

2018年全国初中数学竞赛(初二组)初赛试题参考答案和评分标准

一、1. D 2. D 3. B 4. B 5. C 6. A

二、7. $\frac{1}{3}$ 8. 8 9. $3\sqrt{\pi^2+1}$ 10. 12°

三、11. 因为 $\frac{m}{x-1} + \frac{n}{x+2} = \frac{m(x+2)+n(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{(m+n)x+2m-n}{(x-1)(x+2)}$ 5分

所以 $\begin{cases} m+n=2, \\ 2m-n=7. \end{cases}$ 10分

解得 $\begin{cases} m=3, \\ n=-1. \end{cases}$ 15分

所以 m, n 的值分别为 3, -1. 20分

四、12. (1) 因为 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle DBE$, 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, $\angle CBE = 60^\circ$ 5分

所以 $BC = BE$.

所以 $\triangle BCE$ 是等边三角形. 10分

(2) 因为 $\triangle ABC \cong \triangle DBE$,

所以 $AC = DE$.

因为 $\triangle BCE$ 是等边三角形,

所以 $BC = CE$, $\angle BCE = 60^\circ$ 15分

因为 $\angle DCB = 30^\circ$,

所以 $\angle DCE = 90^\circ$ 20分

所以在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $DC^2 + CE^2 = DE^2$.

所以 $DC^2 + BC^2 = AC^2$,

即四边形 $ABCD$ 是勾股四边形. 25分

五、13. 问题背景: $EF = BE + FD$ 5分

探索延伸: $EF = BE + FD$ 仍然成立. 10分

理由: 延长 FD 到点 G , 使 $DG = BE$, 连接 AG .

因为 $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADG + \angle ADC = 180^\circ$,

所以 $\angle B = \angle ADG$.

又因为 $AB = AD$, $BE = DG$,

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$.

所以 $AE = AG$, $\angle BAE = \angle DAG$.

又因为 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$,

所以 $\angle FAG = \angle FAD + \angle DAG = \angle FAD + \angle BAE = \angle BAD - \angle EAF = \angle BAD - \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAD$.

所以 $\angle EAF = \angle GAF$.

又因为 $AF = AF$, $AE = AG$,

所以 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$. 所以 $EF = GF$.

又因为 $FG = DG + FD = BE + FD$,

所以 $EF = BE + FD$ 15分

实际应用: 连接 EF , 延长 AE 与 BF 相交于点 C .

在四边形 $AOBC$ 中,

因为 $\angle AOB = 30^\circ + 90^\circ + 20^\circ = 140^\circ$, $\angle FOE = 70^\circ = \frac{1}{2} \angle AOB$, 且 $OA = OB$, $\angle OAC + \angle OBC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$, 符合探索延伸中的条件, 所以结论 $EF = AE + FB$ 成立. 20分

即 $EF = AE + FB = 1.5 \times (60 + 80) = 210$ (海里).

答: 此时两舰艇之间的距离为 210 海里. 25分