姓名________ 赛区________ 年级________ 学校________ 父母姓名________ 准考证号________ 联系电话________ 考场________

装 订 线

第14届世界奥林匹克数学竞赛（中国区）选拔赛

考生须知：

1. 每位考生将获得考卷一份。考试期间，不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共120分，选择题每小题4分，填空题每小题5分，解答题共5小题，共50分。
3. 请将答案写在答题卡上。考试完毕时，试卷、答题卡及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数，请化至最简。

八年级全国总决赛初赛

（本试卷满分120分，考试时间90分钟）

一、**选择题**（每小题4分，共40分）

1. 下列各组数不可能组成三角形的是（　　）

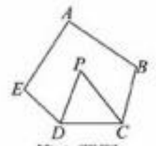
A．3，4，5　　B．$\sqrt{3}$，2，1　　C．5，7，12　　D．0.7，2.4，2.5

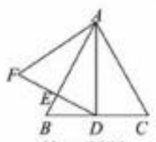
2. 设$3^x \cdot 9^{1-x}=1$，则x的值为（　　）

A．2　　B．0　　C．$\frac{3}{2}$　　D．3

3. 如图，在五边形$ABCDE$中，$\angle A+\angle B+\angle E=300°$，$DP$、$CP$分别平分$\angle EDC$、$\angle BCD$，则$\angle P$的度数是（　　）

A．60°　　B．65°　　C．55°　　D．50°


第3题图


第4题图

4. 如图，等腰三角形ABC中，$AB=AC$，$\angle BAC=70°$，D是BC的中点，$DE\perp AB$于点E，延长DE至F，使$EF=DE$，则$\angle F$的度数是（　　）

A．30°　　B．35°　　C．55°　　D．60°

5. 若$3x^3-x=1$，则$9x^4+12x^3-3x^2-7x+2012$的值为（　　）

A．2010　　B．2012　　C．2016　　D．无法求出

6. 某市正在开展“拆临拆违”工作，该市某街道产生了m立方米的“拆临拆违”垃圾需要清理，一个工程队承包了清理工作，计划每天清理n立方米，考虑到还有其他地方的垃圾需要清理，该工程队决定增加人手以提高45%的清理效率，则完成整个任务的实际时间比原计划时间少用了（　　）

A．$\frac{9m}{29n}$天　　B．$\frac{9m}{11n}$天　　C．$\frac{9m}{29}$天　　D．$\frac{m}{29n}$天

7. 若关于x的方程$\frac{3}{x}+\frac{ax}{x+1}=2-\frac{3}{x+1}$有增根$x=-1$，则$2a-3$的值为（　　）

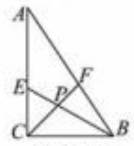
A．2　　B．3　　C．4　　D．6

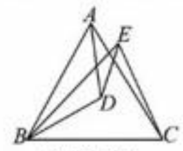
8. 已知$\triangle ABC$的三边长分别为a，b，c，且$\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{b+c}{b+c-a}$，则$\triangle ABC$一定是（　　）

A．等边三角形　　B．腰长为a的等腰三角形
C．底边长为a的等腰三角形　　D．等腰直角三角形

9. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，BE平分$\angle ABC$，CF平分$\angle ACB$，CF、BE交于点P，$AC=4cm$，$BC=3cm$，$AB=5cm$，则$\triangle CPB$的面积为（　　）

A．$1cm^2$　　B．$1.5cm^2$　　C．$2cm^2$　　D．$2.5cm^2$


第9题图


第10题图

10. 如图，等边$\triangle ABC$中，D为$\triangle ABC$内一点，且$DA=DB$，E为$\triangle ABC$外一点，$BE=AB$且$\angle EBD=\angle CBD$，连接DE、CE，则下列结论：①$\angle DAC=\angle DBC$；②$BE\perp AC$；③$\angle DEB=30°$，其中正确的有（　　）

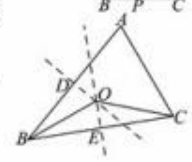
A．①　　B．①③　　C．②　　D．①②③

二、**填空题**（每小题5分，共30分）

11. 在实数范围内分解因式：$x^4-4x^2+3=$________________.

12. 已知A点关于x轴的对称点B（$3-2a$，$2a-5$）是第三象限内的整点（横、纵坐标都为整数的点，称为整点），则A点的坐标是________________.

13. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点E在CA的延长线上，$EP\perp BC$于点P，交AB于点F，若$CE=7$，$BF=3$，则AF的长度为________________.



14. 如图，$\triangle ABC$中，AB、BC的垂直平分线相交于点O，$\angle A=70°$，则$\angle BOC$的度数为________________.

世界奥林匹克数学竞赛（中国区）选拔赛

15. 若$a+m^2=21$，$b+m^2=22$，$c+m^2=23$，且$abc=24$，那么$\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$的值为______________.

16. 对于任意的实数x，记$f(x)=\frac{2^x}{2^x+1}$，例如：$f(1)=\frac{2^1}{2^1+1}=\frac{2}{3}$，$f(-2)=\frac{2^{-2}}{2^{-2}+1}=\frac{1}{5}$．则$f(2016)+f(-2016)+f(2015)+f(-2015)+\cdots+f(1)+f(-1)=$______________.

三、**解答题**（共5小题，共50分）

17. 先化简：$(a-\frac{6a-9}{a})\div\frac{a^2-9}{a^2+3a}$，然后从$-3\le a\le 3$的范围内选取一个合适的整数作为$a$的值代入求值．（9分）

18. 如图，峰峰先在一张白纸上用直尺画出了两条相等的线段AB和AC，然后用量角器作出了度数都为30°的$\angle ABD$和$\angle ACD$，最后连接AD．此时他就断定AD是$\angle BAC$的平分线，你同意他的结论吗？如果同意，请证明；如果不同意，请说明理由．（9分）

19. k为何值时，多项式$x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2$能分解成两个一次因式的积？（10分）

20. 周老板预测一种应季衬衫能畅销市场，就用13200元购进了一批这种衬衫，面市后果然供不应求，他又用28800元购进了第二批这种衬衫，所购数量是第一批购进量的2倍，但单价贵了10元．

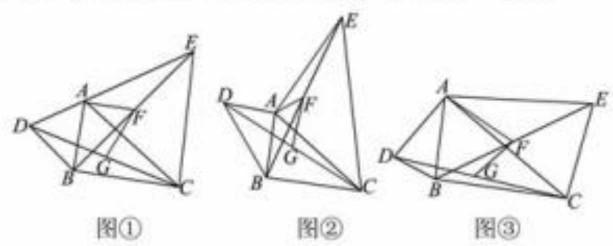
（1）周老板购进的第一批衬衫是多少件？（5分）

（2）若两批衬衫按相同的标价销售，最后剩下50件按八折优惠卖出，如果两批衬衫全部售完后利润率不低于25%（不考虑其他因素），那么每件衬衫的标价至少是多少元？（5分）

21. 已知$\triangle ABC$，分别以AB、AC为边作$\triangle ABD$和$\triangle ACE$，且$AD=AB$，$AC=AE$，$\angle DAB=\angle CAE$，连接DC与BE，G、F分别是DC与BE的中点．

（1）如图①，若$\angle DAB=60°$，则$\angle AFG=$____________；如图②，若$\angle DAB=90°$，则$\angle AFG=$____________；（6分）

（2）如图③，若$\angle DAB=\alpha$，试探究$\angle AFG$与α的数量关系，并证明．（6分）


图①　　图②　　图③

第 14 届全国总决赛 8 年级初赛答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.C　2.A　3.A　4.C　5.C　6.A　7.B　8.B　9.B　10.B

2.$3^x \bullet 9^{1-x}=3^x \bullet (3^2)^{1-x}=3^x \bullet 3^{2-2x}=3^{2-x}=1$，故 $2-x=0$，解得 $x=2$.

5.由已知得 $3x^3=x+1$，∴$9x^4=3x^2+3x$，$12x^3=4x+4$，∴原式$=3x^2+3x+4x+4-3x^2-7x+2012=2016$.

6.原计划时间为$\dfrac{m}{n}$天，实际时间为$\dfrac{m}{n\times(1+45\%)}=\dfrac{20m}{29n}$（天），

所以完成整个任务的实际时间比原计划时间少用$\dfrac{m}{n}-\dfrac{20m}{29n}=\dfrac{9m}{29n}$（天）.

7.方程两边都乘 x（$x+1$），得 3（$x+1$）$+ax^2=2x$（$x+1$）$-3x$，∵原方程有增根 $x=-1$，

∴当 $x=-1$ 时，$a=3$，故 $2a-3=3$.

8.将$\dfrac{a}{b}+\dfrac{a}{c}=\dfrac{b+c}{b+c-a}$化简：$a\times(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c})=\dfrac{b+c}{b+c-a}$，$a\times\dfrac{b+c}{bc}=\dfrac{b+c}{b+c-a}$，$\dfrac{a}{bc}=\dfrac{1}{b+c-a}$，

$ab+ac-a^2-bc=0$，$(ab-a^2)+(ac-bc)=0$，$(b-a)(a-c)=0$，可解得 $a=b$ 或 $a=c$.

由 a，b，c 分别是△ABC 三边的长，可知△ABC 是腰长为 a 的等腰三角形.

9.∵BE 平分∠ABC，CF 平分∠ACB，∴点 P 到 AB、BC、AC 的距离相等，设为 $h$cm，

∴$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AC\bullet BC=\dfrac{1}{2}(AB+BC+AC)\bullet h$，即$\dfrac{1}{2}\times4\times3=\dfrac{1}{2}(5+3+4)\bullet h$，解得 $h=1$，

∴△CPB 的面积$=\dfrac{1}{2}\times3\times1=1.5$（cm²）.

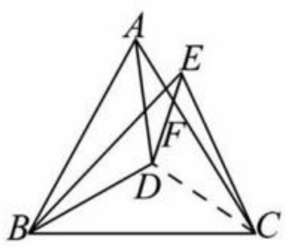
10.连接 DC，∵△ABC 是等边三角形，∴$AB=BC=AC$，∠ACB=60°，

∵$DB=DA$，$DC=DC$，∴△ACD≌△BCD（SSS），

∴∠BCD=∠ACD=$\dfrac{1}{2}$∠ACB=30°，∠DAC=∠DBC，因此①正确；

又∵$BE=AB$，∴$BE=BC$，∵∠DBE=∠DBC，$BD=BD$，

∴△BED≌△BCD（SAS），∴∠BED=∠BCD=30°，因此③正确；



如果 $BE\perp AC$，设 DE 与 AC 交于点 F，∵∠BED=∠BCD=30°，∠AFE=∠CFD，

∴∠EDC=90°，而∠BAC=60°，∴∠ABE=30°，故∠EBD=∠CBD=30°，∴可求得

∠BDE=∠BDC=120°，那么∠BDE+∠BDC+∠EDC=120°+120°+90°=330°≠360°，

因此②错误．因此正确的结论为①③.

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11.$(x+1)(x-1)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$　12.（−1，1）　13.2　14.140°　15.$\dfrac{1}{8}$　16.2016

13.在△ABC 中，∵$AB=AC$，∴∠B=∠C，

∵$EP\perp BC$，∴∠C+∠E=90°，∠B+∠BFP=90°，∴∠E=∠BFP，

又∵∠BFP=∠AFE，∴∠E=∠AFE，∴$AF=AE$，∴△AEF 是等腰三角形.

而 $CE=7$，$BF=3$，设 $AF=AE=x$，∴$AC=AB=3+x$，∴$x+3+x=7$，解得 $x=2$，故 $AF=2$.

14.连接 OA，∵AB、BC 的垂直平分线相交于点 O，∴$OA=OB=OC$，

∴∠OBA=∠OAB，∠OCA=∠OAC，∴∠OBA+∠OCA=∠OAB+∠OAC=∠BAC=70°，

∴∠OBC+∠OCB=180°−（∠OBA+∠OCA+∠BAC）=40°，

∴∠BOC=180°−（∠OBC+∠OCB）=140°.

15.∵$a+m^2=21$，$b+m^2=22$，$c+m^2=23$，∴$b-a=1$，$c-b=1$，$c-a=2$，

$$∴\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}-\frac{1}{b}+\frac{b}{ac}-\frac{1}{c}+\frac{c}{ab}-\frac{1}{a}=\frac{a-c}{bc}+\frac{b-a}{ac}+\frac{c-b}{ab}$$

$$=\frac{-2}{bc}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ab}=\frac{-2a+b+c}{abc}=\frac{(b-a)+(c-a)}{abc}=\frac{1+2}{24}=\frac{1}{8}.$$

16.∵$f(1)=\frac{2}{3}$，$f(-1)=\frac{1}{3}$，$f(2)=\frac{4}{5}$，$f(-2)=\frac{1}{5}$，…，

∴$f(1)+f(-1)=1$，$f(2)+f(-2)=1$，…，则$f(2016)+f(-2016)+f(2015)+f(-2015)+\cdots+f(1)+f(-1)=1+1+1+\cdots+1=2016$.

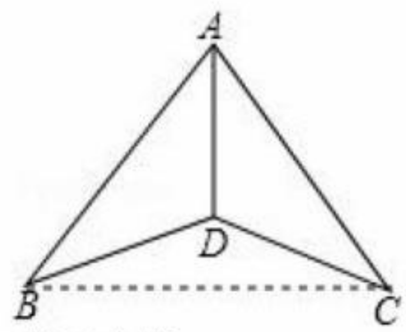
三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

17.解：原式$=\frac{a^2-6a+9}{a}\div\frac{(a+3)(a-3)}{a(a+3)}=\frac{(a-3)^2}{a}\times\frac{a}{a-3}=a-3$，满足$-3\le a\le3$的整数有：

-3、-2、-1、0、1、2、3，但当$a=-3$、0、3 时，原式无意义，∴$a=-2$，-1，1 或 2，取$a=2$，原式$=-1$．（其他答案正确合理亦可）

18.同意．证明：连接BC，∵$AB=AC$，∴$\angle ABC=\angle ACB$．

∵$\angle ABD=\angle ACD$，∴$\angle DBC=\angle DCB$．∴$BD=CD$．



在△ADB和△ADC中，$\begin{cases}BD=CD,\\AB=AC,\\AD=AD,\end{cases}$

∴△ADB≌△ADC（SSS），∴$\angle BAD=\angle CAD$，即AD是$\angle BAC$的平分线．

19.解：令$x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2=(x+my+1)(x+ny+2)$，

即$x^2+(m+n)xy+mny^2+3x+(2m+n)y+2=x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2$，

∴$\begin{cases}m+n=-2,\\mn=k,\\2m+n=-5,\end{cases}$ 由此可得：$\begin{cases}m=-3,\\n=1.\end{cases}$ ∴$k=mn=-3$.

∴当$k=-3$时，多项式$x^2-2xy+ky^2+3x-5y+2$能分解成两个一次因式的积．

20.解：（1）设周老板购进的第一批衬衫是x件，则购进第二批这种衬衫是$2x$件，依题意有

$\frac{13200}{x}+10=\frac{28800}{2x}$，解得$x=120$，经检验，$x=120$是原方程的解，且符合题意．

答：周老板购进的第一批衬衫是 120 件．

（2）两批衬衫共购进了$3x=3\times120=360$（件）．设每件衬衫的标价为y元，则依题意有

$(360-50)y+50\times0.8y\ge(13200+28800)\times(1+25\%)$，解得$y\ge150$．

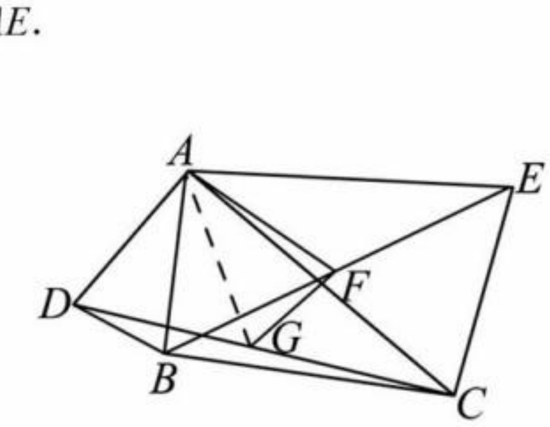
答：每件衬衫的标价至少是 150 元．

21.（1）60°；45°

（2）$\angle AFG=90°-\frac{\alpha}{2}$．

证明：连接AG．∵$\angle DAB=\angle CAE$，∴$\angle DAC=\angle BAE$．

在△DAC和△BAE中，



$\begin{cases}AD=AB,\\\angle DAC=\angle BAE,\\AC=AE,\end{cases}$∴△$DAC$≌△$BAE$（SAS），

∴$DC=BE$，$\angle ADC=\angle ABE$．又G、F为中点，

∴$DG=BF$，在△DAG和△BAF中，

$\begin{cases}DG=BF,\\\angle ADG=\angle ABF,\\AD=AB,\end{cases}$ ∴△DAG≌△BAF（SAS），

∴$\angle DAG=\angle BAF$．∴$\angle GAF=\angle DAB=\alpha$，

又$AG=AF$，∴$\angle AGF=\angle AFG$，∴$\angle AFG=\frac{180°-\alpha}{2}=90°-\frac{\alpha}{2}$．