，某购物网站的年销售额从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元. 求该购物网站平均每年销售额增长的百分率.

21. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， E 在 BA 的延长线上， AD 平分 $\angle CAE$.

- (1) 求证： $AD \parallel BC$ ；
- (2) 过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 F ，交 AE 于点 G ，若 $AF=4$ ，求 BC 的长.

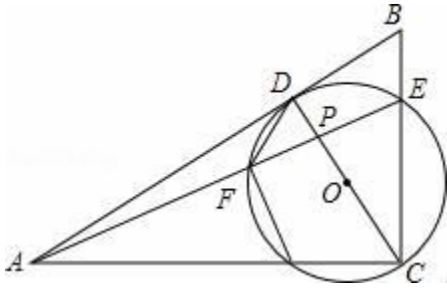


22. 如图，地面上两个村庄 C 、 D 处于同一水平线上，一飞行器在空中以 6 千米/小时的速度沿 MN 方向水平飞行，航线 MN 与 C 、 D 在同一铅直平面内. 当该飞行器飞行至村庄 C 的正上方 A 处时，测得 $\angle NAD=60^\circ$ ；该飞行器从 A 处飞行 40 分钟至 B 处时，测得 $\angle ABD=75^\circ$. 求村庄 C 、 D 间的距离（ $\sqrt{3}$ 取 1.73，结果精确到 0.1 千米）



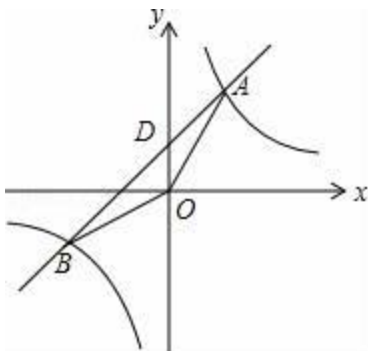
23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 上一点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 E , 连接 AE 交 CD 于点 P , 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 DF , $\angle CAE=\angle ADF$.

- (1) 判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
- (2) 若 $PF:PC=1:2$, $AF=5$, 求 CP 的长.

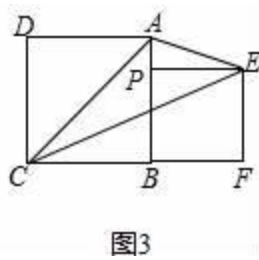
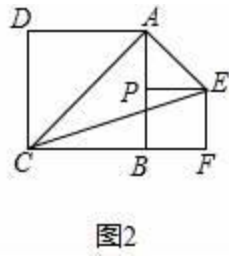
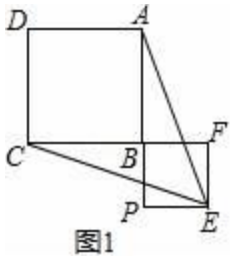


24. 如图, 点 $A(m, 4)$, $B(-4, n)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象上, 经过点 A 、 B 的直线与 x 轴相交于点 C , 与 y 轴相交于点 D .

- (1) 若 $m=2$, 求 n 的值;
- (2) 求 $m+n$ 的值;
- (3) 连接 OA 、 OB , 若 $\tan\angle AOD+\tan\angle BOC=1$, 求直线 AB 的函数关系式.



25. 已知正方形 $ABCD$, P 为射线 AB 上的一点, 以 BP 为边作正方形 $BPEF$, 使点 F 在线段 CB 的延长线上, 连接 EA 、 EC .



- (1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 求证: $EA=EC$;
 (2) 若点 P 在线段 AB 上.
- ①如图 2, 连接 AC , 当 P 为 AB 的中点时, 判断 $\triangle ACE$ 的形状, 并说明理由;
 ②如图 3, 设 $AB=a$, $BP=b$, 当 EP 平分 $\angle AEC$ 时, 求 $a:b$ 及 $\angle AEC$ 的度数.

2016年江苏省泰州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共有6小题，每小题3分，共18分

1. 4的平方根是（ ）

- A. ± 2 B. -2 C. 2 D. $\pm \frac{1}{2}$

【考点】平方根.

【分析】直接利用平方根的定义分析得出答案.

【解答】解：4的平方根是： $\pm\sqrt{4}=\pm 2$.

故选：A.

2. 人体中红细胞的直径约为0.0000077m，将数0.0000077用科学记数法表示为（ ）

- A. 77×10^{-5} B. 0.77×10^{-7} C. 7.7×10^{-6} D. 7.7×10^{-7}

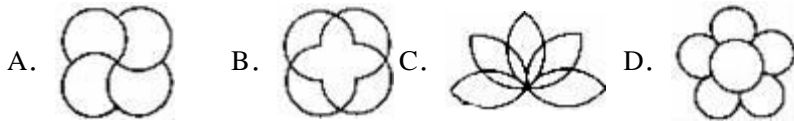
【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【解答】解： $0.0000077=7.7 \times 10^{-6}$,

故选：C.

3. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故错误；

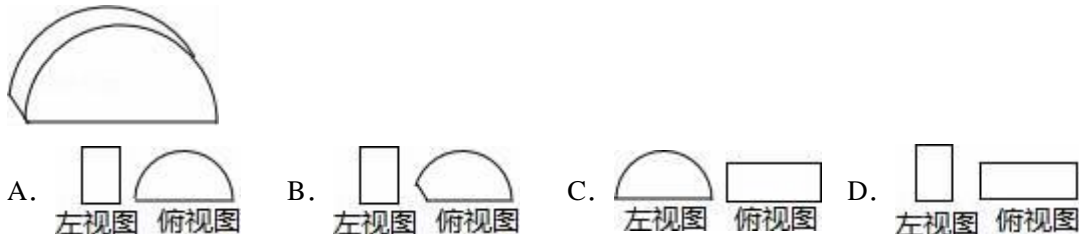
B、是轴对称图形，又是中心对称图形，故正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故错误.

故选B.

4. 如图所示的几何体，它的左视图与俯视图都正确的是（ ）



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】该几何体的左视图为一个矩形，俯视图为矩形.

【解答】解：该几何体的左视图是边长分别为圆的半径和厚的矩形，俯视图是边长分别为圆的直径和厚的矩形，

故选D.

5. 对于一组数据 $-1, -1, 4, 2$, 下列结论不正确的是 ()
A. 平均数是 1 B. 众数是 -1 C. 中位数是 0.5 D. 方差是 3.5

【考点】 方差; 算术平均数; 中位数; 众数.

【分析】 根据众数、中位数、方差和平均数的定义和计算公式分别对每一项进行分析, 即可得出答案.

【解答】 解: 这组数据的平均数是: $(-1 - 1 + 4 + 2) \div 4 = 1$;

-1 出现了 2 次, 出现的次数最多, 则众数是 -1 ;

把这组数据从小到大排列为: $-1, -1, 2, 4$, 最中间的数是第 2、3 个数的平均数, 则中位数是 $\frac{-1+2}{2} = 0.5$;

这组数据的方差是: $\frac{1}{4} [(-1-1)^2 + (-1-1)^2 + (4-1)^2 + (2-1)^2] = 4.5$;

则下列结论不正确的是 D;

故选 D.

6. 实数 a, b 满足 $\sqrt{a+1} + 4a^2 + 4ab + b^2 = 0$, 则 b^a 的值为 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】 非负数的性质: 算术平方根; 非负数的性质: 偶次方.

【分析】 先根据完全平方公式整理, 再根据非负数的性质列方程求出 a, b 的值, 然后代入代数式进行计算即可得解.

【解答】 解: 整理得, $\sqrt{a+1} + (2a+b)^2 = 0$,

所以, $a+1=0, 2a+b=0$,

解得 $a=-1, b=2$,

所以, $b^a = 2^{-1} = \frac{1}{2}$.

故选 B.

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分

7. $(-\frac{1}{2})^0$ 等于 1.

【考点】 零指数幂.

【分析】 依据零指数幂的性质求解即可.

【解答】 解: 由零指数幂的性质可知: $(-\frac{1}{2})^0 = 1$.

故答案为: 1.

8. 函数 $y = \frac{1}{2x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq \frac{3}{2}$.

【考点】 函数自变量的取值范围; 分式有意义的条件.

【分析】 根据分式有意义的条件是分母不为 0; 令分母为 0, 可得到答案.

【解答】 解: 根据题意得 $2x - 3 \neq 0$,

解可得 $x \neq \frac{3}{2}$,

故答案为 $x \neq \frac{3}{2}$.

9. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子 1 枚, 朝上一面的点数为偶数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【考点】 概率公式.

【分析】 根据概率公式知, 6个数中有3个偶数, 故掷一次骰子, 向上一面的点数为偶数的概率是 $\frac{1}{2}$.

【解答】 解: 根据题意可得: 掷一次骰子, 向上一面的点数有6种情况, 其中有3种为向上一面的点数为偶数,

故其概率是 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

10. 五边形的内角和是 540 °.

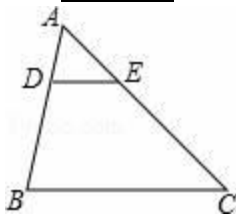
【考点】 多边形内角与外角.

【分析】 根据多边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 代入计算即可.

【解答】 解: $(5-2) \cdot 180^\circ$
 $=540^\circ$,

故答案为: 540° .

11. 如图, $\triangle ABC$ 中, D、E 分别在 AB、AC 上, $DE \parallel BC$, $AD: AB=1: 3$, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 1: 9.

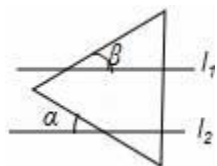


【考点】 相似三角形的判定与性质.

【分析】 由 DE 与 BC 平行, 得到两对同位角相等, 利用两对角相等的三角形相似得到三角形 ADE 与三角形 ABC 相似, 利用相似三角形的面积之比等于相似比的平方即可得到结果.

【解答】 解: $\because DE \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADE = \angle B$, $\angle AED = \angle C$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,
 $\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = (AD : AB)^2 = 1 : 9$,
故答案为: 1: 9.

12. 如图, 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, 将等边三角形如图放置, 若 $\angle \alpha = 40^\circ$, 则 $\angle \beta$ 等于 20° .



【考点】 等边三角形的性质; 平行线的性质.

【分析】 过点 A 作 $AD \parallel l_1$, 如图, 根据平行线的性质可得 $\angle BAD = \angle \beta$. 根据平行线的传递性可得 $AD \parallel l_2$, 从而得到 $\angle DAC = \angle \alpha = 40^\circ$. 再根据等边 $\triangle ABC$ 可得到 $\angle BAC = 60^\circ$, 就可求出 $\angle DAC$, 从而解决问题.

【解答】 解: 过点 A 作 $AD \parallel l_1$, 如图,
则 $\angle BAD = \angle \beta$.

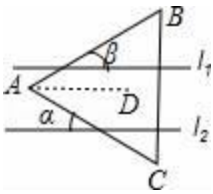
$\because l_1 \parallel l_2$,

$\therefore AD \parallel l_2$,

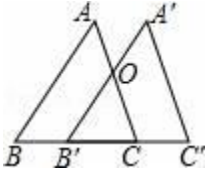
$\therefore \angle DAC = \angle \alpha = 40^\circ$.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle \beta = \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$.
 故答案为 20° .



13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BC = 5\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置时, $A'B'$ 恰好经过 AC 的中点 O , 则 $\triangle ABC$ 平移的距离为 2.5 cm .



【考点】 平移的性质.

【分析】 根据平移的性质: 对应线段平行, 以及三角形中位线定理可得 B' 是 BC 的中点, 求出 BB' 即为所求.

【解答】 解: \because 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle A'B'C'$ 的对应位置,

$\therefore A'B' \parallel AB$,

$\because O$ 是 AC 的中点,

$\therefore B'$ 是 BC 的中点,

$\therefore BB' = 5 \div 2 = 2.5$ (cm).

故 $\triangle ABC$ 平移的距离为 2.5cm .

故答案为: 2.5 .

14. 方程 $2x - 4 = 0$ 的解也是关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个解, 则 m 的值为 -3.

【考点】 一元二次方程的解.

【分析】 先求出方程 $2x - 4 = 0$ 的解, 再把 x 的值代入方程 $x^2 + mx + 2 = 0$, 求出 m 的值即可.

【解答】 解: $2x - 4 = 0$,

解得: $x = 2$,

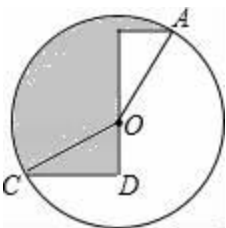
把 $x = 2$ 代入方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 得:

$4 + 2m + 2 = 0$,

解得: $m = -3$.

故答案为: -3 .

15. 如图, $\odot O$ 的半径为 2 , 点 A, C 在 $\odot O$ 上, 线段 BD 经过圆心 O , $\angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$, $AB = 1$, $CD = \sqrt{3}$, 则图中阴影部分的面积为 $\frac{5}{3}\pi$.



【考点】 扇形面积的计算.

【分析】 通过解直角三角形可求出 $\angle AOB = 30^\circ$, $\angle COD = 60^\circ$, 从而可求出 $\angle AOC = 150^\circ$, 再通过证三角形全等找出 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAC}$, 套入扇形的面积公式即可得出结论.

【解答】解：在 $Rt\triangle ABO$ 中， $\angle ABO=90^\circ$ ， $OA=2$ ， $AB=1$ ，
 $\therefore OB=\sqrt{OA^2-AB^2}=\sqrt{3}$ ， $\sin\angle AOB=\frac{AB}{OA}=\frac{1}{2}$ ， $\angle AOB=30^\circ$ 。

同理，可得出： $OD=1$ ， $\angle COD=60^\circ$ 。

$\therefore \angle AOC=\angle AOB+\angle COD=30^\circ+60^\circ=90^\circ$ 。

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle OCD$ 中，有 $\begin{cases} AO=OC \\ AB=OD \\ BO=DC \end{cases}$

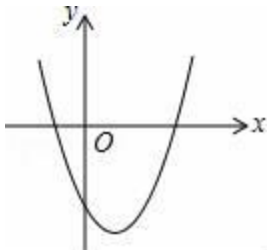
$\therefore \triangle AOB \cong \triangle OCD$ (SSS)。

$\therefore S_{\text{阴影}}=S_{\text{扇形} OAC}$ 。

$\therefore S_{\text{扇形} OAC}=\frac{150}{360}\pi R^2=\frac{150}{360}\pi \times 2^2=\frac{5}{3}\pi$ 。

故答案为： $\frac{5}{3}\pi$ 。

16. 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示，若线段 AB 在 x 轴上，且 AB 为 $2\sqrt{3}$ 个单位长度，以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$ ，使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，则点 C 的坐标为 $(1-\sqrt{7}, -3)$ 。



【考点】二次函数的性质。

【分析】 $\triangle ABC$ 是等边三角形，且边长为 $2\sqrt{3}$ ，所以该等边三角形的高为 3，又点 C 在二次函数上，所以令 $y=\pm 3$ 代入解析式中，分别求出 x 的值。由因为使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，所以 $x < 0$ 。

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，且 $AB=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AB$ 边上的高为 3，

又 \because 点 C 在二次函数图象上，

$\therefore C$ 的坐标为 ± 3 ，

令 $y=\pm 3$ 代入 $y=x^2-2x-3$ ，

$\therefore x=1 \pm \sqrt{7}$ 或 0 或 2

\because 使点 C 落在该函数 y 轴右侧的图象上，

$\therefore x < 0$ ，

$\therefore x=1-\sqrt{7}$ ，

$\therefore C(1-\sqrt{7}, -3)$ 。

故答案为： $(1-\sqrt{7}, -3)$

三、解答题

17. 计算或化简：

(1) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2})$;

(2) $(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$ 。

【考点】二次根式的加减法；分式的混合运算。

【分析】(1) 先化成最简二次根式，再去括号、合并同类二次根式即可；

(2) 先将括号内的分式通分，进行减法运算，再将除法转化为乘法，然后化简即可。

【解答】解：(1) $\frac{1}{2}\sqrt{12} - (3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2})$
 $= \sqrt{3} - (\sqrt{3} + \sqrt{2})$
 $= \sqrt{3} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $= -\sqrt{2}$;

(2) $(\frac{m}{m-2} - \frac{2m}{m^2-4}) \div \frac{m}{m+2}$
 $= (\frac{m^2+2m}{m^2-4} - \frac{2m}{m^2-4}) \cdot \frac{m+2}{m}$
 $= \frac{m^2}{m^2-4} \cdot \frac{m+2}{m}$
 $= \frac{m}{m-2}$;

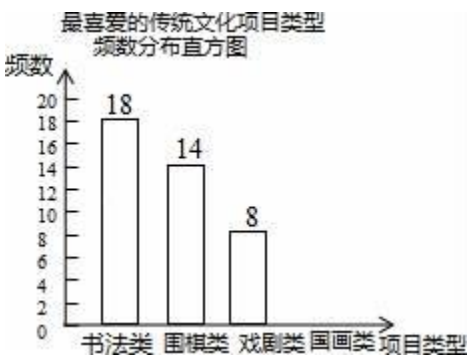
18. 某校为更好地开展“传统文化进校园”活动，随机抽查了部分学生，了解他们最喜爱的传统文化项目类型（分为书法、围棋、戏剧、国画共4类），并将统计结果绘制成如图不完整的频数分布表及频数分布直方图。

最喜爱的传统文化项目类型频数分布表

项目类型	频数	频率
书法类	18	a
围棋类	14	0.28
喜剧类	8	0.16
国画类	b	0.20

根据以上信息完成下列问题：

- (1) 直接写出频数分布表中 a 的值；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 若全校共有学生 1500 名，估计该校最喜爱围棋的学生大约有多少人？



【考点】频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表。

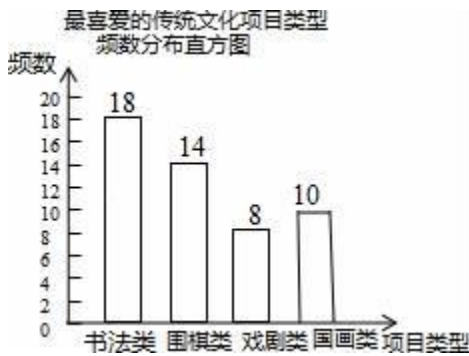
【分析】(1) 首先根据围棋类是 14 人，频率是 0.28，据此即可求得总人数，然后利用 18 除以总人数即可求得 a 的值；

(2) 用 50 乘以 0.20 求出 b 的值，即可解答；

(4) 用总人数 1500 乘以喜爱围棋的学生频率即可求解。

【解答】解：(1) $14 \div 0.28 = 50$ （人），
 $a = 18 \div 50 = 0.36$ 。

(2) $b=50 \times 0.20=10$, 如图,



(3) $1500 \times 0.28=428$ (人),

答: 若全校共有学生 1500 名, 估计该校最喜爱围棋的学生大约有 428 人.

19. 一只不透明的袋子中装有 3 个球, 球上分别标有数字 0, 1, 2, 这些球除了数字外其余都相同, 甲、以两人玩摸球游戏, 规则如下: 先由甲随机摸出一个球 (不放回), 再由乙随机摸出一个球, 两人摸出的球所标的数字之和为偶数时则甲胜, 和为奇数时则乙胜.

(1) 用画树状图或列表的方法列出所有可能的结果;

(2) 这样的游戏规则是否公平? 请说明理由.

【考点】 游戏公平性; 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 根据列表, 可得答案;

(2) 游戏是否公平, 求出游戏双方获胜的概率, 比较是否相等.

【解答】 解: 列举所有可能:

甲	0	1	2
乙	1	0	0
	2	2	1

(2) 游戏不公平, 理由如下:

由表可知甲获胜的概率 $=\frac{1}{3}$, 乙获胜的概率 $=\frac{2}{3}$,

乙获胜的可能性大,

所以游戏是不公平的.

20. 随着互联网的迅速发展, 某购物网站的年销售额从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元. 求该购物网站平均每年销售额增长的百分率.

【考点】 一元二次方程的应用.

【分析】 增长率问题, 一般用增长后的量=增长前的量 \times (1+增长率), 参照本题, 如果设平均增长率为 x , 根据“从 2013 年的 200 万元增长到 2015 年的 392 万元”, 即可得出方程.

【解答】 解: 设该购物网站平均每年销售额增长的百分率为 x ,

根据题意, 得: $200(1+x)^2=392$,

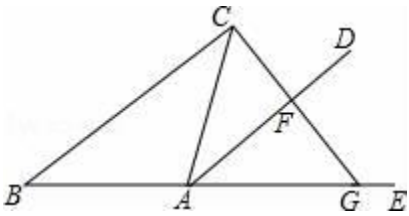
解得: $x_1=0.4$, $x_2=-2.4$ (不符合题意, 舍去).

答: 该购物网站平均每年销售额增长的百分率为 40%.

21. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, E 在 BA 的延长线上, AD 平分 $\angle CAE$.

(1) 求证: $AD \parallel BC$;

(2) 过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 F , 交 AE 于点 G , 若 $AF=4$, 求 BC 的长.



【考点】相似三角形的判定与性质；角平分线的定义.

【分析】(1) 由 $AB=AC$, AD 平分 $\angle CAE$, 易证得 $\angle B = \angle DAG = \frac{1}{2}\angle CAG$, 继而证得结论;

(2) 由 $CG \perp AD$, AD 平分 $\angle CAE$, 易得 $CF=GF$, 然后由 $AD \parallel BC$, 证得 $\triangle AGF \sim \triangle BGC$, 再由相似三角形的对应边成比例, 求得答案.

【解答】(1) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle CAE$,

$$\therefore \angle DAG = \frac{1}{2}\angle CAG,$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\because \angle CAG = \angle B + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2}\angle CAG,$$

$$\therefore \angle B = \angle DAG,$$

$$\therefore AD \parallel BC;$$

(2) 解: $\because CG \perp AD$,

$$\therefore \angle AFC = \angle AFG = 90^\circ,$$

在 $\triangle AFC$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAF = \angle GAF \\ AF = AF \\ \angle AFC = \angle AFG \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AFC \cong \triangle AFG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore CF = GF,$$

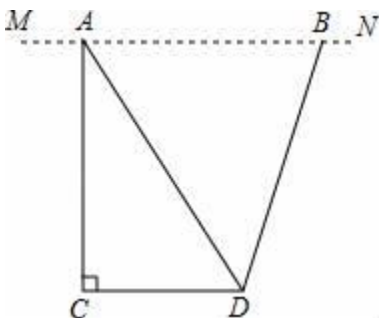
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle BGC,$$

$$\therefore GF : GC = AF : BC = 1 : 2,$$

$$\therefore BC = 2AF = 2 \times 4 = 8.$$

22. 如图, 地面上两个村庄 C 、 D 处于同一水平线上, 一飞行器在空中以 6 千米/小时的速度沿 MN 方向水平飞行, 航线 MN 与 C 、 D 在同一铅直平面内. 当该飞行器飞行至村庄 C 的正上方 A 处时, 测得 $\angle NAD = 60^\circ$; 该飞行器从 A 处飞行 40 分钟至 B 处时, 测得 $\angle ABD = 75^\circ$. 求村庄 C 、 D 间的距离 ($\sqrt{3}$ 取 1.73, 结果精确到 0.1 千米)



【考点】解直角三角形的应用.

【分析】过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E, 三角形的内角和得到 $\angle ADB=45^\circ$, 根据直角三角形的性质得到 $AE=2, BE=2\sqrt{3}$, 求得 $AD=2+2\sqrt{3}$, 即可得到结论.

【解答】解: 过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E,

$$\because \angle NAD=60^\circ, \angle ABD=75^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB=45^\circ,$$

$$\because AB=6 \times \frac{40}{60}=4,$$

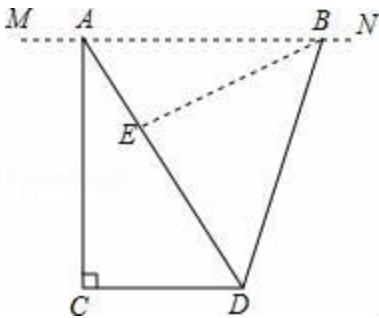
$$\therefore AE=2, BE=2\sqrt{3},$$

$$\therefore DE=BE=2\sqrt{3},$$

$$\therefore AD=2+2\sqrt{3},$$

$$\because \angle C=90^\circ, \angle CAD=30^\circ,$$

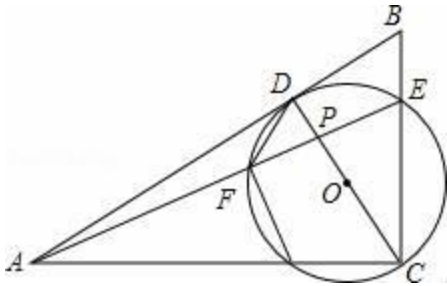
$$\therefore CD=\frac{1}{2}AD=1+\sqrt{3}.$$



23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 上一点, 以 CD 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 E, 连接 AE 交 CD 于点 P, 交 $\odot O$ 于点 F, 连接 DF, $\angle CAE=\angle ADF$.

(1) 判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $PF:PC=1:2$, $AF=5$, 求 CP 的长.



【考点】直线与圆的位置关系.

【分析】(1) 结论: AB 是 $\odot O$ 切线, 连接 DE, CF, 由 $\angle FCD+\angle CDF=90^\circ$, 只要证明 $\angle ADF=\angle DCF$ 即可解决问题.

(2) 只要证明 $\triangle PCF \sim \triangle PAC$, 得 $\frac{PC}{PA} = \frac{PF}{PC}$, 设 $PF=a$. 则 $PC=2a$, 列出方程即可解决问题.

【解答】解: (1) AB 是 $\odot O$ 切线.

理由: 连接 DE、CF.

\because CD 是直径,

$$\therefore \angle DEC=\angle DFC=90^\circ,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

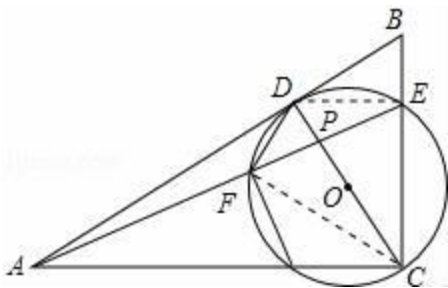
$$\therefore \angle DEC+\angle ACE=180^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DEA=\angle EAC=\angle DCF,$$

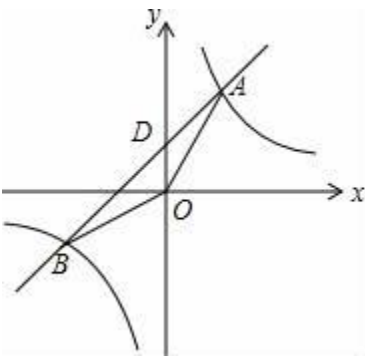
$$\because \angle DFC=90^\circ,$$

$\therefore \angle FCD + \angle CDF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADF = \angle EAC = \angle DCF$,
 $\therefore \angle ADF + \angle CDF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$,
 $\therefore CD \perp AD$,
 $\therefore AB$ 是 $\odot O$ 切线.
 (2) $\because \angle CPF = \angle CPA$, $\angle PCF = \angle PAC$,
 $\therefore \triangle PCF \sim \triangle PAC$,
 $\therefore \frac{PC}{PA} = \frac{PF}{PC}$,
 $\therefore PC^2 = PF \cdot PA$, 设 $PF = a$. 则 $PC = 2a$,
 $\therefore 4a^2 = a(a+5)$,
 $\therefore a = \frac{5}{3}$,
 $\therefore PC = 2a = \frac{10}{3}$.



24. 如图, 点 $A(m, 4)$, $B(-4, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 经过点 A 、 B 的直线与 x 轴相交于点 C , 与 y 轴相交于点 D .

- (1) 若 $m=2$, 求 n 的值;
- (2) 求 $m+n$ 的值;
- (3) 连接 OA 、 OB , 若 $\tan \angle AOD + \tan \angle BOC = 1$, 求直线 AB 的函数关系式.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 先把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 求出 k 的值得到反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$, 然后把 $B(-4, n)$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ 可求出 n 的值;

(2) 利用反比例函数图象上点的坐标特征得到 $4m = k$, $-4n = k$, 然后把两式相减消去 k 即可得到 $m+n$ 的值;

(3) 作 $AE \perp y$ 轴于 E , $BF \perp x$ 轴于 F , 如图, 利用正切的定义得到 $\tan \angle AOE = \frac{AE}{OE} = \frac{\pi}{4}$, $\tan \angle BOF = \frac{BF}{OF} = \frac{-n}{4}$, 则 $\frac{\pi}{4} + \frac{-n}{4} = 1$, 加上 $m+n=0$, 于是可解得 $m=2$, $n=-2$, 从而得到 $A(2, 4)$, $B(-4, -2)$, 然后利用待定系数法求直线 AB 的解析式.

【解答】解: (1) 当 $m=2$, 则 $A(2, 4)$,

把 $A(2, 4)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k=2 \times 4=8$,

所以反比例函数解析式为 $y = \frac{8}{x}$,

把 $B(-4, n)$ 代入 $y = \frac{8}{x}$ 得 $-4n=8$, 解得 $n=-2$;

(2) 因为点 $A(m, 4)$, $B(-4, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上,

所以 $4m=k$, $-4n=k$,

所以 $4m+4n=0$, 即 $m+n=0$;

(3) 作 $AE \perp y$ 轴于 E , $BF \perp x$ 轴于 F , 如图,

在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\tan \angle AOE = \frac{AE}{OE} = \frac{\pi}{4}$,

在 $Rt\triangle BOF$ 中, $\tan \angle BOF = \frac{BF}{OF} = \frac{-n}{4}$,

而 $\tan \angle AOD + \tan \angle BOC = 1$,

所以 $\frac{\pi}{4} + \frac{-n}{4} = 1$,

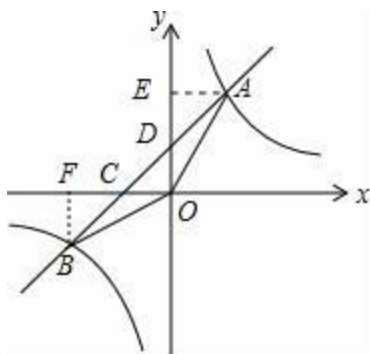
而 $m+n=0$, 解得 $m=2$, $n=-2$,

则 $A(2, 4)$, $B(-4, -2)$,

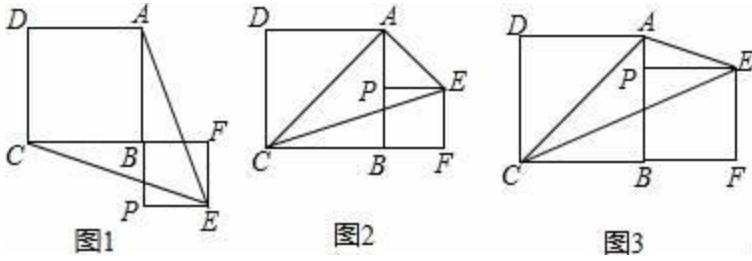
设直线 AB 的解析式为 $y=px+q$,

把 $A(2, 4)$, $B(-4, -2)$ 代入得 $\begin{cases} 2p+q=4 \\ -4p+q=-2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} p=1 \\ q=2 \end{cases}$,

所以直线 AB 的解析式为 $y=x+2$.



25. 已知正方形 $ABCD$, P 为射线 AB 上的一点, 以 BP 为边作正方形 $BPEF$, 使点 F 在线段 CB 的延长线上, 连接 EA , EC .



- (1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 求证: $EA=EC$;
 (2) 若点 P 在线段 AB 上.
 ①如图 2, 连接 AC, 当 P 为 AB 的中点时, 判断 $\triangle ACE$ 的形状, 并说明理由;
 ②如图 3, 设 $AB=a$, $BP=b$, 当 EP 平分 $\angle AEC$ 时, 求 $a:b$ 及 $\angle AEC$ 的度数.

【考点】 四边形综合题.

【分析】 (1) 根据正方形的性质和全等三角形的判定定理证明 $\triangle APE \cong \triangle CFE$, 根据全等三角形的性质证明结论;

(2) ①根据正方形的性质、等腰直角三角形的性质解答;

②根据 $PE \parallel CF$, 得到 $\frac{PE}{BC} = \frac{PG}{GB}$, 代入 a、b 的值计算出 a:b, 根据角平分线的判定定理得到 $\angle HCG = \angle BCG$,

证明 $\angle AEC = \angle ACB$, 即可求出 $\angle AEC$ 的度数.

【解答】 解: (1) \because 四边形 ABCD 和四边形 BPEF 是正方形,

$\therefore AB=BC$, $BP=BF$,

$\therefore AP=CF$,

在 $\triangle APE$ 和 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} AP=CF \\ \angle P=\angle F \\ PE=EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle APE \cong \triangle CFE$,

$\therefore EA=EC$;

(2) ① \because P 为 AB 的中点,

$\therefore PA=PB$, 又 $PB=PE$,

$\therefore PA=PE$,

$\therefore \angle PAE=45^\circ$, 又 $\angle DAC=45^\circ$,

$\therefore \angle CAE=90^\circ$, 即 $\triangle ACE$ 是直角三角形;

② \because EP 平分 $\angle AEC$, $EP \perp AG$,

$\therefore AP=PG=a-b$, $BG=a-(2a-2b)=2b-a$

$\because PE \parallel CF$,

$$\therefore \frac{PE}{BC} = \frac{PG}{GB}, \text{ 即 } \frac{b}{a} = \frac{a-b}{2b-a}$$

解得, $a=\sqrt{2}b$;

作 $GH \perp AC$ 于 H,

$\because \angle CAB=45^\circ$,

$$\therefore HG = \frac{\sqrt{2}}{2}AG = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (2\sqrt{2}b - 2b) = (2 - \sqrt{2})b, \text{ 又 } BG = 2b - a = (2 - \sqrt{2})b,$$

$\therefore GH=GB$, $GH \perp AC$, $GB \perp BC$,

$\therefore \angle HCG = \angle BCG$,

$\because PE \parallel CF$,

$\therefore \angle PEG = \angle BCG$,

$\therefore \angle AEC = \angle ACB = 45^\circ$.

$\therefore a: b = \sqrt{2}: 1; \therefore \angle AEC = 45^\circ.$

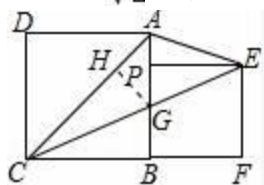


图3

2016年6月23日