2016年江苏省常州市中考数学试卷

一、选择题（共8小题，每小题2分，满分16分）

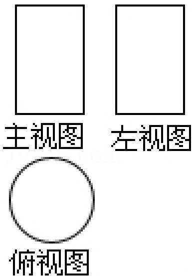
1.（2分）﹣2的绝对值是（　　）

A．﹣2 B．2　C．$-\frac{1}{2}$ D．$\frac{1}{2}$

2.（2分）计算3﹣（﹣1）的结果是（　　）

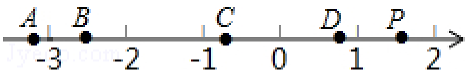
A．﹣4 B．﹣2 C．2　D．4

3.（2分）如图所示是一个几何体的三视图，这个几何体的名称是（　　）



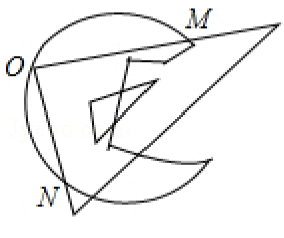
A．圆柱体 B．三棱锥 C．球体　D．圆锥体

4.（2分）如图，数轴上点P对应的数为p，则数轴上与数$-\frac{p}{2}$对应的点是（　　）



A．点A B．点B C．点C D．点D

5.（2分）如图，把直角三角板的直角顶点O放在破损玻璃镜的圆周上，两直角边与圆弧分别交于点M、N，量得OM=8cm，ON=6cm，则该圆玻璃镜的半径是（　　）



A．$\sqrt{10}$cm　B．5cm C．6cm D．10cm

6.（2分）若x＞y，则下列不等式中不一定成立的是（　　）

A．x+1＞y+1　B．2x＞2y C．$\frac{x}{2}>\frac{y}{2}$　D．$x^2>y^2$

7.（2分）已知△ABC中，BC=6，AC=3，CP⊥AB，垂足为P，则CP的长可能是

（　　）

A．2　B．4　C．5　D．7

8．（2 分）已知一次函数 $y_1=kx+m$（$k\neq 0$）和二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的自变量和对应函数值如表：

x	…	﹣1	0	2	4	…
y_1	…	0	1	3	5	…

x	…	﹣1	1	3	4	…
y_2	…	0	﹣4	0	5	…

当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围是（　　）

A．$x<-1$　B．$x>4$C．$-1<x<4$　D．$x<-1$ 或 $x>4$

二、填空题（共 10 小题，每小题 2 分，满分 20 分）

9．（2 分）化简：$\sqrt{8}-\sqrt{2}=$_______.

10．（2 分）若分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义，则 x 的取值范围是_______.

11．（2 分）分解因式：$x^3-2x^2+x=$_______.

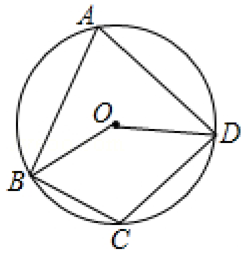
12．（2 分）一个多边形的每个外角都是 60°，则这个多边形边数为_______.

13．（2 分）若代数式 $x-5$ 与 $2x-1$ 的值相等，则 x 的值是_______.

14．（2 分）在比例尺为 1：40000 的地图上，某条道路的长为 7cm，则该道路的实际长度是_______km．

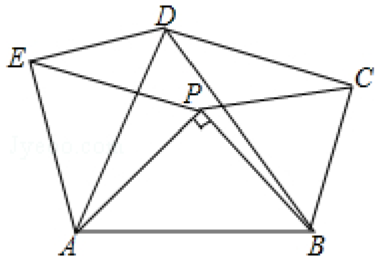
15．（2 分）已知正比例函数 $y=ax$（$a\neq 0$）与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq 0$）图象的一个交点坐标为（﹣1，﹣1），则另一个交点坐标是_______.

16．（2 分）如图，在⊙O 的内接四边形 ABCD 中，∠A=70°，∠OBC=60°，则∠ODC=_______.



17．（2 分）已知 x、y 满足 $2^x \bullet 4^y=8$，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，y 的取值范围是________．

18．（2 分）如图，△APB 中，AB=2，∠APB=90°，在 AB 的同侧作正△ABD、正△APE 和正△BPC，则四边形 PCDE 面积的最大值是________．



三、解答题（共 10 小题，满分 84 分）

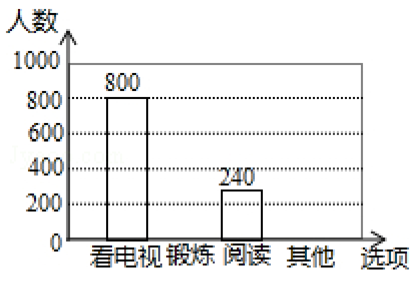
19．（6 分）先化简，再求值（x﹣1）（x﹣2）﹣（x+1）^{2}，其中 $x=\frac{1}{2}$．

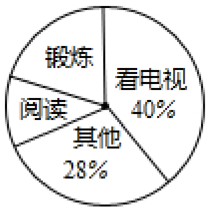
20．（8 分）解方程和不等式组：

（1）$\frac{x}{2x-5}+\frac{5}{5-2x}=1$

（2）$\begin{cases}5x-10\leqslant 0\\ x+3>-2x\end{cases}$．

21．（8 分）为了解某市市民晚饭后 1 小时内的生活方式，调查小组设计了“阅读”、“锻炼”、“看电视”和“其它”四个选项，用随机抽样的方法调查了该市部分市民，并根据调查结果绘制成如下统计图．





根据统计图所提供的信息，解答下列问题：

（1）本次共调查了________名市民；

（2）补全条形统计图；

（3）该市共有480万市民，估计该市市民晚饭后1小时内锻炼的人数.

22.（8分）一只不透明的袋子中装有1个红球、1个黄球和1个白球，这些球除颜色外都相同

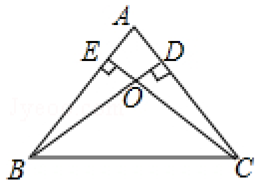
（1）搅匀后从袋子中任意摸出1个球，求摸到红球的概率；

（2）搅匀后从袋子中任意摸出1个球，记录颜色后放回、搅匀，再从中任意摸出1个球，求两次都摸到红球的概率.

23.（8分）如图，已知△ABC中，AB=AC，BD、CE是高，BD与CE相交于点O

（1）求证：OB=OC；

（2）若∠ABC=50°，求∠BOC的度数.



24.（8分）某超市销售甲、乙两种糖果，购买3千克甲种糖果和1千克乙种糖果共需44元，购买1千克甲种糖果和2千克乙种糖果共需38元.

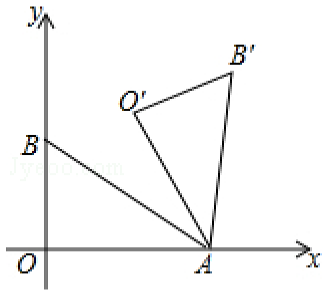
（1）求甲、乙两种糖果的价格；

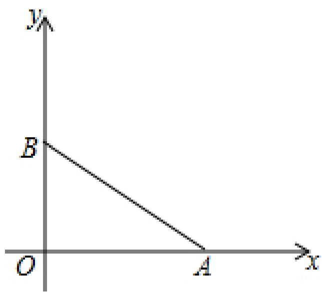
（2）若购买甲、乙两种糖果共20千克，且总价不超过240元，问甲种糖果最少购买多少千克？

25.（8分）如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$的图象与x轴、y轴分别交于点A、B，把Rt△AOB绕点A顺时针旋转角α（30°＜α＜180°），得到△AO′B′.

（1）当α=60°时，判断点B是否在直线O′B′上，并说明理由；

（2）连接OO′，设OO′与AB交于点D，当α为何值时，四边形ADO′B′是平行四边形？请说明理由.





26.（10分）（1）阅读材料：

教材中的问题，如图 1，把 5 个边长为 1 的小正方形组成的十字形纸板剪开，使剪成的若干块能够拼成一个大正方形，小明的思考：因为剪拼前后的图形面积相等，且 5 个小正方形的总面积为 5，所以拼成的大正方形边长为________，故沿虚线 AB 剪开可拼成大正方形的一边，请在图 1 中用虚线补全剪拼示意图.

（2）类比解决：

如图 2，已知边长为 2 的正三角形纸板 ABC，沿中位线 DE 剪掉△ADE，请把纸板剩下的部分 DBCE 剪开，使剪成的若干块能够拼成一个新的正三角形.

①拼成的正三角形边长为________；

②在图 2 中用虚线画出一种剪拼示意图.

（3）灵活运用：

如图 3，把一边长为 60cm 的正方形彩纸剪开，用剪成的若干块拼成一个轴对称的风筝，其中∠BCD=90°，延长 DC、BC 分别与 AB、AD 交于点 E、F，点 E、F 分别为 AB、AD 的中点，在线段 AC 和 EF 处用轻质钢丝做成十字形风筝龙骨，在图 3 的正方形中画出一种剪拼示意图，并求出相应轻质钢丝的总长度.（说明：题中的拼接都是不重叠无缝隙无剩余）

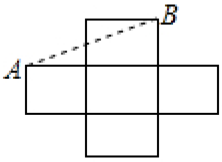


图1

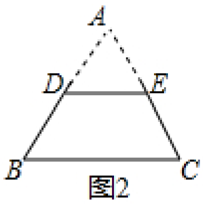


图2

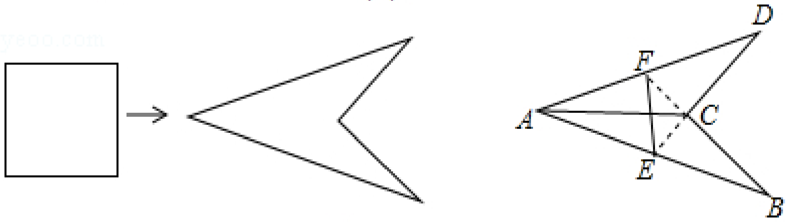


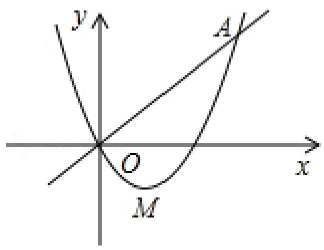
图3

27.（10 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=x$ 与二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象相交于 O、A 两点，点 A（3，3），点 M 为抛物线的顶点.

（1）求二次函数的表达式；

（2）长度为 $2\sqrt{2}$的线段 PQ 在线段 OA（不包括端点）上滑动，分别过点 P、Q 作 x 轴的垂线交抛物线于点 P_1、Q_1，求四边形 PQQ_1P_1 面积的最大值；

（3）直线 OA 上是否存在点 E，使得点 E 关于直线 MA 的对称点 F 满足 $S_{\triangle AOF}=S_{\triangle AOM}$？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.



28．（10 分）如图，正方形 ABCD 的边长为 1，点 P 在射线 BC 上（异于点 B、C），直线 AP 与对角线 BD 及射线 DC 分别交于点 F、Q

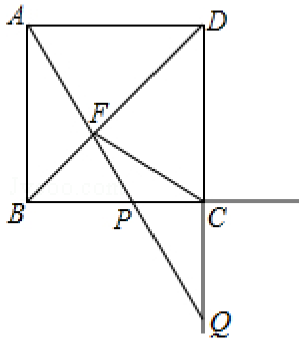
（1）若 BP=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，求∠BAP 的度数；

（2）若点 P 在线段 BC 上，过点 F 作 FG⊥CD，垂足为 G，当△FGC≌△QCP 时，求 PC 的长；

（3）以 PQ 为直径作⊙M．

①判断 FC 和⊙M 的位置关系，并说明理由；

②当直线 BD 与⊙M 相切时，直接写出 PC 的长．



2016年江苏省常州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题2分，满分16分）

1．（2分）﹣2的绝对值是（　　）

A．﹣2 B．2　 C．$-\frac{1}{2}$ D．$\frac{1}{2}$

【分析】根据绝对值的定义，可直接得出﹣2的绝对值．

【解答】解：|﹣2|=2．

故选B．

【点评】本题考查了绝对值的定义，关键是利用了绝对值的性质．

2．（2分）计算3﹣（﹣1）的结果是（　　）

A．﹣4 B．﹣2 C．2　 D．4

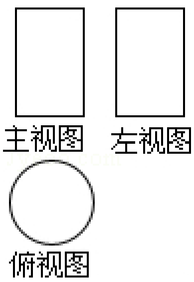
【分析】减去一个数等于加上这个数的相反数，所以3﹣（﹣1）=3+1=4．

【解答】解：3﹣（﹣1）=4，

故答案为：D．

【点评】本题考查了有理数的减法，属于基础题，比较简单；熟练掌握减法法则是做好本题的关键．

3．（2分）如图所示是一个几何体的三视图，这个几何体的名称是（　　）



A．圆柱体 B．三棱锥 C．球体　 D．圆锥体

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

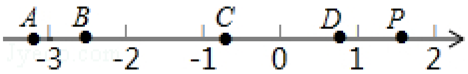
【解答】解：由于主视图和左视图为长方形可得此几何体为柱体，

由俯视图为圆可得为圆柱体．

故选 A．

【点评】本题考查了由三视图来判断几何体，还考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力．

4．（2 分）如图，数轴上点 P 对应的数为 p，则数轴上与数 $-\frac{p}{2}$对应的点是（　　）

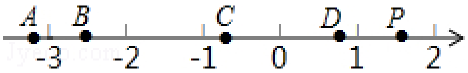


A．点 AB．点 BC．点 CD．点 D

【分析】根据图示得到点 P 所表示的数，然后求得 $-\frac{p}{2}$的值即可．

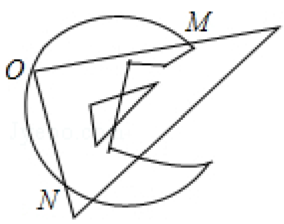
【解答】解：如图所示，$1<p<2$，则$\frac{1}{2}<\frac{p}{2}<1$，所以 $-1<-\frac{p}{2}<-\frac{1}{2}$．则数轴上与数 $-\frac{p}{2}$对应的点是 C．

故选：C．



【点评】本题考查了数轴，根据图示得到点 P 所表示的数是解题的关键．

5．（2 分）如图，把直角三角板的直角顶点 O 放在破损玻璃镜的圆周上，两直角边与圆弧分别交于点 M、N，量得 OM=8cm，ON=6cm，则该圆玻璃镜的半径是（　　）



A．$\sqrt{10}$cm　B．5cm C．6cm D．10cm

【分析】如图，连接 MN，根据圆周角定理可以判定 MN 是直径，所以根据勾股定理求得直径，然后再来求半径即可．

【解答】解：如图，连接 MN，

∵∠O=90°，

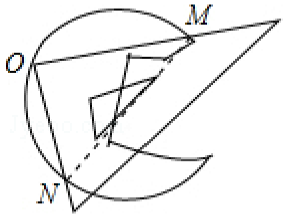
∴MN 是直径，

又 OM=8cm，ON=6cm，

∴MN=$\sqrt{OM^2+ON^2}$=$\sqrt{6^2+8^2}$=10（cm）.

∴该圆玻璃镜的半径是：$\frac{1}{2}$MN=5cm.

故选：B.



【点评】本题考查了圆周角定理和勾股定理，半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径.

6.（2 分）若 x＞y，则下列不等式中不一定成立的是（　　）

A．x+1＞y+1　 B．2x＞2y　C．$\frac{x}{2}$＞$\frac{y}{2}$　 D．x^2＞y^2

【分析】根据不等式的基本性质进行判断，不等式的两边加上同一个数，不等号的方向不变；不等式的两边乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

【解答】解：（A）在不等式 x＞y 两边都加上 1，不等号的方向不变，故（A）正确；

（B）在不等式 x＞y 两边都乘上 2，不等号的方向不变，故（B）正确；

（C）在不等式 x＞y 两边都除以 2，不等号的方向不变，故（C）正确；

（D）当 x=1，y=﹣2 时，x＞y，但 x^2＜y^2，故（D）错误.

故选（D）

【点评】本题主要考查了不等式的性质，应用不等式的性质应注意的问题：在不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数时，一定要改变不等号的方向.

7.（2 分）已知△ABC 中，BC=6，AC=3，CP⊥AB，垂足为 P，则 CP 的长可能是（　　）

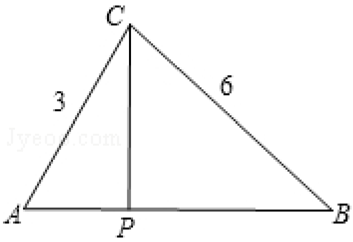
A．2　 B．4　 C．5　 D．7

【分析】根据垂线段最短得出结论．

【解答】解：如图，根据垂线段最短可知：PC≤3，

∴CP 的长可能是 2，

故选 A．



【点评】本题考查了垂线段最短的性质，正确理解此性质，垂线段最短，指的是从直线外一点到这条直线所作的垂线段最短；本题是指点 C 到直线 AB 连接的所有线段中，CP 是垂线段，所以最短；在实际问题中涉及线路最短问题时，其理论依据应从“两点之间，线段最短”和“垂线段最短”这两个中去选择．

8．（2 分）已知一次函数 $y_1=kx+m$（k≠0）和二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（a≠0）的自变量和对应函数值如表：

x	…	﹣1	0	2	4	…
y_1	…	0	1	3	5	…

x	…	﹣1	1	3	4	…
y_2	…	0	﹣4	0	5	…

当 $y_2>y_1$ 时，自变量 x 的取值范围是（　　）

A．x＜﹣1　B．x＞4C．﹣1＜x＜4　 D．x＜﹣1 或 x＞4

【分析】方法一：先在表格中找出点，用待定系数法求出直线和抛物线的解析式，用 $y_2>y_1$ 建立不等式，求解不等式即可．

方法二：直接由表得出两函数图象的交点坐标（﹣1，0），（4，5），再结合变化规律得出结论．

【解答】解法一：由表可知，（﹣1，0），（0，1）在一次函数 $y_1=kx+m$ 的图象上，

$\therefore\begin{cases}-k+m=0\\ m=1\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}k=1\\ m=1\end{cases}$

∴一次函数 $y_1=x+1$，

由表可知，（﹣1，0），（1，﹣4），（3，0）在二次函数 $y_2=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象上，

$\therefore\begin{cases}a-b+c=0\\ a+b+c=-4\\ 9a+3b+c=0\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a=1\\ b=-2\\ c=-3\end{cases}$

∴二次函数 $y_2=x^{2-2}x-3$

当 $y_2>y_1$ 时，

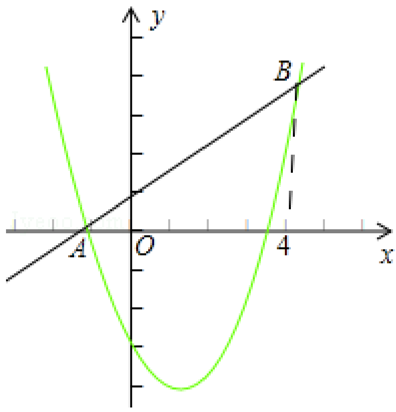
$\therefore x^{2-2}x-3>x+1$，

∴（$x-4$）（$x+1$）＞0，

∴$x>4$ 或 $x<-1$，

故选 D，

解法二：如图，



由表得出两函数图象的交点坐标（﹣1，0），（4，5），

∴$x>4$ 或 $x<-1$，

故选 D.

【点评】此题是二次函数和不等式题目，主要考查了待定系数法，解不等式，解本题的关键是求出直线和抛物线的解析式.

二、填空题（共 10 小题，每小题 2 分，满分 20 分）

9．（2 分）化简：$\sqrt{8}-\sqrt{2}$=__$\sqrt{2}$__．

【分析】先把各根式化为最简二次根式，再根据二次根式的减法进行计算即可．

【解答】解：原式$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}$．

故答案为：$\sqrt{2}$．

【点评】本题考查的是二次根式的加减法，熟知二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变是解答此题的关键．

10．（2 分）若分式$\frac{1}{x+1}$有意义，则 x 的取值范围是__$x\neq-1$__．

【分析】根据分式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可．

【解答】解：∵分式$\frac{1}{x+1}$有意义，

∴$x+1\neq0$，即 $x\neq-\ -1$

故答案为：$x\neq-1$．

【点评】本题考查的是分式有意义的条件，熟知分式有意义的条件是分母不等于零是解答此题的关键．

11．（2 分）分解因式：x^3-2x^2+x=__$x(x-1)^2$__．

【分析】首先提取公因式 x，进而利用完全平方公式分解因式即可．

【解答】解：$x^3-2x^2+x=x(x^2-2x+1)=x(x-1)^2$．

故答案为：$x(x-1)^2$．

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式，熟练应用完全平方公式是解题关键．

12．（2 分）一个多边形的每个外角都是 60°，则这个多边形边数为__6__．

【分析】利用外角和除以外角的度数即可得到边数．

【解答】解：360÷60=6．

故这个多边形边数为6．

故答案为：6．

【点评】此题主要考查了多边形的外角和，关键是掌握任何多边形的外角和都360°．

13．（2分）若代数式x﹣5与2x﹣1的值相等，则x的值是__﹣4__．

【分析】根据题意列出方程，求出方程的解即可得到x的值．

【解答】解：根据题意得：x﹣5=2x﹣1，

解得：x=﹣4，

故答案为：﹣4

【点评】此题考查了解一元一次方程，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

14．（2分）在比例尺为1：40000的地图上，某条道路的长为7cm，则该道路的实际长度是__2.8__km．

【分析】根据比例尺=图上距离：实际距离，依题意列比例式直接求解即可．

【解答】解：设这条道路的实际长度为x，则：

$\frac{1}{40000}=\frac{7}{x}$，

解得x=280000cm=2.8km．

∴这条道路的实际长度为2.8km．

故答案为：2.8

【点评】此题考查比例线段问题，能够根据比例尺正确进行计算，注意单位的转换．

15．（2分）已知正比例函数y=ax（a≠0）与反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k≠0）图象的一个交点坐标为（﹣1，﹣1），则另一个交点坐标是__（1，1）__．

【分析】反比例函数的图象是中心对称图形，则经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称．

【解答】解：∵反比例函数的图象与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对

称，

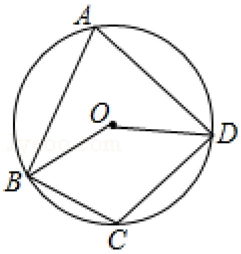
∴另一个交点的坐标与点（－1，－1）关于原点对称，

∴该点的坐标为（1，1）.

故答案为：（1，1）.

【点评】本题主要考查了反比例函数图象的中心对称性，要求同学们要熟练掌握关于原点对称的两个点的坐标的横、纵坐标都互为相反数.

16.（2 分）如图，在⊙O 的内接四边形 ABCD 中，∠A=70°，∠OBC=60°，则∠ODC=__50°__.



【分析】根据圆内接四边形的对角互补求得∠C 的度数，利用圆周角定理求出∠BOD 的度数，再根据四边形内角和为 360 度即可求出∠ODC 的度数.

【解答】解：∵∠A=70°

∴∠C=180°﹣∠A=110°，

∴∠BOD=2∠A=140°，

∵∠OBC=60°，

∴∠ODC=360°﹣110°﹣140°﹣60°=50°，

故答案为：50°.

【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形的对角互补以及圆周角定理是解答此题的关键.

17.（2 分）已知 x、y 满足 $2^x\bullet 4^y=8$，当 0≤x≤1 时，y 的取值范围是__$1\leqslant y\leqslant \frac{3}{2}$__.

【分析】首先把已知得到式子的两边化成以 2 为底数的幂的形式，然后得到 x 和 y 的关系，根据 x 的范围求得 y 的范围.

【解答】解：∵$2^x\bullet 4^y=8$，

∴$2^x\bullet 2^{2y}=2^3$，即 $2^{x+2y}=2^3$，

∴$x+2y=3$.

∴$x=3-2y$，

∵$0\leqslant x\leqslant 1$，

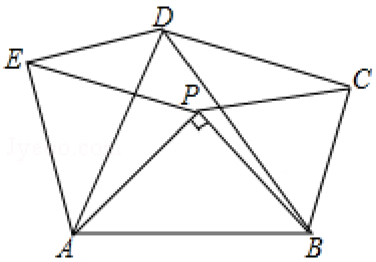
∴$0\leqslant 3-2y\leqslant 1$，

∴$1\leqslant y\leqslant \frac{3}{2}$.

故答案是：$1\leqslant y\leqslant \frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了幂的乘方和同底数的幂的乘法法则，理解幂的运算法则得到 x 和 y 的关系是关键．

18．（2 分）如图，△APB 中，AB=2，∠APB=90°，在 AB 的同侧作正△ABD、正△APE 和正△BPC，则四边形 PCDE 面积的最大值是__1__．



【分析】先延长 EP 交 BC 于点 F，得出 PF⊥BC，再判定四边形 CDEP 为平行四边形，根据平行四边形的性质得出：四边形 CDEP 的面积=EP×CF=$a\times\frac{1}{2}b=\frac{1}{2}ab$，最后根据 $a^2+b^2=4$，判断$\frac{1}{2}ab$ 的最大值即可．

【解答】解：延长 EP 交 BC 于点 F，

∵∠APB=90°，∠APE=∠BPC=60°，

∴∠EPC=150°，

∴∠CPF=180°﹣150°=30°，

∴PF 平分∠BPC，

又∵PB=PC，

∴PF⊥BC，

设 Rt△ABP 中，AP=a，BP=b，则

$CF=\frac{1}{2}CP=\frac{1}{2}b$，$a^2+b^2=2^2=4$，

∵△APE 和△ABD 都是等边三角形，

∴AE=AP，AD=AB，∠EAP=∠DAB=60°，

∴∠EAD=∠PAB，

∴△EAD≌△PAB（SAS），

∴ED=PB=CP，

同理可得：△APB≌△DCB（SAS），

∴EP=AP=CD，

∴四边形 CDEP 是平行四边形，

∴四边形 CDEP 的面积=EP×CF=a×$\frac{1}{2}$b=$\frac{1}{2}$ab，

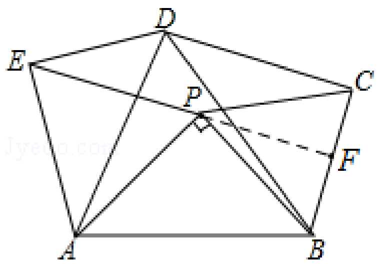
又∵（a﹣b）^{2}=a^2﹣2ab+b^2≥0，

∴2ab≤a^2+b^2=4，

∴$\frac{1}{2}$ab≤1，

即四边形 PCDE 面积的最大值为 1．

故答案为：1



【点评】本题主要考查了等边三角形的性质、平行四边形的判定与性质以及全等三角形的判定与性质，解决问题的关键是作辅助线构造平行四边形的高线．

三、解答题（共 10 小题，满分 84 分）

19．（6 分）先化简，再求值（x﹣1）（x﹣2）﹣（x+1）^{2}，其中 x=$\frac{1}{2}$．

【分析】根据多项式乘以多项式先化简，再代入求值，即可解答．

【解答】解：（x﹣1）（x﹣2）﹣（x+1）^{2}，

=x^2﹣2x﹣x+2﹣x^2﹣2x﹣1

=﹣5x+1

当 $x=\frac{1}{2}$时，

原式= $-5\times\frac{1}{2}+1$

$=-\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了多项式乘以多项式，解决本题的关键是熟记多项式乘以多项式.

20.（8 分）解方程和不等式组：

（1）$\frac{x}{2x-5}+\frac{5}{5-2x}=1$

（2）$\begin{cases}5x-10\leqslant 0\\ x+3>-2x\end{cases}$.

【分析】（1）先把分式方程化为整式方程求出 x 的值，再代入最简公分母进行检验即可；

（2）分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解：（1）原方程可化为 $x-5=2x-5$，解得 $x=0$，

把 $x=0$ 代入 $2x-5$ 得，$2x-5=-5\neq 0$，

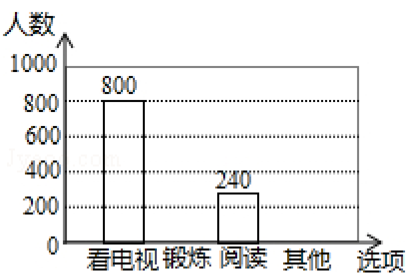
故 $x=0$ 是原分式方程的解；

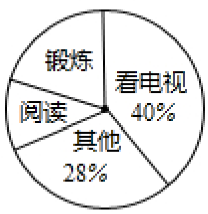
（2）$\begin{cases}5x-10\leqslant 0① \\ x+3>-2x②\end{cases}$，由①得，$x\leqslant 2$，由②得，$x>-1$，

故不等式组的解为：$-1<x\leqslant 2$.

【点评】本题考查的是解分式方程，在解答此类题目时要注意验根.

21.（8 分）为了解某市市民晚饭后 1 小时内的生活方式，调查小组设计了“阅读”、“锻炼”、“看电视”和“其它”四个选项，用随机抽样的方法调查了该市部分市民，并根据调查结果绘制成如下统计图.





根据统计图所提供的信息，解答下列问题：

（1）本次共调查了__2000__名市民；

（2）补全条形统计图；

（3）该市共有 480 万市民，估计该市市民晚饭后 1 小时内锻炼的人数．

【分析】（1）根据“总人数=看电视人数÷看电视人数所占比例”即可算出本次共调查了多少名市民；

（2）根据“其它人数=总人数×其它人数所占比例”即可算出晚饭后选择其它的市民数，再用“锻炼人数=总人数﹣看电视人数﹣阅读人数﹣其它人数”即可算出晚饭后选择锻炼的人数，依此补充完整条形统计图即可；

（3）根据“本市选择锻炼人数=本市总人数×锻炼人数所占比例”即可得出结论．

【解答】解：（1）本次共调查的人数为：800÷40%=2000，

故答案为：2000．

（2）晚饭后选择其它的人数为：2000×28%=560，

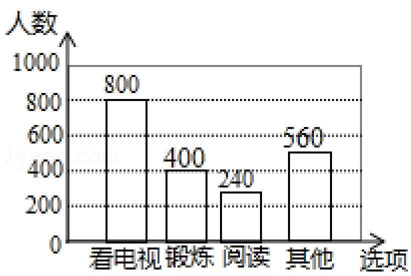
晚饭后选择锻炼的人数为：2000﹣800﹣240﹣560=400．

将条形统计图补充完整，如图所示．

（3）晚饭后选择锻炼的人数所占的比例为：400÷2000=20%，

该市市民晚饭后 1 小时内锻炼的人数为：480×20%=96（万）．

答：该市共有 480 万市民，估计该市市民晚饭后 1 小时内锻炼的人数为 96 万．



【点评】本题考查了条形统计图、扇形统计图以及用样本估计总体，解题的关键是：（1）根据数量关系算出样本容量；（2）求出选择其它和锻炼的人数；（3）根据比例关系估算出本市晚饭后 1 小时内锻炼的人数．本题属于中档题，难度不大，解决该题型题目时，熟练掌握各统计图的有关知识是关键．

22．（8 分）一只不透明的袋子中装有 1 个红球、1 个黄球和 1 个白球，这些球除颜色外都相同

（1）搅匀后从袋子中任意摸出 1 个球，求摸到红球的概率；

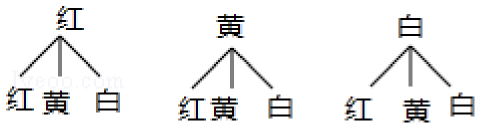
（2）搅匀后从袋子中任意摸出 1 个球，记录颜色后放回、搅匀，再从中任意摸出 1 个球，求两次都摸到红球的概率．

【分析】（1）直接利用概率公式求解；

（2）先利用画树状图展示所有 9 种等可能的结果数，再找出两次都摸到红球的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：（1）摸到红球的概率$=\frac{1}{3}$；

（2）画树状图为：



共有 9 种等可能的结果数，其中两次都摸到红球的结果数为 1，

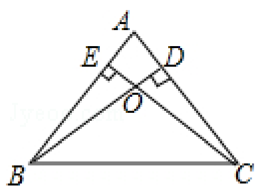
所以两次都摸到红球的概率$=\frac{1}{9}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率．

23.（8 分）如图，已知△ABC 中，AB=AC，BD、CE 是高，BD 与 CE 相交于点 O

（1）求证：OB=OC；

（2）若∠ABC=50°，求∠BOC 的度数．



【分析】（1）首先根据等腰三角形的性质得到∠ABC=∠ACB，然后利用高线的定义得到∠ECB=∠DBC，从而得证；

（2）首先求出∠A 的度数，进而求出∠BOC 的度数．

【解答】（1）证明：∵AB=AC，

∴∠ABC=∠ACB，

∵BD、CE 是△ABC 的两条高线，

∴$\angle BEC=\angle BDC=90°$

∴$\triangle BEC\cong\triangle CDB$

∴$\angle DBC=\angle ECB$，$BE=CD$

在$\triangle BOE$和$\triangle COD$中

∵$\angle BOE=\angle COD$，$BE=CD$，$\angle BEC=\angle BDE=90°$

∴$\triangle BOE\cong\triangle COD$，

∴$OB=OC$；

（2）∵$\angle ABC=50°$，$AB=AC$，

∴$\angle A=180°-2\times50°=80°$，

∴$\angle DOE+\angle A=180°$

∴$\angle BOC=\angle DOE=180°-80°=100°$.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质及三角形的内角和定理；关键是掌握等腰三角形等角对等边.

24.（8分）某超市销售甲、乙两种糖果，购买3千克甲种糖果和1千克乙种糖果共需44元，购买1千克甲种糖果和2千克乙种糖果共需38元.

（1）求甲、乙两种糖果的价格；

（2）若购买甲、乙两种糖果共20千克，且总价不超过240元，问甲种糖果最少购买多少千克？

【分析】（1）设超市甲种糖果每千克需 x 元，乙种糖果每千克需 y 元．根据“3千克甲种糖果和1千克乙种糖果共需44元，购买1千克甲种糖果和2千克乙种糖果共需38元”列出方程组并解答；

（2）设购买甲种糖果 a 千克，则购买乙种糖果（20﹣a）千克，结合“总价不超过240元”列出不等式，并解答.

【解答】解：（1）设超市甲种糖果每千克需 x 元，乙种糖果每千克需 y 元，

依题意得：$\begin{cases}3x+y=44\\x+2y=38\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=10\\y=14\end{cases}$.

答：超市甲种糖果每千克需10元，乙种糖果每千克需14元；

（2）设购买甲种糖果 a 千克，则购买乙种糖果（20﹣a）千克，

依题意得：10a+14（20﹣a）≤240，

解得 a≥10，

即 $a_{最小值}=10$．

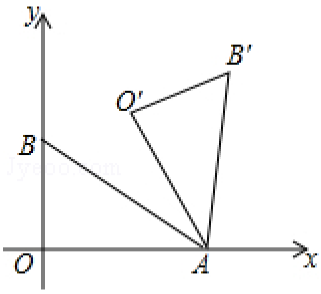
答：该顾客混合的糖果中甲种糖果最少 10 千克．

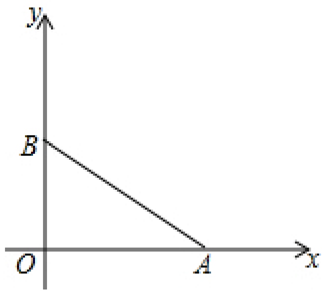
【点评】本题考查了一元一次不等式和二元一次方程组的应用．解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，找到所求的量的数量关系．

25．（8 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，把 Rt△AOB 绕点 A 顺时针旋转角 α（30°＜α＜180°），得到△AO′B′．

（1）当 α=60°时，判断点 B 是否在直线 O′B′上，并说明理由；

（2）连接 OO′，设 OO′与 AB 交于点 D，当 α 为何值时，四边形 ADO′B′是平行四边形？请说明理由．





【分析】（1）首先证明∠BAO=30°，再求出直线 O′B′的解析式即可解决问题．

（2）如图 2 中，当 α=120°时，四边形 ADO′B′是平行四边形．只要证明∠DAO′=∠AO′B′=90°，∠O′AO=∠O′AB′=30°，即可解决问题．

【解答】解；（1）如图 1 中，

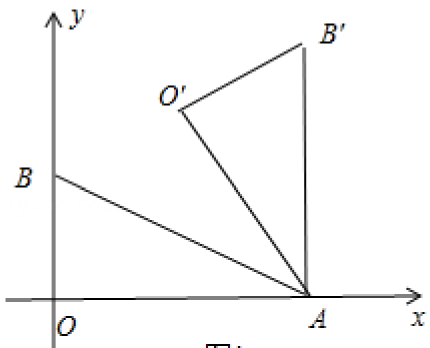


图1

∵一次函数 y= - $\frac{\sqrt{3}}{3}$x+1 的图象与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B，

∴A（$\sqrt{3}$，0），B（0，1），

∴tan∠BAO=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠BAO=30°，AB=2OB=2，

∵旋转角为 60°，

∴B′（$\sqrt{3}$，2），O′（$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{3}{2}$），

设直线 O′B′解析式为 y=kx+b，

∴$\begin{cases}\sqrt{3}k+b=2\\ \frac{\sqrt{3}}{2}k+b=\frac{3}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=\frac{\sqrt{3}}{3}\\ b=1\end{cases}$，

∴直线 O′B′的解析式为 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}$x+1，

∵x=0 时，y=1，

∴点 B（0，1）在直线 O′B′上.

（2）如图 2 中，当 α=120°时，四边形 ADO′B′是平行四边形.

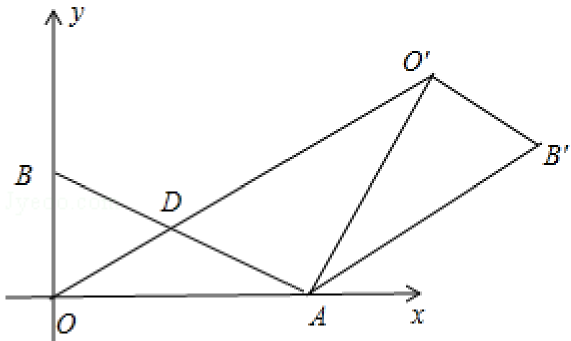


图2

理由：∵AO=AO′，∠OAO′=120°，∠BAO=30°，

∴∠DAO′=∠AO′B′=90°，∠O′AO=∠O′AB′=30°，

∴AD∥O′B′，DO′∥AB′，

∴四边形 ADO′B′是平行四边形.

【点评】本题考查一次函数图象上的点的特征、平行四边形的性质和判定、旋转变换等知识，解题的关键是利用性质不变性解决问题，属于中考常考题型.

26.（10 分）（1）阅读材料：

教材中的问题，如图 1，把 5 个边长为 1 的小正方形组成的十字形纸板剪开，使剪成的若干块能够拼成一个大正方形，小明的思考：因为剪拼前后的图形面积相等，且 5 个小正方形的总面积为 5，所以拼成的大正方形边长为__$\underline{\sqrt{5}}$__，故沿虚线 AB 剪开可拼成大正方形的一边，请在图 1 中用虚线补全剪拼示意图.

（2）类比解决：

如图 2，已知边长为 2 的正三角形纸板 ABC，沿中位线 DE 剪掉△ADE，请把纸板剩下的部分 DBCE 剪开，使剪成的若干块能够拼成一个新的正三角形.

①拼成的正三角形边长为__$\underline{\sqrt{3}}$__；

②在图 2 中用虚线画出一种剪拼示意图.

（3）灵活运用：

如图 3，把一边长为 60cm 的正方形彩纸剪开，用剪成的若干块拼成一个轴对称的风筝，其中∠BCD=90°，延长 DC、BC 分别与 AB、AD 交于点 E、F，点 E、F 分别为 AB、AD 的中点，在线段 AC 和 EF 处用轻质钢丝做成十字形风筝龙骨，在图 3 的正方形中画出一种剪拼示意图，并求出相应轻质钢丝的总长度.（说明：题中的拼接都是不重叠无缝隙无剩余）

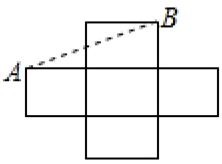


图1

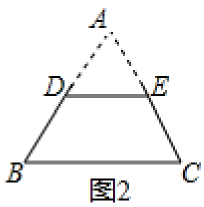


图2

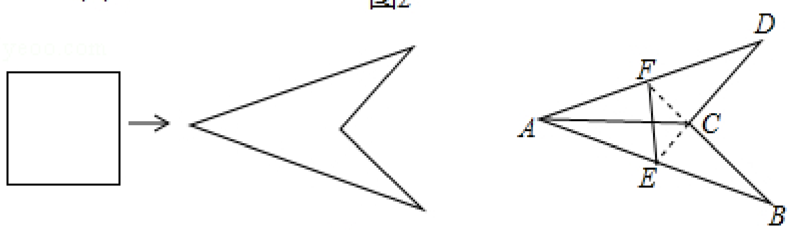


图3

【分析】（1）依题意补全图形如图 1，利用剪拼前后的图形面积相等，得出大正方形的面积即可；

（2）①先求出梯形 EDBC 的面积，利用剪拼前后的图形面积相等，结合等边三角形的面积公式即可；

②依题意补全图形如图 3 所示；

（3）依题意补全图形如图 4，根据剪拼的特点，得出 AC 是正方形的对角线，点

E，F 是正方形两邻边的中点，构成等腰直角三角形，即可．

【解答】解：（1）补全图形如图 1 所示，

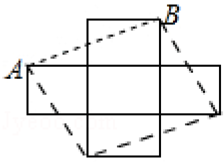


图1

由剪拼可知，5 个小正方形的面积之和等于拼成的一个大正方形的面积，

∵5 个小正方形的总面积为 5

∴大正方形的面积为 5，

∴大正方形的边长为$\sqrt{5}$，

故答案为：$\sqrt{5}$；

（2）①如图 2，

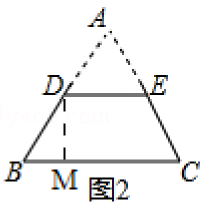


图2

∵边长为 2 的正三角形纸板 ABC，沿中位线 DE 剪掉△ADE，

∴DE=$\frac{1}{2}$BC=1，BD=CE=1

过点 D 作 DM⊥BC，

∵∠DBM=60°

∴DM=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$S_{梯形EDBC}=\frac{1}{2}(DE+BC)\times DM=\frac{1}{2}(1+2)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

由剪拼可知，梯形 EDBC 的面积等于新拼成的等边三角形的面积，

设新等边三角形的边长为 a，

∴$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，

∴a=$\sqrt{3}$或 a=－$\sqrt{3}$（舍），

∴新等边三角形的边长为$\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$；

②剪拼示意图如图 3 所示，

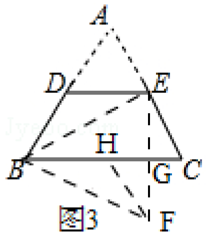


图3

（3）剪拼示意图如图 4 所示，

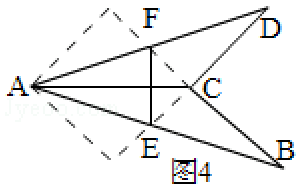


图4

∵正方形的边长为 60cm，

由剪拼可知，AC 是正方形的对角线，

∴$AC=60\sqrt{2}$cm，

由剪拼可知，点 E，F 分别是正方形的两邻边的中点，

∴CE=CF=30cm，

∵∠ECF=90°，

根据勾股定理得，$EF=30\sqrt{2}$cm；

∴轻质钢丝的总长度为 $AC+EF=60\sqrt{2}+30\sqrt{2}=90\sqrt{2}$cm.

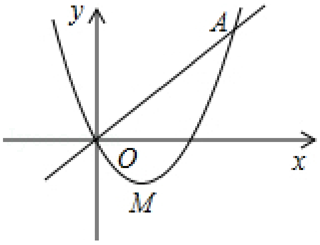
【点评】此题是四边形综合题，主要考查了正方形的性质，等边三角形的性质，勾股定理，剪拼的特点，解本题的关键是根据题意补全图形，难点是剪拼新正三角形和筝形.

27.（10 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 y=x 与二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象相交于 O、A 两点，点 A（3，3），点 M 为抛物线的顶点.

（1）求二次函数的表达式；

（2）长度为 $2\sqrt{2}$的线段 PQ 在线段 OA（不包括端点）上滑动，分别过点 P、Q 作 x 轴的垂线交抛物线于点 P_1、Q_1，求四边形 PQQ_1P_1 面积的最大值；

（3）直线 OA 上是否存在点 E，使得点 E 关于直线 MA 的对称点 F 满足 $S_{\triangle AOF}=S_{\triangle AOM}$？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.



【分析】(1)把点 A(3，3)代入 $y=x^2+bx$ 中，即可解决问题．

(2)设点 P 在点 Q 的左下方，过点 P 作 $PE\perp QQ_1$ 于点 E，如图 1 所示．设点 P(m，m)($0<m<1$)，则 Q(m+2，m+2)，P_1(m，m^2-2m)，Q_1(m+2，m^2+2m)，构建二次函数，利用二次函数性质即可解决问题．

(3)存在，首先证明 EF 是线段 AM 的中垂线，利用方程组求交点 E 坐标，再根据对称性 E 关于点 A 的对称点 E′也符合条件，求出 E、E′坐标即可．

【解答】解：(1)把点 A(3，3)代入 $y=x^2+bx$ 中，

得：$3=9+3b$，解得：$b=-2$，

∴二次函数的表达式为 $y=x^2-2x$．

(2)设点 P 在点 Q 的左下方，过点 P 作 $PE\perp QQ_1$ 于点 E，如图 1 所示．

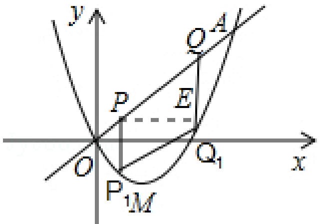


图1

∵$PE\perp QQ_1$，$QQ_1\perp$x 轴，

∴PE∥x 轴，

∵直线 OA 的解析式为 $y=x$，

∴$\angle QPE=45°$，

∴$PE=\frac{\sqrt{2}}{2}PQ=2$．

设点 P(m，m)($0<m<1$)，则 Q(m+2，m+2)，P_1(m，m^2-2m)，Q_1(m+2，m^2+2m)，

∴$PP_1=3m-m^2$，$QQ_1=2-m^2-m$，

∴ $S_{梯形PQQ_1P_1}=\frac{1}{2}(PP_1+QQ_1)\bullet PE=-2m^2+2m+2=-2(m-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}$，

∴当 $m=\frac{1}{2}$时，$S_{梯形PQQ_1P_1}$取最大值，最大值为$\frac{5}{2}$.

（3）存在.

如图 2 中，①点 E 的对称点为 F，EF 与 AM 交于点 G，连接 OM、MF、AF、OF.

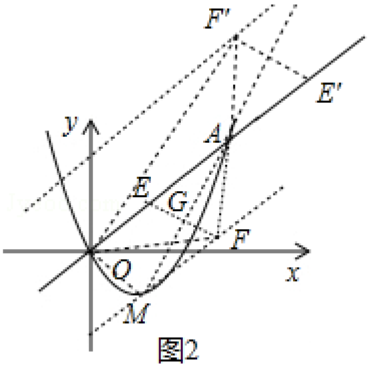


图2

∵$S_{\triangle AOF}=S_{\triangle AOM}$，

∴MF∥OA，

∵EG=GF，$\frac{EG}{FG}=\frac{AG}{GM}$，

∴AG=GM，

∵M（1，﹣1），A（3，3），

∴点 G（2，1），

∵直线 AM 解析式为 y=2x﹣3，

∴线段 AM 的中垂线 EF 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$，

由$\begin{cases} y=x \\ y=-\frac{1}{2}x+2 \end{cases}$解得$\begin{cases} x=\frac{4}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases}$，

∴点 E 坐标为（$\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}$）.

②设 E 关于点 A 的对称点 E′，E′关于 AM 的对称点 F′，根据对称性可知，△OAF′与△AOF 的面积相等，

此时 E′（$\frac{14}{3}$，$\frac{14}{3}$），

综上所述满足条件的点 E 坐标（$\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}$）或（$\frac{14}{3}$，$\frac{14}{3}$）.

【点评】本题考查二次函数综合题、待定系数法、平行线的性质、一次函数、面积问题等知识，解题的关键是灵活应用待定系数法确定函数解析式，学会构建二

次函数，利用二次函数性质解决最值问题，学会利用方程组求两个函数的交点，属于中考压轴题．

28．（10 分）如图，正方形 ABCD 的边长为 1，点 P 在射线 BC 上（异于点 B、C），直线 AP 与对角线 BD 及射线 DC 分别交于点 F、Q

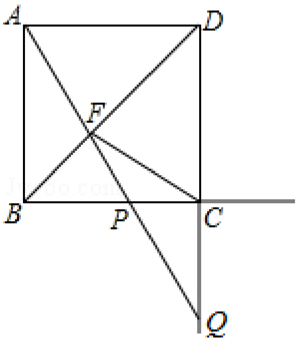
（1）若 BP=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，求∠BAP 的度数；

（2）若点 P 在线段 BC 上，过点 F 作 FG⊥CD，垂足为 G，当△FGC≌△QCP 时，求 PC 的长；

（3）以 PQ 为直径作⊙M．

①判断 FC 和⊙M 的位置关系，并说明理由；

②当直线 BD 与⊙M 相切时，直接写出 PC 的长．



【分析】（1）在直角△ABP 中，利用特殊角的三角函数值求∠BAP 的度数；

（2）设 PC=x，根据全等和正方形性质得：QC=1﹣x，BP=1﹣x，由 AB∥DQ 得 $\frac{AB}{CQ}=\frac{BP}{PC}$，代入列方程求出 x 的值，因为点 P 在线段 BC 上，所以 x＜1，写出符合条件的 PC 的长；

（3）①如图 2，当点 P 在线段 BC 上时，FC 与⊙M 相切，只要证明 FC⊥CM 即可，先根据直角三角形斜边上的中线得 CM=PM，则∠MCP=∠MPC，从而可以得出∠MCP+∠BAP=90°，再证明△ADF≌△CDF，

得∠FAD=∠FCD，则∠BAP=∠BCF，所以得出∠MCP+∠BCF=90°，FC⊥CM；

如图 3，当点 P 在线段 BC 的延长线上时，FC 与⊙M 相切，同理可得∠MCD+∠FCD=90°，则 FC⊥CM，FC 与⊙M 相切；

②当点 P 在线段 AB 上时，如图 4，设⊙M 切 BD 于 E，连接 EM、MC，设∠Q=x，根据平角 BFD 列方程求出 x 的值，作 AP 的中垂线 HN，得∠BHP=30°，在 Rt△BHP

中求出 BP 的长，则得出 PC=$\sqrt{3}$ - 1；当点 P 在点 C 的右侧时（即在线段 BC 的延长线上），如图 5，同理可得：PC=$\sqrt{3}$+1．

【解答】解：（1）∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠ABP=90°，

∴tan∠BAP=$\frac{BP}{AB}$=$\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∵tan30°=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠BAP=30°；

（2）如图 1，设 PC=x，则 BP=1 - x，

∵△FGC≌△QCP，

∴GC=PC=x，DG=1 - x，

∵∠BDC=45°，∠FGD=90°，

∴△FGD 是等腰直角三角形，

∴FG=DG=CQ=1 - x，

∵AB∥DQ，

∴$\frac{AB}{CQ}$=$\frac{BP}{PC}$，

∴$\frac{1}{1-x}$=$\frac{1-x}{x}$，

∴x=（1 - x）^{2}，

解得：x_1=$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$>1（舍去），x_2=$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，

∴PC=$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$；

（3）①如图 2，当点 P 在线段 BC 上时，FC 与⊙M 相切，理由是：

取 PQ 的中点 M，以 M 为圆心，以 PQ 为直径画圆，连接 CM，

∵∠PCQ=90°，PQ 为直径，

∴点 C 是圆 M 上，

∵△PCQ 为直角三角形，

∴MC=PM，

∴∠MCP=∠MPC，

∵∠APB=∠MPC，

∴$\angle MCP=\angle APB$，

∵$\angle APB+\angle BAP=90°$，

∴$\angle MCP+\angle BAP=90°$，

∵$AD=DC$，$\angle ADB=\angle CDB$，$FD=FD$，

∴$\triangle ADF\cong\triangle CDF$，

∴$\angle FAD=\angle FCD$，

∵$\angle BAP+\angle FAD=\angle BCF+\angle FCD$，

∴$\angle BAP=\angle BCF$，

∴$\angle MCP+\angle BCF=90°$，

∴$FC\perp CM$，

∴FC 与⊙M 相切；

如图 3，当点 P 在线段 BC 的延长线上时，FC 与⊙M 也相切，理由是：

取 PQ 的中点 M，以 M 为圆心，以 PQ 为直径画圆，连接 CM，

同理得$\angle AQD=\angle MCQ$，点 C 是圆 M 上，

∵$AD=DC$，$\angle BDA=\angle CDB=45°$，$DF=DF$，

∴$\triangle ADF\cong\triangle CDF$，

∴$\angle FAD=\angle FCD$，

∵$\angle AQD+\angle FAD=90°$，

∴$\angle MCD+\angle FCD=90°$，

∴$FC\perp MC$，

∴FC 与⊙M 相切；

：②当点 P 在线段 BC 上时，如图 4，

设⊙M 切 BD 于 E，连接 EM、MC，

∴$\angle MEF=\angle MCF=90°$，

∵$ME=MC$，$MF=MF$，

∴$\triangle MEF\cong\triangle MCF$，

∴$\angle QFC=\angle QFE$，

∵$\angle BAP=\angle Q=\angle BCF$，

设$\angle Q=x$，则$\angle BAP=\angle BCF=x$，$\angle QFE=\angle QFC=45°+x$，$\angle DFC=45°+x$，

∵∠QFE+∠QFC+∠DFC=180°，

∴3（45+x）=180，

x=15，

∴∠Q=15°，

∴∠BAP=15°，

作 AP 的中垂线 HN，交 AB 于 H，交 AP 于 N，

∴AH=AP，

∴∠BHP=30°，

设 BP=x，则 HP=2x，HB=$\sqrt{3}$x，

∴2x+$\sqrt{3}$x=1，

x=2﹣$\sqrt{3}$，

∴PC=BC﹣BP=1﹣（2﹣$\sqrt{3}$）=$\sqrt{3}$﹣1；

当点 P 在点 C 的右侧时（即在线段 BC 的延长线上），如图 5，

同理可得：PC=$\sqrt{3}$+1；

综上所述：PC=$\sqrt{3}$﹣1 或$\sqrt{3}$+1．

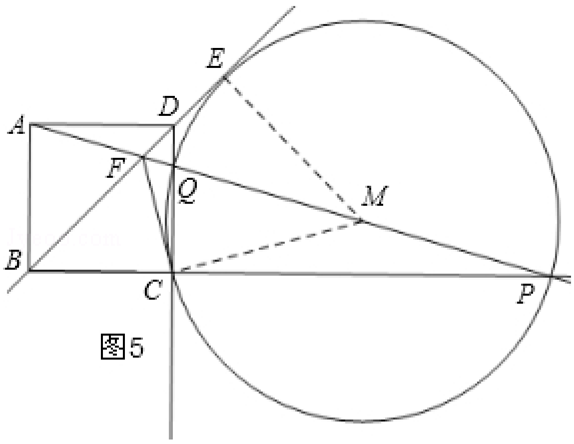


图5

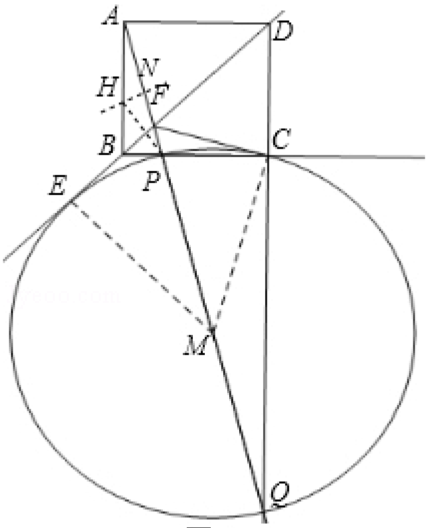


图4

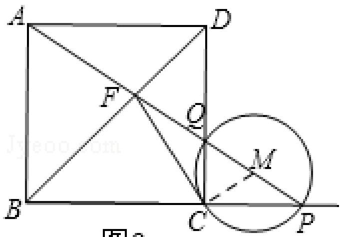


图3

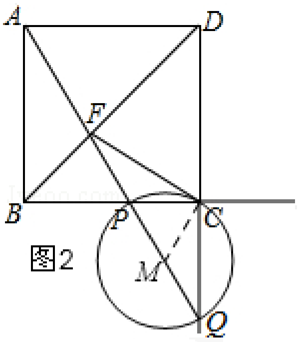


图2

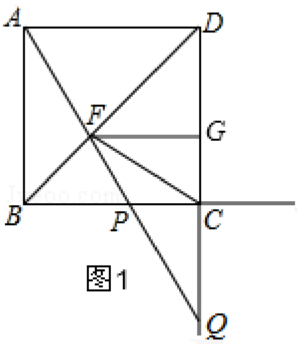


图1

【点评】本题是圆的综合题，综合考查了正方形、圆及切线、全等三角形的性质及判定；同时利用特殊的三角函数值求角的度数，本题还是动点问题，难度较大，尤其是第（3）问，因为不确定点 P 是在线段 BC 上还是在延长线上，有此情况存

在，所以都要分情况进行讨论，从而分别证出结论或求出 PC 的长.