

县(区): _____ 学校: _____ 班级: _____ 姓名: _____ 考号: _____
 0 密 封 线 0

2018年全国初中数学竞赛(初二组)初赛试题

(考试时间: 2018年3月23日下午3:00—5:00)

题号	一	二	三	四	五	合计
得分						
复核人						

得分	评卷人

一、选择题(本题满分42分, 每小题7分)

1. 下列计算中, 正确的是 [].
 (A) $(a^b)^2 = a^b$ (B) $a^2 \cdot a^2 = a^4$ (C) $(a^2)^3 = a^5$ (D) $a^2 \div a^2 = a^2$
 2. 已知 $x^2 = 3$, 那么在数轴上与实数 x 对应的点可能是 [].
 (A) 点 P_1
 (B) 点 P_2
 (C) 点 P_3 或点 P_4
 (D) 点 P_1 或点 P_2
- 第2题图
3. 如图, 已知点 A, D, C, F 在同一条直线上, 且 $AB = DE, BC = EF$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 还需要添加一个条件是 [].
 (A) $\angle BCA = \angle F$
 (B) $\angle B = \angle E$
 (C) $BC \parallel EF$
 (D) $\angle A = \angle EDF$
- 第3题图
4. 要使分式 $\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{a^2+1}{a^2-2a+1}\right) \div \frac{1}{a-1}$ 的值是负整数, 则整数 a 应取的数为 [].
 (A) 1 或 2 (B) 2 或 3 (C) $a > 1$ (D) $a > 2$
 5. 已知 $ab = 1$, 则 $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b}$ 的值为 [].
 (A) a (B) b (C) 1 (D) 无法确定
 6. 如图1, 一个大正方形中有一个小正方形; 如图2, 一个大正方形中有两个小长方形. 设 $k = \frac{\text{图1中阴影部分面积}}{\text{图2中阴影部分面积}}$ ($a > b > 0$), 则有 [].
 (A) $1 < k < 2$ (B) $k > 2$
- 图1 图2

第6题图

- (C) $\frac{1}{2} < k < 1$ (D) $0 < k < \frac{1}{2}$

得分	评卷人

二、填空题(本题满分28分, 每小题7分)

7. 若 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 则 $\frac{a}{a^2+1}$ 的值为 _____.
 8. 已知 $ab = 2$, 则 $(a+b)^2 - (a-b)^2$ 的值是 _____.
 9. 在底面直径为2 cm、高为3 cm的圆柱体侧面上, 用一条无弹性的丝带从点A至点C按如图所示的圈数缠绕, 则丝带的最短长度为 _____ cm (结果保留 π).
- 第9题图

第10题图
10. 在如图所示的钢架中, 要焊上等长的13根钢条来加固钢架, 若 $AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3 = \dots = P_{12}P_{13} = P_{13}A$, 则 $\angle A$ 的度数是 _____.

得分	评卷人

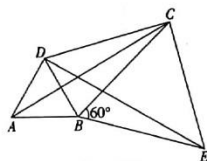
三、(本大题满分20分)

11. 仿照例子解题: 若 $\frac{x-7}{x^2+x-6} = \frac{A}{x-2} - \frac{B}{x+3}$, 求常数 A, B 的值.
 解: 因为 $\frac{A}{x-2} - \frac{B}{x+3} = \frac{Ax+3A-Bx+2B}{(x-2)(x+3)}$
 $= \frac{(A-B)x + (3A+2B)}{(x-2)(x+3)}$,
 所以 $\begin{cases} A-B=1, \\ 3A+2B=-7. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} A=-1, \\ B=-2. \end{cases}$
 已知实数 m, n 满足 $\frac{m}{x-1} + \frac{n}{x+2} = \frac{2x+7}{(x-1)(x+2)}$, 分别求 m 和 n 的值.

得分	评卷人

四、(本大题满分 25 分)

12. 若一个四边形中存在相邻两边的平方和等于一条对角线的平方, 则称该四边形为勾股四边形. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 按顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle DBE$, 连接 AD, DC, CE . 已知 $\angle DCB = 30^\circ$.
- (1) 求证: $\triangle BCE$ 是等边三角形;
 - (2) 求证: 四边形 $ABCD$ 是勾股四边形.



第 12 题图

得分	评卷人

五、(本大题满分 25 分)

13. 问题背景:

如图 1 所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD, \angle BAD = 120^\circ, \angle B = \angle ADC = 90^\circ$, 点 E, F 分别是 BC, CD 上的点, 且 $\angle EAF = 60^\circ$, 探究图中线段 BE, EF, FD 之间的数量关系.

小王同学探究此问题的方法是延长 FD 到点 G , 使 $DG = BE$, 连接 AG , 先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$, 再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$, 从而可得出结论, 则他的结论应是_____.

探索延伸:

如图 2, 若在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD, \angle B + \angle D = 180^\circ, E, F$ 分别是 BC, CD 上的点, 且 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$, 上述结论是否仍然成立, 并说明理由.

实际应用:

如图 3, 在某次军事演习中, 舰艇甲在指挥中心 (点 O 处) 北偏西 30° 的点 A 处, 舰艇乙在指挥中心南偏东 70° 的点 B 处, 并且两舰艇到指挥中心的距离相等. 接到行动指令后, 舰艇甲向正东方向以 60 海里/时的速度前进, 舰艇乙沿北偏东 50° 的方向以 80 海里/时的速度前进, 1.5 小时后, 指挥中心观测到甲、乙两舰艇分别到达点 E, F 处, 且两舰艇之间夹角为 70° , 试求此时两舰艇之间的距离.

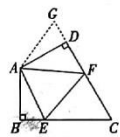


图 1

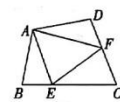


图 2

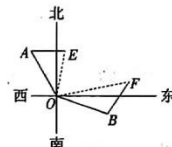


图 3

第 13 题图