九年级 A 卷答案

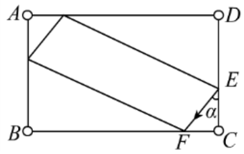
一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.B　2.B　3.C　4.A　5.A　6.B　7.C　8.C　9.A　10.B

5.当 $x\geq0$，$y\leq0$ 时，原方程组可化为：$\begin{cases}x+y=12,\\x-y=6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=9,\\y=3;\end{cases}$ 由于 $y\leq0$，所以此种情况不成立；当 $x\leq0$，$y\geq0$ 时，原方程组可化为：$\begin{cases}y-x=12,\\x+y=6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-3,\\y=9;\end{cases}$ 当 $x\geq0$，$y\geq0$ 时，$\begin{cases}x+y=12,\\x+y=6,\end{cases}$ 无解；当 $x\leq0$，$y\leq0$ 时，$\begin{cases}y-x=12,\\x-y=6,\end{cases}$ 无解；因此只有一组解.

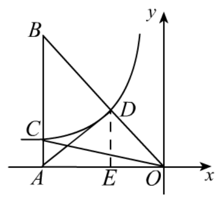
7.设巧克力和棒棒糖的数量分别为 x，y，幸福值为 W，根据题意得：$3x+2y\leq100$，$W=xy$，∴$y=\dfrac{W}{x}$，∴$3x+2\dfrac{W}{x}\leq100$，∴$W\leq50x-\dfrac{3}{2}x^2=-\dfrac{3}{2}\left(x-\dfrac{50}{3}\right)^2+\dfrac{1250}{3}$，∵$x$，$y$ 为整数，∴$x=16$，$y=26$ 时，$W_{最大}=xy=416$.

8.如图，∵$DE=4$，$CE=2$，球从 E 点出发，与 DC 夹角为 α，经过 BC、AB、AD 三次反弹后回到 E 点，∴四个三角形相似，并且相对的两个三角形全等，



∴$CF=\dfrac{1}{1+2}BC=2\sqrt{3}$，∴在 Rt△ CEF 中，$\tan\alpha=\dfrac{CF}{CE}=\sqrt{3}$.

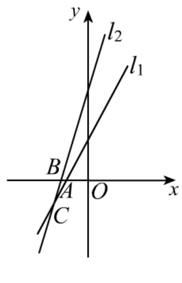
9.在 Rt△ AOB 中，$AD=2$，AD 为斜边 OB 的中线，∴$OB=2AD=4$，由周长为 $4+2\sqrt{5}$，得到 $AB+AO=2\sqrt{5}$，设 $AB=x$，则 $AO=2\sqrt{5}-x$，根据勾股定理得：$AB^2+OA^2=OB^2$，即 $x^2+(2\sqrt{5}-x)^2=4^2$，　整理得：$x^2-2\sqrt{5}x+2=0$，解得 $x_1=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$x_2=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，∴$AB=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$OA=\sqrt{5}-\sqrt{3}$，过 D 作 $DE\perp x$ 轴，交 x 轴于点 E，可得 E 为 AO 中点，∴$OE=\dfrac{1}{2}OA=\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$（若 $OA=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，求出结果相同），在 Rt△ DEO 中，利用勾股定理得：



$DE=\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$，∴$k=-DE\bullet OE=-\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})\times\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})=-\dfrac{1}{2}$，∴$S_{\triangle AOC}=\dfrac{1}{2}|k|=\dfrac{1}{4}$.

10.将 $y=nx+n-1$ 和 $y=(n+1)x+n$ 联立得：$\begin{cases}y=nx+n-1,\\y=(n+1)x+n,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}x=-1,\\y=-1.\end{cases}$ ∴无论 k 取何值，直线 l_n 和直线 l_{n+1} 均交于定点（-1，-1），$k\neq1$ 时，l_n 与 l_{n+1} 的图象的示意图如图，

∵$y=nx+n-1$ 与 x 轴的交点为 $A\left(\dfrac{1-n}{n}，0\right)$，$y=(n+1)x+n$ 与 x 轴的交点为 $B\left(-\dfrac{n}{n+1}，0\right)$，∴$S_n=S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times|AB|\times|-1|=\dfrac{1}{2}\times\left|\dfrac{1-n}{n}+\dfrac{n}{n+1}\right|\times1=\dfrac{1}{2n(n+1)}$，



当 $n=1$ 时，结论同样成立. ∴$W=S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n=$

$\dfrac{1}{2}\times\left[\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{n}{n+1}$. 当 n 越来越大时，$\dfrac{n}{n+1}$ 越来越接近与 1.

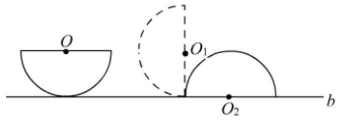
∴$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{n}{n+1}$ 越来越接近于 $\dfrac{1}{2}$，∴W 越来越接近于 $\dfrac{1}{2}$.

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11.3　　12.$\frac{4}{9}$　　13.6　　14.5π　　15.$-\frac{5}{2019}$　　16.$\frac{5}{3}$

13.∵∠BAC=90°，AB=AC，∴∠BAD+∠CAD=90°，∵CE⊥AD 于 E，∴∠ACE+∠CAE=90°，∴∠BAD=∠ACE，∴△ABD≌△CAE（AAS），∴AE=BD=4，AD=CE=10，∴DE=AD－AE=6．

14.由图形可知，圆心先向前走 OO_1 的长度，圆心从 O 到 O_1 的运动轨迹是一条直线，长度为 $\frac{1}{4}$ 圆的周长，然后沿着弧 O_1O_2 旋转 $\frac{1}{4}$ 圆的周长，则圆心 O 运动路径的长度为：$\frac{1}{4}\times2\pi\times5+\frac{1}{4}\times2\pi\times5=5\pi$．



15.∵$m+4\sqrt{mn}-2\sqrt{m}-4\sqrt{n}+4n=3$，∴$m+4\sqrt{mn}+4n-2(\sqrt{m}+2\sqrt{n})-3=0$，

∴$(\sqrt{m}+2\sqrt{n})^2-2(\sqrt{m}+2\sqrt{n})-3=0$，∴$(\sqrt{m}+2\sqrt{n}-3)(\sqrt{m}+2\sqrt{n}+1)=0$，

∴$\sqrt{m}+2\sqrt{n}=3$，$\sqrt{m}+2\sqrt{n}$）=－1（不合题意，舍去），∴原式=$\frac{3-8}{3+2016}=-\frac{5}{2019}$．

16.过 F 作 FN⊥BC，交 BC 延长线于 N 点，连接 AC，

∵∠DCE=∠ENF=90°，∠DEC+∠NEF=90°，∠NEF+∠EFN=90°，

∴∠DEC=∠EFN，∴Rt△ FNE∽Rt△ ECD，

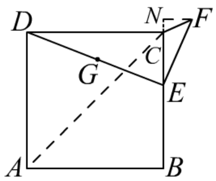
∵DE 的中点 G，EG 绕 E 顺时针旋转 90°得 EF，∴DE:EF=2:1，

∴CE:FN=DE:EF=DC:NE=2:1，∴CE=2NF，NE=$\frac{1}{2}CD$=$\frac{5}{2}$．

∵∠ACB=45°，∴当∠NCF=45°时，A、C、F 在一条直线上．

则△ CNF 是等腰直角三角形，∴CN=NF，∴CE=2CN，

∴$CE=\frac{2}{3}NE=\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}=\frac{5}{3}$．∴$CE=\frac{5}{3}$时，$A$、$C$、$F$ 在一条直线上．



三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

17.解：∵$y^2+1>0$，则原不等式可化为 $1+\frac{y}{3}>1-\frac{y-2}{2}$，解得 $y>1.2$．

18.解：是的．证明如下：∵$m=2x^2-6xy+5y^2=(x-2y)^2+(x-y)^2$，其中 x、y 是有理数，∴“世博数”$m=p^2+q^2$（其中 p、q 是任意有理数），只需 $p=x-2y$，$q=x-y$ 即可．

∴对于任意两个“世博数”，不妨设一个为 $a=j^2+k^2$，另一个为 $b=r^2+s^2$，其中 j、k、r、s 为任意给定的有理数，则 $ab=(j^2+k^2)(r^2+s^2)=(jr+ks)^2+(js-kr)^2$ 是“世博数”．

19.解一：设上、下边衬宽均为 4$x$cm，左、右边衬宽均为 3$x$cm，则$(40-8x)(30-6x)=\frac{4}{5}\times40\times30$．

整理，得 $x^2-10x+5=0$，解之得 $x=5\pm2\sqrt{5}$，∴$x_1\approx0.53$，$x_2\approx9.47$（舍去），

答：上、下边衬宽均为 2.1cm，左、右边衬宽均为 1.6cm．

解二：设中央矩形的长为 4$x$cm，宽为 3$x$cm，则 $4x\times3x=\frac{4}{5}\times40\times30$，解得 $x_1=4\sqrt{5}$，$x_2=-4\sqrt{5}$（舍去），∴上、下边衬宽为 $20-8\sqrt{5}\approx2.1$，左、右边衬宽均为 $15-6\sqrt{5}\approx1.6$，

答：上、下边衬宽均为 2.1cm，左、右边衬宽均为 1.6cm．

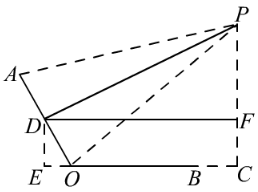
20.解：（1）如图，当 PA=45cm 时，连接 PO．∵D 为 AO 的中点，PD⊥AO，∴PO=PA=45cm．

∵BO=24cm，BC=12cm，∠C=90°，∴OC=OB+BC=36cm，$PC=\sqrt{45^2-36^2}=27$（cm）；

（2）当∠AOC=120°，如图，过 D 作 DE⊥OC 交 BO 延长线于 E，过 D 作 DF⊥PC 于 F，

则四边形 $DECF$ 是矩形．在 Rt△ DOE 中，∵∠DOE=60°，$DO=\frac{1}{2}AO=12$，

∴$DE=DO$•sin60°=$6\sqrt{3}$，$EO=\frac{1}{2}DO=6$，∴$FC=DE=6\sqrt{3}$，$DF=EC=EO+OB+BC=$ 6+24+12=42．在 Rt△PDF 中，易求得∠PDF=30°，



∴$PF=DF$•tan30°=$42\times\frac{\sqrt{3}}{3}=14\sqrt{3}$，

∴$PC=PF+FC=14\sqrt{3}+6\sqrt{3}=20\sqrt{3}\approx34.64>27$，

∴点 P 在直线 PC 上的位置上升了．

21.解：（1）设抛物线的表达式为 $y=a(x-2)^2$．∵将（0，1）代入得：$4a=1$，解得 $a=\frac{1}{4}$，

∴抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$．

（2）MN 的长不发生变化．理由如下：

如图 1 所示，过点 C 作 $CH\perp x$ 轴，垂足为 H，连接 BC、CN．

设点 C 的坐标为（a，$\frac{1}{4}(a-2)^2$）．∵$CH\perp MN$，∴$MH=HN$．

∵$HN^2=CN^2-CH^2=CB^2-CH^2$，∴$HN^2=[2-\frac{1}{4}(a-2)^2]^2+(a-2)^2-[\frac{1}{4}(a-2)^2]^2=4$．

∴$HN=2$．∴$MN=4$．∴MN 不发生变化．

（3）①如图 2 所示，当点 C 与点 A 重合时．∵MN 经过点 C，∴MN 为圆 C 的直径．∴$MC=2$．

∵点 C（2，0），∴M（0，0）．

②如图 3 所示，∵△ABM∽△ANB，∴$\frac{AB}{AM}=\frac{AN}{AB}$，即 $AB^2=AM$•AN．

设 $AM=a$，则 $4=a(a+4)$，解得：$a_1=-2+2\sqrt{2}$，$a_2=-2-2\sqrt{2}$（舍去），

又∵点 A（2，0），∴$2+(-2+2\sqrt{2})=2\sqrt{2}$．∴点 M 的坐标为（$2\sqrt{2}$，0）．

③如图 4 所示，∵△ABN∽△AMB，∴$AB^2=AN$•AM．

设 $AM=a$，则 $4=a(a-4)$，解得：$a_1=2+2\sqrt{2}$，$a2=2-2\sqrt{2}$（舍去）．

又∵点 A（2，0），∴$2-(2+2\sqrt{2})=-2\sqrt{2}$．∴点 M 的坐标为（$-2\sqrt{2}$，0）．

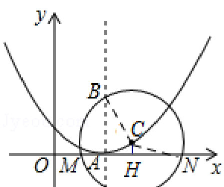


图1

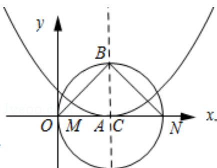


图2

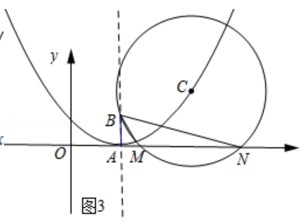


图3

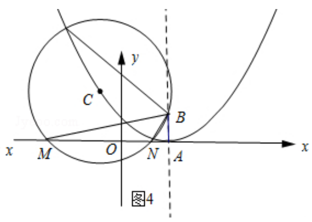


图4