

第 15 届 WMO 世界奥林匹克数学竞赛 (中国区) 选拔赛

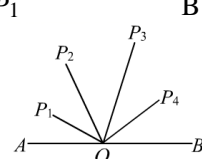
考生须知:

1. 每位考生将获得一份试卷。考试期间, 不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共 120 分, 选择题每小题 4 分, 填空题每小题 5 分, 解答题共 5 小题, 共 50 分。
3. 请将答案写在本卷上。考试完毕时, 考卷及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数, 请化至最简。

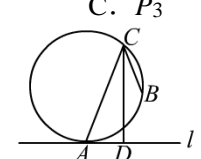
九年级地方晋级赛复赛 A 卷

(本试卷满分 120 分, 考试时间 90 分钟)

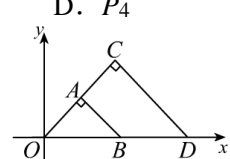
一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. $\frac{2}{25}$ 用科学记数法可以表示为 ()
 A. 8×10^{-1} B. 8×10^{-2} C. 2.3×10^{-1} D. 2.3×10^{-2}
 2. 如图, O 为线段 AB 的中点, $AB=4\text{cm}$, P_1, P_2, P_3, P_4 到点 O 的距离分别是 $1\text{cm}, 2\text{cm}, 2.8\text{cm}, 1.7\text{cm}$, 下列四点中能与 A, B 构成直角三角形的顶点是 ()
 A. P_1 B. P_2 C. P_3 D. P_4
- 

第 2 题图

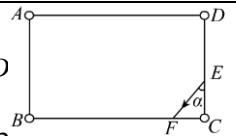


第 3 题图



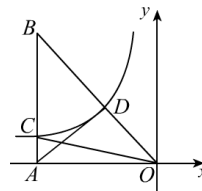
第 4 题图
3. 如图, 圆上有 A, B, C 三点, 直线 l 与圆相切于点 A , CD 平分 $\angle ACB$, 且与 l 交于点 D , 若 $\widehat{AB} = 80^\circ$, $\widehat{BC} = 60^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为 ()
 A. 80° B. 85° C. 90° D. 95°
 4. 如图, $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形, 相似比为 $1:4$, $\angle OCD=90^\circ$, $CO=CD$. 若点 B 的坐标为 $(1, 0)$, 则点 C 的坐标为 ()
 A. $(2, 2)$ B. $(2, 4)$ C. $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ D. $(4, 2)$
 5. 方程组 $\begin{cases} |x|+y=12, \\ x+|y|=6 \end{cases}$ 的解的个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
 6. 若等式 $\frac{x-1}{(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{x-2}$ (a, b 为常数) 成立, 则 a, b 的值为 ()
 A. $a=4, b=-3$ B. $a=2, b=-1$ C. $a=-1, b=1$ D. $a=-1, b=2$
 7. 小梦每周有 100 元零用钱, 一小块巧克力 3 元, 一根棒棒糖 2 元. 小梦的幸福值可以用公式“幸福值=巧克力块数×棒棒糖根数”来表示, 则小梦一个月可达到的幸福值最高为 ()
 A. 300 B. 405 C. 416 D. 450

8. 如图, 矩形台球桌 $ABCD$, 其中 A, B, C, D 处有球洞, 已知 $DE=4$, $CE=2$, $BC=6\sqrt{3}$, 球从 E 点出发, 与 DC 夹角为 α , 经过 BC, AB, AD 三次反弹后回到 E 点, 则关于 $\tan\alpha$ 的说法下列正确的是 ()



- A. $\sqrt{3} \leq \tan\alpha < \frac{3}{2}\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{4}\sqrt{3} < \tan\alpha < \frac{3}{2}\sqrt{3}$ C. $\tan\alpha = \sqrt{3}$ D. $\frac{3}{4}\sqrt{3} < \tan\alpha < 3\sqrt{3}$

9. 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过 $\text{Rt}\triangle ABO$ 斜边 OB 的中点 D , 与直角边 AB 相交于 C , 连结 AD, OC , 若 $\triangle ABO$ 的周长为 $4+2\sqrt{5}$, $AD=2$, 则 $\triangle ACO$ 的面积为 ()



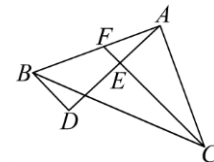
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

10. 将直线 $l_1: y=x$ 和直线 $l_2: y=2x+1$ 及 x 轴围成的三角形面积记为 S_1 , 直线 $l_2: y=2x+1$ 和直线 $l_3: y=3x+2$ 及 x 轴围成的三角形面积记为 S_2 , \dots , 以此类推, 直线 $l_n: y=nx+n-1$ 和直线 $l_{n+1}: y=(n+1)x+n$ 及 x 轴围成的三角形面积记为 S_n , 记 $W=S_1+S_2+\dots+S_n$, 当 n 越来越大时, 你猜想 W 最接近的常数是 ()

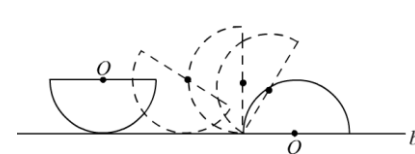
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

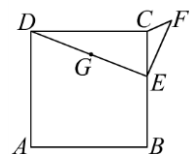
11. 已知 $a^2-5a-1=0$, 则 $5(1+2a) - 2a^2 =$ _____.
12. 宜君手上有 24 张卡片, 其中 12 张卡片作上“O”记号, 另外 12 张卡片作上“X”记号. 右图表示宜君从手上拿出 6 张卡片放在桌面的情形, 且她打算从手上剩下的卡片中抽出一张卡片, 若她手上剩下的每张卡片被抽到的概率相等, 则她抽出记号为“O”的卡片的概率是 _____.
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, AD 是经过 A 点的一条直线, 且 B, C 在 AD 的两侧, $BD \perp AD$ 于 D , $CE \perp AD$ 于 E , 交 AB 于点 F , $CE=10, BD=4$, 则 DE 的长为 _____.



第 13 题图



第 14 题图



第 16 题图

14. 如图, 将半径为 5 的半圆的直径平行于桌面上的直线 b , 然后把半圆沿直线 b 进行无滑动滚动, 直到半圆的直径与直线 b 重合为止, 则圆心 O 运动路径的长度为 _____.
15. 正数 m, n 满足 $m+4\sqrt{mn}-2\sqrt{m}-4\sqrt{n}+4n=3$, 则 $\frac{\sqrt{m}+2\sqrt{n}-8}{\sqrt{m}+2\sqrt{n}+2016}$ 的值为 _____.
16. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 5, 点 E 在 BC 边上运动, 点 G 是 DE 的中点, EG 绕点 E 顺时针旋转 90° 得到 EF , 当 $CE=$ _____ 时, 点 A, C, F 在一条直线上.

考场
 联系电话
 准考证号
 学校
 父母姓名
 年级
 姓名
 赛区

三、解答题（共5小题，共50分）

17. 解不等式： $(1 + \frac{y}{3})(y^2 + 1) > (1 - \frac{y-2}{2})(y^2 + 1)$ （8分）

18. 如果有理数 m 可以表示成 $2x^2 - 6xy + 5y^2$ （其中 x, y 是任意有理数）的形式，我们就称 m 为“世博数”。那么两个“世博数”之积也是“世博数”吗？请证明。（9分）

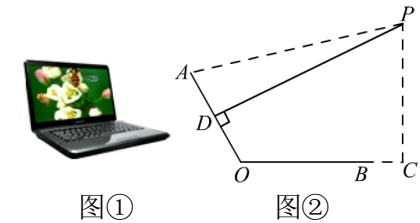
19. 如图，要设计一本画册的封面，封面长 40cm，宽 30cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形画。如果要使四周的边衬所占面积是封面面积的 $\frac{1}{5}$ ，上、下边衬等宽，左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度。（结果精确到 0.1cm，参考数据 $\sqrt{5} \approx 2.236$ ）（10分）



20. 如图①是一台放置在水平桌面上的笔记本电脑，将其侧面抽象成如图②所示的几何图形，若显示屏所在面的侧边 AO 与键盘所在面的侧边 BO 长均为 24cm，点 P 为眼睛所在位置， D 为 AO 的中点，连接 PD ，当 $PD \perp AO$ 时，称点 P 为“最佳视角点”，作 $PC \perp BC$ ，垂足 C 在 OB 的延长线上，且 $BC = 12\text{cm}$ 。

(1) 当 $PA = 45\text{cm}$ 时，求 PC 的长；（5分）

(2) 若 $\angle AOC = 120^\circ$ 时，“最佳视角点” P 在直线 PC 上的位置会发生什么变化？此时 PC 的长是多少？请通过计算说明。（结果精确到 0.1cm，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）（5分）



21. 已知二次函数图象的顶点坐标为 $A(2, 0)$ ，且与 y 轴交于点 $(0, 1)$ ， B 点坐标为 $(2, 2)$ ，点 C 为抛物线上一动点，以 C 为圆心， CB 为半径的圆交 x 轴于 M, N 两点（ M 在 N 的左侧）。

(1) 求此二次函数的表达式；（3分）

(2) 当点 C 在抛物线上运动时，弦 MN 的长度是否发生变化？若变化，说明理由；若不发生变化，求出弦 MN 的长；（4分）

(3) 当 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABN$ 相似时，求出 M 点的坐标。（6分）

