

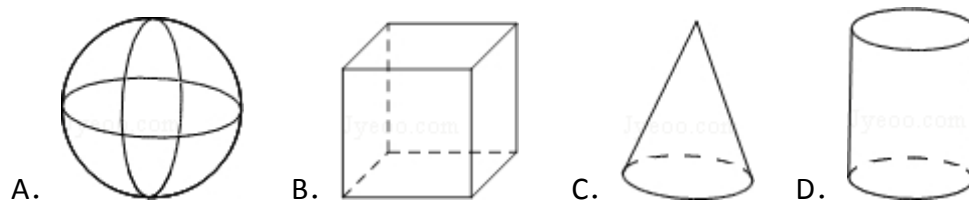
2016 年江苏省宿迁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题所给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) 下列四个几何体中，左视图为圆的几何体是 ()



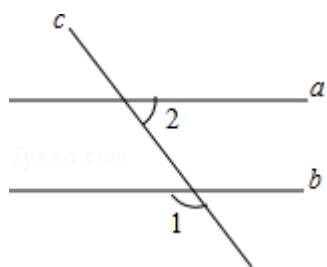
3. (3 分) 地球与月球的平均距离为 384 000km，将 384 000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 3.84×10^3 B. 3.84×10^4 C. 3.84×10^5 D. 3.84×10^6

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

5. (3 分) 如图，已知直线 a 、 b 被直线 c 所截．若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

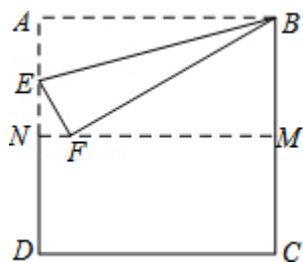


- A. 50° B. 60° C. 120° D. 130°

6. (3 分) 一组数据 5, 4, 2, 5, 6 的中位数是 ()

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 6

7. (3 分) 如图，把正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折后展开，折痕为 MN ，再过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，折痕为 BE ．若 AB 的长为 2，则 FM 的长为 ()



A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

8. (3分) 若二次函数 $y=ax^2 - 2ax+c$ 的图象经过点 $(-1, 0)$, 则方程 $ax^2 - 2ax+c=0$ 的解为 ()

A. $x_1 = -3, x_2 = -1$ B. $x_1=1, x_2=3$ C. $x_1 = -1, x_2=3$ D. $x_1 = -3, x_2=1$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (3分) 因式分解: $2a^2 - 8 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 计算: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. (3分) 若两个相似三角形的面积比为 1:4, 则这两个相似三角形的周长比是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

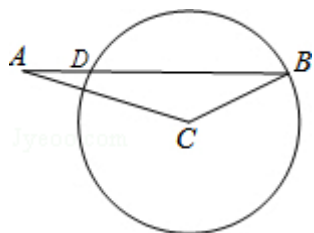
12. (3分) 若一元二次方程 $x^2 - 2x+k=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3分) 某种油菜籽在相同条件下发芽试验的结果如表:

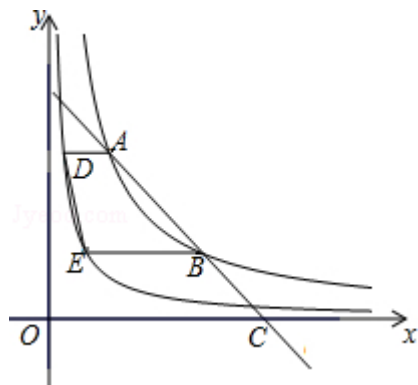
每批粒数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
发芽的频数 m	96	284	380	571	948	1902	2848
发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.947	0.950	0.952	0.948	0.951	0.949

那么这种油菜籽发芽的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果精确到 0.01).

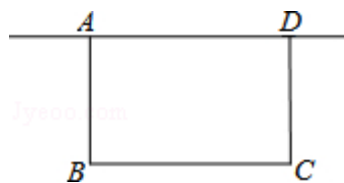
14. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB=130^\circ$, $\angle BAC=20^\circ$, $BC=2$, 以点 C 为圆心, CB 为半径的圆交 AB 于点 D, 则 BD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一条直线与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点 A、B, 与 x 轴交于点 C, 且点 B 是 AC 的中点, 分别过两点 A、B 作 x 轴的平行线, 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点 D、E, 连接 DE, 则四边形 ABED 的面积为_____.



16. (3分) 如图, 在矩形 ABCD 中, AD=4, 点 P 是直线 AD 上一动点, 若满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个, 则 AB 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 10 题, 共 72 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) 计算: $2\sin 30^\circ + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$.

18. (6分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x > x+1 \\ 3x < 2(x+1) \end{cases}$$

19. (6分) 某校对七、八、九年级的学生进行体育水平测试, 成绩评定为优秀、良好、合格、不合格四个等第. 为了解这次测试情况, 学校从三个年级随机抽取 200 名学生的体育成绩进行统计分析. 相关数据的统计图、表如下:

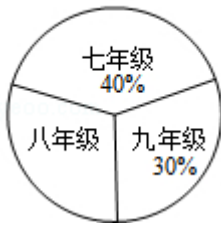
各年级学生成绩统计表				
	优秀	良好	合格	不合格
七年级	a	20	24	8
八年级	29	13	13	5

九年级	24	b	14	7
-----	----	---	----	---

根据以上信息解决下列问题：

- (1) 在统计表中，a 的值为____，b 的值为____；
- (2) 在扇形统计图中，八年级所对应的扇形圆心角为____度；
- (3) 若该校三个年级共有 2000 名学生参加考试，试估计该校学生体育成绩不合格的人数。

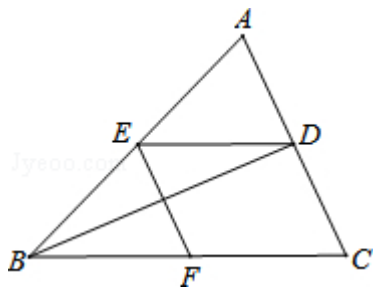
各年级学生人数统计图



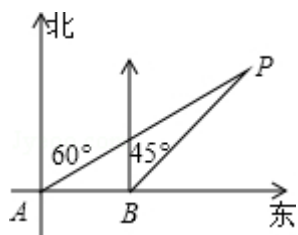
20. (6 分) 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同。

- (1) 若先从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，则 m 的值为____；
- (2) 若将袋子中的球搅匀后随机摸出 1 个球（不放回），再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球，求两次摸到的球颜色相同的概率。

21. (6 分) 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上， $ED \parallel BC$ ， $EF \parallel AC$ 。求证： $BE=CF$ 。



22. (6 分) 如图，大海中某灯塔 P 周围 10 海里范围内有暗礁，一艘海轮在点 A 处观察灯塔 P 在北偏东 60° 方向，该海轮向正东方向航行 8 海里到达点 B 处，这时观察灯塔 P 恰好在北偏东 45° 方向。如果海轮继续向正东方向航行，会有触礁的危险吗？试说明理由。（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



23. (8分) 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点D在边BC上, $\angle ABC: \angle ACB: \angle ADB=1: 2: 3$, $\odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆.

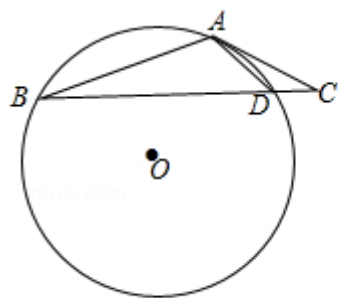


图1

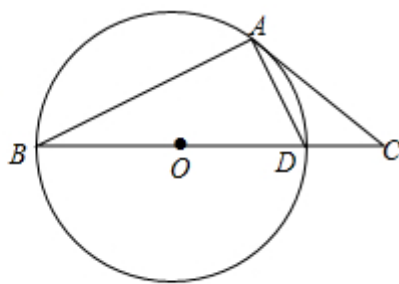


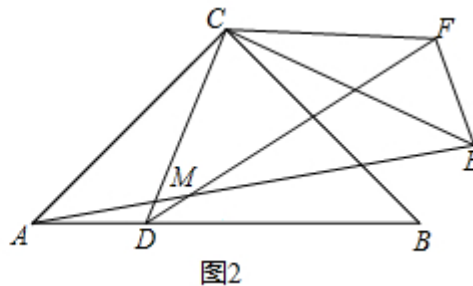
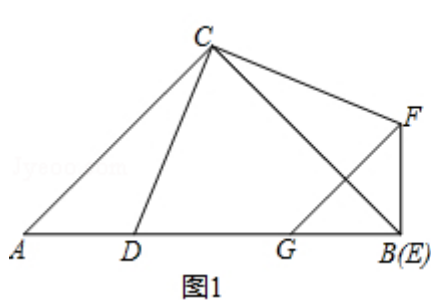
图2

- (1) 求证: AC是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 当BD是 $\odot O$ 的直径时(如图2), 求 $\angle CAD$ 的度数.

24. (8分) 某景点试开放期间, 团队收费方案如下: 不超过30人时, 人均收费120元; 超过30人且不超过 m ($30 < m \leq 100$)人时, 每增加1人, 人均收费降低1元; 超过 m 人时, 人均收费都按照 m 人时的标准. 设景点接待有 x 名游客的某团队, 收取总费用为 y 元.

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式;
- (2) 景点工作人员发现: 当接待某团队人数超过一定数量时, 会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象. 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加, 求 m 的取值范围.

25. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC=BC=2$, D是边AB上一动点(A、B两点除外), 将 $\triangle CAD$ 绕点C按逆时针方向旋转角 α 得到 $\triangle CEF$, 其中点E是点A的对应点, 点F是点D的对应点.



(1) 如图 1, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, G 是边 AB 上一点, 且 $BG=AD$, 连接 GF. 求证: $GF \parallel AC$;

(2) 如图 2, 当 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 时, AE 与 DF 相交于点 M.

①当点 M 与点 C、D 不重合时, 连接 CM, 求 $\angle CMD$ 的度数;

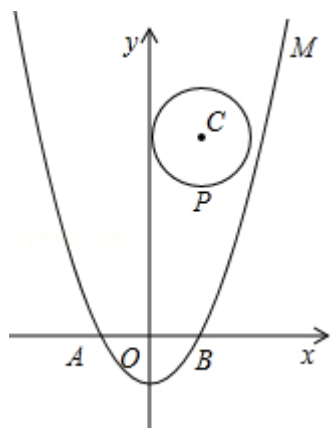
②设 D 为边 AB 的中点, 当 α 从 90° 变化到 180° 时, 求点 M 运动的路径长.

26. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将二次函数 $y=x^2 - 1$ 的图象 M 沿 x 轴翻折, 把所得到的图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度, 得到二次函数图象 N.

(1) 求 N 的函数表达式;

(2) 设点 P (m, n) 是以点 C ($1, 4$) 为圆心、1 为半径的圆上一动点, 二次函数的图象 M 与 x 轴相交于两点 A、B, 求 PA^2+PB^2 的最大值;

(3) 若一个点的横坐标与纵坐标均为整数, 则该点称为整点. 求 M 与 N 所围成封闭图形内 (包括边界) 整点的个数.



2016 年江苏省宿迁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题所给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) (2016•宿迁) -2 的绝对值是 ()

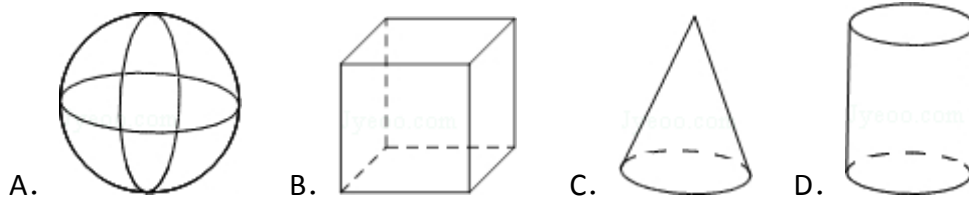
- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

【解答】解：∵ $-2 < 0$,

$$\therefore |-2| = -(-2) = 2.$$

故选 D.

2. (3 分) (2016•宿迁) 下列四个几何体中，左视图为圆的几何体是 ()



【解答】解：A、球的左视图是圆，故选项正确；

B、正方体的左视图是正方形，故选项错误；

C、圆锥的左视图是等腰三角形，故选项错误；

D、圆柱的左视图是长方形，故选项错误；

故选：A.

3. (3 分) (2016•宿迁) 地球与月球的平均距离为 384 000km，将 384 000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 3.84×10^3 B. 3.84×10^4 C. 3.84×10^5 D. 3.84×10^6

【解答】解：384 000 = 3.84×10^5 .

故选：C.

4. (3分) (2016•宿迁) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2+a^3=a^5$ B. $a^2 \cdot a^3=a^6$ C. $(a^2)^3=a^5$ D. $a^5 \div a^2=a^3$

【解答】解：A、不是同类项不能合并，故 A 错误；

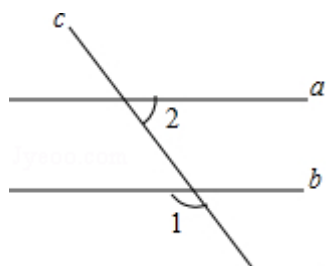
B、同底数幂的乘法底数不变指数相加，故 B 错误；

C、幂的乘方底数不变指数相乘，故 C 错误；

D、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 D 正确；

故选：D.

5. (3分) (2016•宿迁) 如图，已知直线 a、b 被直线 c 所截. 若 $a \parallel b$, $\angle 1=120^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



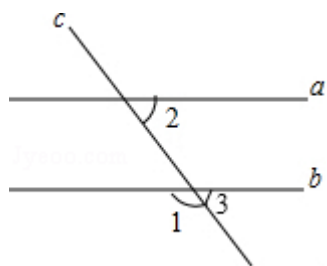
- A. 50° B. 60° C. 120° D. 130°

【解答】解：如图， $\angle 3=180^\circ - \angle 1=180^\circ - 120^\circ=60^\circ$,

$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 2=\angle 3=60^\circ$.

故选：B.



6. (3分) (2016•宿迁) 一组数据 5, 4, 2, 5, 6 的中位数是 ()

- A. 5 B. 4 C. 2 D. 6

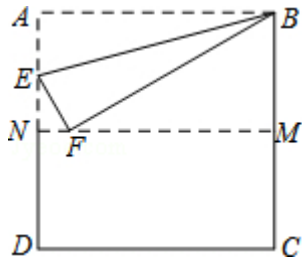
【解答】解：将题目中数据按照从小到大排列是：

2, 4, 5, 5, 6,

故这组数据的中位数是 5，

故选 A.

7. (3 分) (2016•宿迁) 如图，把正方形纸片 ABCD 沿对边中点所在的直线对折后展开，折痕为 MN，再过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，折痕为 BE. 若 AB 的长为 2，则 FM 的长为 ()



A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 为正方形，AB=2，过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，

∴ FB=AB=2，BM=1，

则在 Rt△BMF 中，

$$FM = \sqrt{BF^2 - BM^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

故选：B.

8. (3 分) (2016•宿迁) 若二次函数 $y=ax^2 - 2ax+c$ 的图象经过点 (-1, 0)，则方程 $ax^2 - 2ax+c=0$ 的解为 ()

A. $x_1 = -3, x_2 = -1$ B. $x_1 = 1, x_2 = 3$ C. $x_1 = -1, x_2 = 3$ D. $x_1 = -3, x_2 = 1$

【解答】解：∵ 二次函数 $y=ax^2 - 2ax+c$ 的图象经过点 (-1, 0)，

∴ 方程 $ax^2 - 2ax+c=0$ 一定有一个解为：x = -1，

∵ 抛物线的对称轴为：直线 x=1，

∴ 二次函数 $y=ax^2 - 2ax+c$ 的图象与 x 轴的另一个交点为：(3, 0)，

∴ 方程 $ax^2 - 2ax+c=0$ 的解为： $x_1 = -1, x_2 = 3$.

故选：C.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9.（3 分）（2016•临夏州）因式分解： $2a^2 - 8 = \underline{2(a+2)(a-2)}$ 。

【解答】解： $2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2)$ 。

故答案为： $2(a+2)(a-2)$ 。

10.（3 分）（2016•宿迁）计算： $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \underline{x}$ 。

【解答】解： $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{x^2 - x}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$ 。故答案为 x 。

11.（3 分）（2016•宿迁）若两个相似三角形的面积比为 1：4，则这两个相似三角形的周长比是 1：2。

【解答】解： \because 两个相似三角形的面积比为 1：4，

\therefore 这两个相似三角形的相似比为 1：2，

\therefore 这两个相似三角形的周长比是 1：2，

故答案为：1：2。

12.（3 分）（2016•宿迁）若一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 $k < 1$ 。

【解答】解： \because 一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4k > 0$ ，

解得： $k < 1$ ，

则 k 的取值范围是： $k < 1$ 。

故答案为： $k < 1$ 。

13.（3 分）（2016•宿迁）某种油菜籽在相同条件下发芽试验的结果如表：

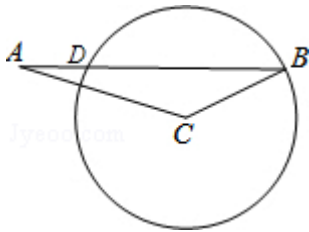
每批粒数 n	100	300	400	600	1000	2000	3000
发芽的频数 m	96	284	380	571	948	1902	2848

发芽的频率 $\frac{m}{n}$	0.960	0.947	0.950	0.952	0.948	0.951	0.949
---------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

那么这种油菜籽发芽的概率是 0.95 (结果精确到 0.01).

【解答】解: 观察表格得到这种油菜籽发芽的频率稳定在 0.95 附近, 则这种油菜籽发芽的概率是 0.95, 故答案为: 0.95.

14. (3 分) (2016•宿迁) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB=130^\circ$, $\angle BAC=20^\circ$, $BC=2$, 以点 C 为圆心, CB 为半径的圆交 AB 于点 D, 则 BD 的长为 $2\sqrt{3}$.



【解答】解: 如图, 作 $CE \perp AB$ 于 E.

$$\because \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 180^\circ - 20^\circ - 130^\circ = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $\because \angle CEB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = 2$,

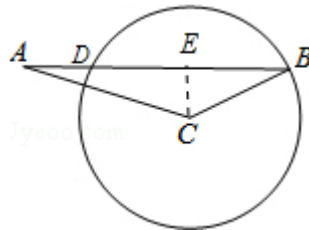
$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = 1, \quad BE = \sqrt{3}CE = \sqrt{3},$$

$$\because CE \perp BD,$$

$$\therefore DE = EB,$$

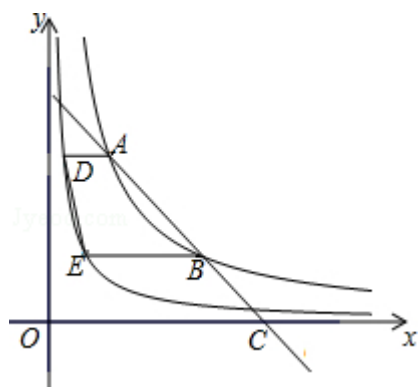
$$\therefore BD = 2EB = 2\sqrt{3}.$$

故答案为 $2\sqrt{3}$.



15. (3 分) (2016•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系中, 一条直线与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点 A、B, 与 x 轴交于点 C, 且点 B 是 AC 的中点, 分别过两点 A、B 作 x 轴的平行线, 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于两点 D、

E, 连接 DE, 则四边形 ABED 的面积为 $\frac{9}{2}$.



【解答】解: \because 点 A、B 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

设点 B 的坐标为 $(\frac{8}{m}, m)$,

\because 点 B 为线段 AC 的中点, 且点 C 在 x 轴上,

\therefore 点 A 的坐标为 $(\frac{4}{m}, 2m)$.

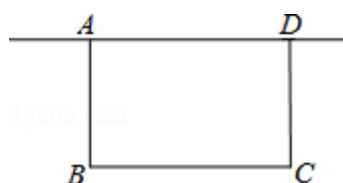
\because AD // x 轴、BE // x 轴, 且点 D、E 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上,

\therefore 点 D 的坐标为 $(\frac{1}{m}, 2m)$, 点 E 的坐标为 $(\frac{2}{m}, m)$.

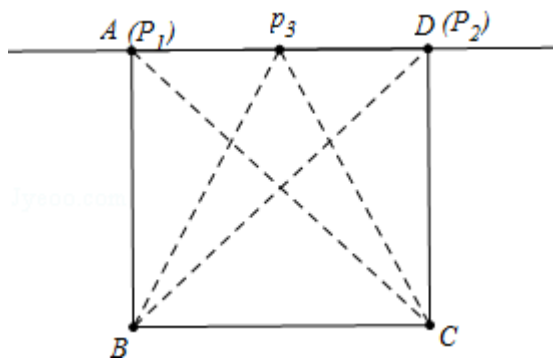
$\therefore S_{\text{梯形 ABED}} = \frac{1}{2} (\frac{4}{m} - \frac{1}{m} + \frac{8}{m} - \frac{2}{m}) \times (2m - m) = \frac{9}{2}$.

故答案为: $\frac{9}{2}$.

16. (3 分) (2016•宿迁) 如图, 在矩形 ABCD 中, AD=4, 点 P 是直线 AD 上一动点, 若满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个, 则 AB 的长为 4 或 $2\sqrt{3}$.



【解答】解: ①如图, 当 AB=AD 时

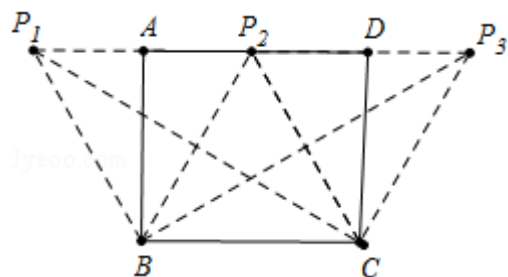


满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个，

$\triangle P_1BC$, $\triangle P_2BC$ 是等腰直角三角形, $\triangle P_3BC$ 是等腰直角三角形 ($P_3B=P_3C$),

则 $AB=AD=4$.

②当 $AB < AD$, 且满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形的点 P 有且只有 3 个时, 如图,



$\because P_2$ 是 AD 的中点,

$$\therefore BP_2 = \sqrt{2^2 + AB^2} = \sqrt{4 + AB^2},$$

易证得 $BP_1 = BP_2$,

又 $\because BP_1 = BC$,

$$\therefore \sqrt{4 + AB^2} = 4$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3}.$$

③当 $AB > AD$ 时, 直线 AD 上只有一个点 P 满足 $\triangle PBC$ 是等腰三角形.

故答案为: 4 或 $2\sqrt{3}$.

三、解答题 (本大题共 10 题, 共 72 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2016•宿迁) 计算: $2\sin 30^\circ + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$.

【解答】解: $2\sin 30^\circ + 3^{-1} + (\sqrt{2} - 1)^0 - \sqrt{4}$

$$= 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 1 - 2$$

$$=\frac{1}{3}.$$

18. (6分)(2016•宿迁)解不等式组: $\begin{cases} 2x > x+1 \\ 3x < 2(x+1) \end{cases}$.

【解答】解: $\begin{cases} 2x > x+1 & \text{①} \\ 3x < 2(x+1) & \text{②} \end{cases}$

由①得, $x > 1$,

由②得, $x < 2$,

由①②可得, 原不等式组的解集是: $1 < x < 2$.

19. (6分)(2016•宿迁)某校对七、八、九年级的学生进行体育水平测试, 成绩评定为优秀、良好、合格、不合格四个等第. 为了解这次测试情况, 学校从三个年级随机抽取 200 名学生的体育成绩进行统计分析. 相关数据的统计图、表如下:

各年级学生成绩统计表				
	优秀	良好	合格	不合格
七年级	a	20	24	8
八年级	29	13	13	5
九年级	24	b	14	7

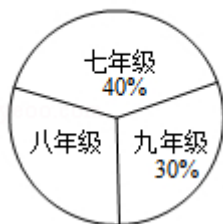
根据以上信息解决下列问题:

(1) 在统计表中, a 的值为 28, b 的值为 15;

(2) 在扇形统计图中, 八年级所对应的扇形圆心角为 108 度;

(3) 若该校三个年级共有 2000 名学生参加考试, 试估计该校学生体育成绩不合格的人数.

各年级学生人数统计图



【解答】解：（1）由题意和扇形统计图可得，

$$a=200 \times 40\% - 20 - 24 - 8 = 80 - 20 - 24 - 8 = 28,$$

$$b=200 \times 30\% - 24 - 14 - 7 = 60 - 24 - 14 - 7 = 15,$$

故答案为：28，15；

（2）由扇形统计图可得，

$$\text{八年级所对应的扇形圆心角为：} 360^\circ \times (1 - 40\% - 30\%) = 360^\circ \times 30\% = 108^\circ,$$

故答案为：108；

（3）由题意可得，

$$2000 \times \frac{8+5+7}{200} = 200 \text{ 人,}$$

即该校三个年级共有 2000 名学生参加考试，该校学生体育成绩不合格的有 200 人.

20. (6分) (2016•宿迁) 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同.

(1) 若先从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，则 m 的值为 2；

(2) 若将袋子中的球搅匀后随机摸出 1 个球（不放回），再从袋中余下的 3 个球中随机摸出 1 个球，求两次摸到的球颜色相同的概率.

【解答】解：

(1) \because 在一只不透明的袋子中装有 2 个白球和 2 个黑球，这些球除颜色外都相同，从袋子中拿走 m 个白球，这时从袋子中随机摸出一个球是黑球的事件为“必然事件”，

\therefore 透明的袋子中装的都是黑球，

$$\therefore m=2,$$

故答案为：2；

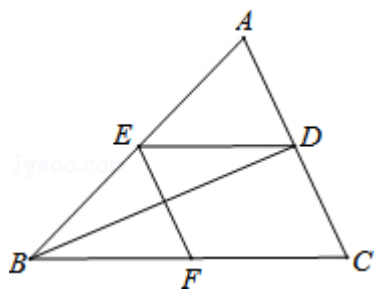
(2) 设红球分别为 H_1 、 H_2 ，黑球分别为 B_1 、 B_2 ，列表得：

第二球	H_1	H_2	B_1	B_2
第一球				

球				
H ₁		(H ₁ , H ₂)	(H ₁ , B ₁)	(H ₁ , B ₂)
H ₂	(H ₂ , H ₁)		(H ₂ , B ₁)	(H ₂ , B ₂)
B ₁	(B ₁ , H ₁)	(B ₁ , H ₂)		(B ₁ , B ₂)
B ₂	(B ₂ , H ₁)	(B ₂ , H ₂)	(B ₂ , B ₁)	

总共有 12 种结果，每种结果的可能性相同，两次都摸到球颜色相同结果有 4 种，所以两次摸到的球颜色相同的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

21. (6 分) (2016•宿迁) 如图，已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E、F 分别在边 AB、BC 上，ED \parallel BC，EF \parallel AC. 求证：BE=CF.



【解答】证明： \because ED \parallel BC，EF \parallel AC，

\therefore 四边形 EFCD 是平行四边形，

\therefore DE=CF，

\because BD 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle EBD = \angle DBC$ ，

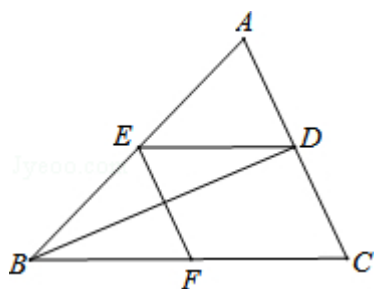
\because DE \parallel BC，

$\therefore \angle EDB = \angle DBC$ ，

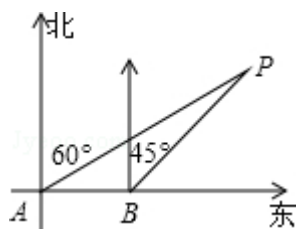
$\therefore \angle EBD = \angle EDB$ ，

\therefore EB=ED，

\therefore EB=CF.



22. (6分) (2016•宿迁) 如图, 大海中某灯塔 P 周围 10 海里范围内有暗礁, 一艘海轮在点 A 处观察灯塔 P 在北偏东 60° 方向, 该海轮向正东方向航行 8 海里到达点 B 处, 这时观察灯塔 P 恰好北偏东 45° 方向. 如果海轮继续向正东方向航行, 会有触礁的危险吗? 试说明理由. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【解答】解: 没有触礁的危险. 理由如下:

作 $PC \perp AB$ 于 C, 如图, $\angle PAC = 30^\circ$, $\angle PBC = 45^\circ$, $AB = 8$,

设 $BC = x$,

在 $Rt\triangle PBC$ 中, $\because \angle PBC = 45^\circ$,

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore BC = PC = x$,

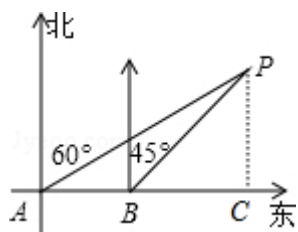
在 $Rt\triangle PAC$ 中, $\because \tan \angle PAC = \frac{PC}{AC}$,

$\therefore AC = \frac{PC}{\tan 30^\circ}$, 即 $8 + x = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$, 解得 $x = 4(\sqrt{3} + 1) \approx 10.92$,

即 $AC \approx 10.92$,

$\because 10.92 > 10$,

\therefore 海轮继续向正东方向航行, 没有触礁的危险.



23. (8分) (2016•宿迁) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $\angle ABC : \angle ACB : \angle ADB = 1 : 2 : 3$, $\odot O$ 是 $\triangle ABD$ 的外接圆.

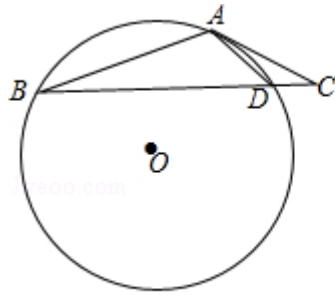


图1

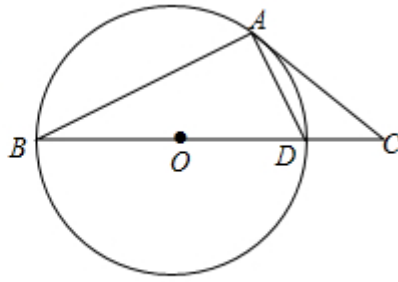


图2

(1) 求证：AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 当 BD 是 $\odot O$ 的直径时（如图 2），求 $\angle CAD$ 的度数.

【解答】 (1) 证明：连接 AO，延长 AO 交 $\odot O$ 于点 E，则 AE 为 $\odot O$ 的直径，连接 DE，如图所示：

$$\because \angle ABC : \angle ACB : \angle ADB = 1 : 2 : 3, \quad \angle ADB = \angle ACB + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CAD,$$

\because AE 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = 90^\circ - \angle AED,$$

$$\because \angle AED = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle EAD = 90^\circ - \angle CAD,$$

$$\text{即 } \angle EAD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore EA \perp AC,$$

\therefore AC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解： \because BD 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ADB = 90^\circ,$$

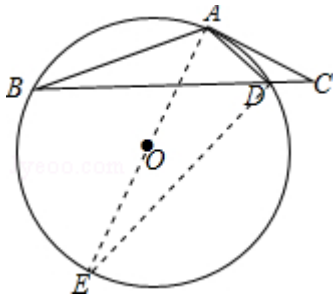
$$\because \angle ABC : \angle ACB : \angle ADB = 1 : 2 : 3,$$

$$\therefore 4\angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 22.5^\circ,$$

由 (1) 知： $\angle ABC = \angle CAD$ ，

$$\therefore \angle CAD = 22.5^\circ.$$



24. (8分) (2016•宿迁) 某景点试开放期间, 团队收费方案如下: 不超过 30 人时, 人均收费 120 元; 超过 30 人且不超过 m ($30 < m \leq 100$) 人时, 每增加 1 人, 人均收费降低 1 元; 超过 m 人时, 人均收费都按照 m 人时的标准. 设景点接待有 x 名游客的某团队, 收取总费用为 y 元.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 景点工作人员发现: 当接待某团队人数超过一定数量时, 会出现随着人数的增加收取的总费用反而减少这一现象. 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加, 求 m 的取值范围.

【解答】解: (1) $y = \begin{cases} 120x & (0 < x \leq 30) \\ 120 - (x - 30)x & (30 < x \leq m), \text{ 其中 } (30 < m \leq 100). \\ [120 - (m - 30)]x & (x > m) \end{cases}$

(2) 由 (1) 可知当 $0 < x \leq 30$ 或 $m < x < 100$, 函数值 y 都是随着 x 是增加而增加,

当 $30 < x \leq m$ 时, $y = -x^2 + 150x = -(x - 75)^2 + 5625$,

$\because a = -1 < 0$,

$\therefore x \leq 75$ 时, y 随着 x 增加而增加,

\therefore 为了让收取的总费用随着团队中人数的增加而增加,

$\therefore 30 < m \leq 75$.

25. (10分) (2016•宿迁) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC = BC = 2$, D 是边 AB 上一动点 (A 、 B 两点除外), 将 $\triangle CAD$ 绕点 C 按逆时针方向旋转角 α 得到 $\triangle CEF$, 其中点 E 是点 A 的对应点, 点 F 是点 D 的对应点.

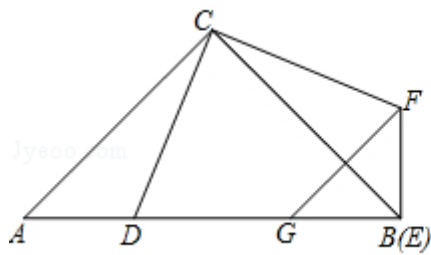


图1

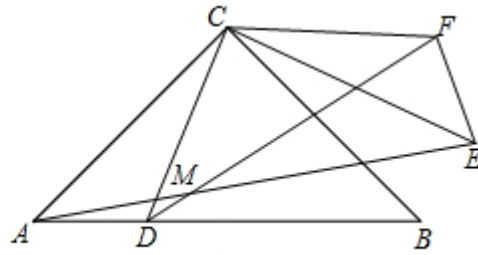


图2

(1) 如图 1, 当 $\alpha=90^\circ$ 时, G 是边 AB 上一点, 且 $BG=AD$, 连接 GF. 求证: $GF \parallel AC$;

(2) 如图 2, 当 $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 时, AE 与 DF 相交于点 M.

①当点 M 与点 C、D 不重合时, 连接 CM, 求 $\angle CMD$ 的度数;

②设 D 为边 AB 的中点, 当 α 从 90° 变化到 180° 时, 求点 M 运动的路径长.

【解答】解: (1) 如图 1 中, $\because CA=CB, \angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = 45^\circ,$$

$\because \triangle CEF$ 是由 $\triangle CAD$ 旋转逆时针 α 得到, $\alpha=90^\circ$,

$\therefore CB$ 与 CE 重合,

$$\therefore \angle CBE = \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ABC + \angle CBF = 90^\circ,$$

$\because BG=AD=BF$,

$$\therefore \angle BGF = \angle BFG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BGF = 45^\circ,$$

$\therefore GF \parallel AC$.

(2) ①如图 2 中, $\because CA=CE, CD=CF$,

$$\therefore \angle CAE = \angle CEA, \angle CDF = \angle CFD,$$

$\because \angle ACD = \angle ECF$,

$$\therefore \angle ACE = \angle DCF,$$

$$\because 2\angle CAE + \angle ACE = 180^\circ, 2\angle CDF + \angle DCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle CDF,$$

$\therefore A、D、M、C$ 四点共圆,

$$\therefore \angle CMF = \angle CAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CMD = 180^\circ - \angle CMF = 135^\circ.$$

②如图 3 中，O 是 AC 中点，连接 OD、CM.

$\because AD=DB, CA=CB,$

$\therefore CD \perp AB,$

$\therefore \angle ADC=90^\circ,$

由①可知 A、D、M、C 四点共圆，

\therefore 当 α 从 90° 变化到 180° 时，

点 M 在以 AC 为直径的 $\odot O$ 上，运动路径是弧 CD，

$\because OA=OC, CD=DA,$

$\therefore DO \perp AC,$

$\therefore \angle DOC=90^\circ,$

$\therefore \widehat{CD}$ 的长 $= \frac{90\pi \cdot 1}{180} = \frac{\pi}{2}.$

\therefore 当 α 从 90° 变化到 180° 时，点 M 运动的路径长为 $\frac{\pi}{2}.$

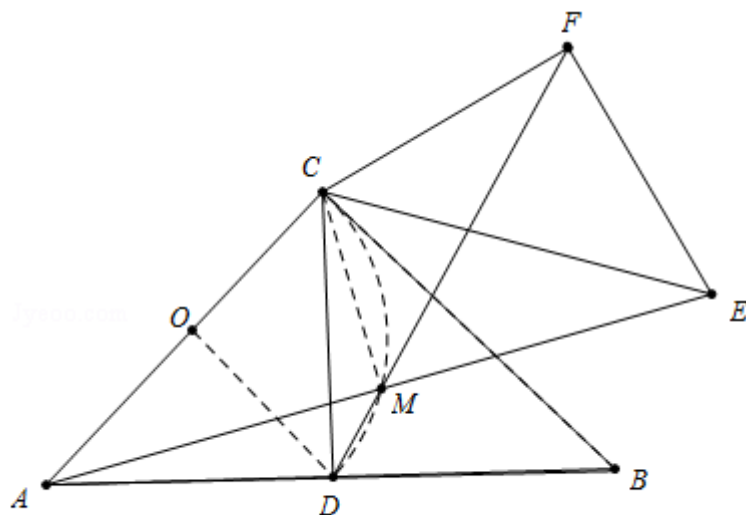


图3

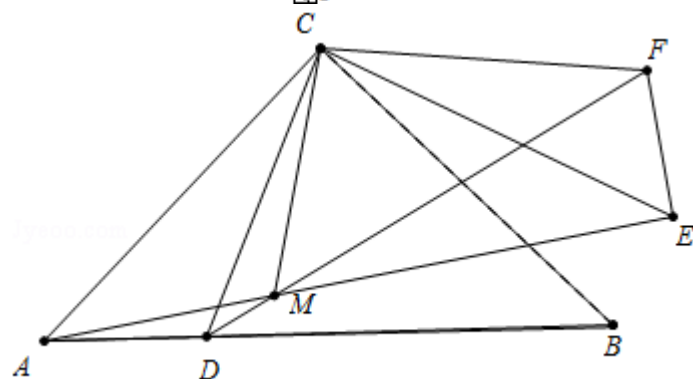
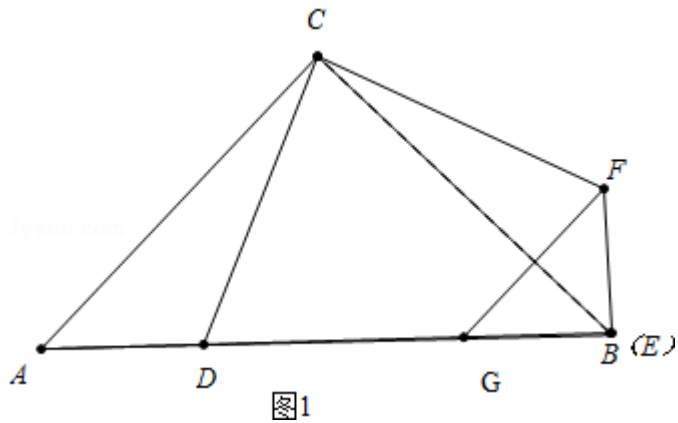


图2

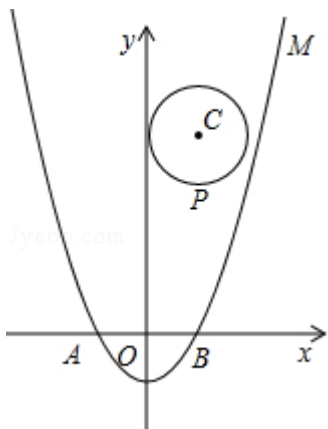


26. (10分) (2016•宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象 M 沿 x 轴翻折, 把所得到的图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度, 得到二次函数图象 N .

(1) 求 N 的函数表达式;

(2) 设点 $P(m, n)$ 是以点 $C(1, 4)$ 为圆心、1 为半径的圆上一动点, 二次函数的图象 M 与 x 轴相交于两点 A 、 B , 求 PA^2+PB^2 的最大值;

(3) 若一个点的横坐标与纵坐标均为整数, 则该点称为整点. 求 M 与 N 所围成封闭图形内 (包括边界) 整点的个数.



【解答】 (1) 解: 二次函数 $y=x^2-1$ 的图象 M 沿 x 轴翻折得到函数的解析式为 $y=-x^2+1$, 此时顶点坐标 $(0, 1)$,

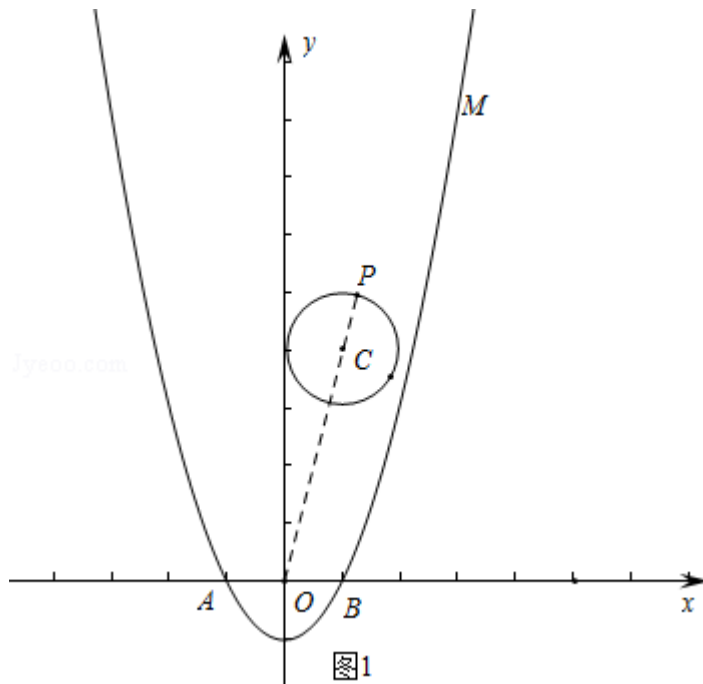
将此图象向右平移 2 个单位长度后再向上平移 8 个单位长度得到二次函数图象 N 的顶点为 $(2, 9)$,

故 N 的函数表达式 $y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$.

(2) $\because A(-1, 0), B(1, 0)$,

$$\therefore PA^2+PB^2=(m+1)^2+n^2+(m-1)^2+n^2=2(m^2+n^2)+2=2\cdot PO^2+2,$$

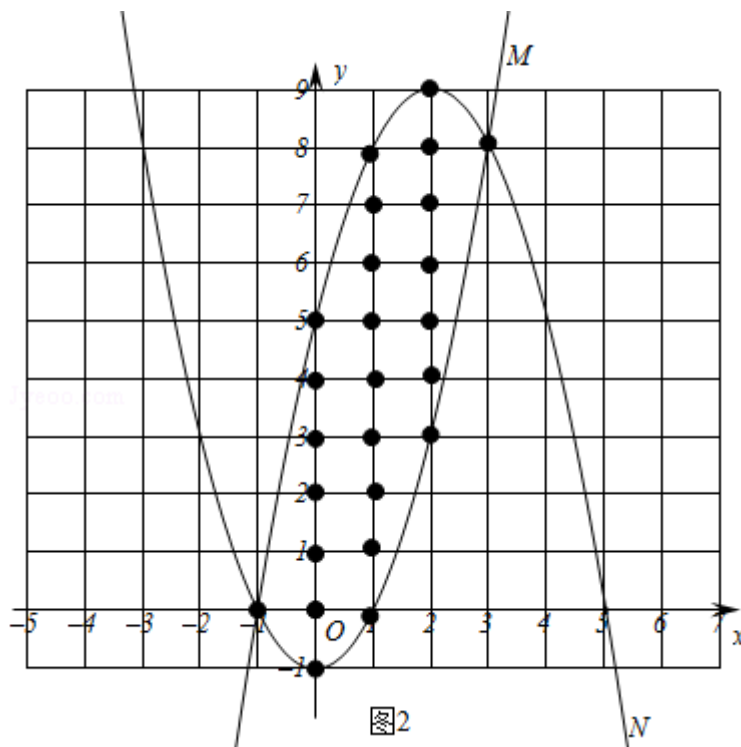
\therefore 当 PO 最大时 PA^2+PB^2 最大. 如图, 延长 OC 与 $\odot O$ 交于点 P , 此时 OP 最大,



$$\therefore OP \text{ 的最大值} = OC + PC = \sqrt{17} + 1,$$

$$\therefore PA^2+PB^2 \text{ 最大值} = 2(\sqrt{17}+1)^2+2=38+4\sqrt{17}.$$

(3) M 与 N 所围成封闭图形如图所示,



由图象可知, M 与 N 所围成封闭图形内 (包括边界) 整点的个数为 25 个.