

第四届“学用杯”

全国数学知识应用竞赛 八年级决赛试题

一、(本题 20 分)王浩家有一间长 7.5m, 宽 5m 的客厅需要铺设地砖, 王浩看中了两种地砖, 甲种地砖的长与宽分别为 50cm 和 40cm, 乙种地砖的长与宽分别为 40cm 和 25cm, 每块甲种地砖的售价是每块乙种地砖售价的两倍.

(1) 若不考虑铺设方法, 王浩应该选购哪种地砖?

(2) 若想铺设时地砖的长短方向与房间的长短方向一致, 且在长短方向或宽窄方向上只允许使用一块经过裁剪的地砖, 则应该选购哪种地砖, 为什么?

二、(本题 20 分)某生活小区临街的一面有块如图 1 所示的梯形空地, 物业部门打算把这块空地美化一下, 以供观赏. 初步打算沿对角线 AC , BD 修两条小路, 把梯形 $ABCD$ 分成四块, 种上相同种类的花. 四块地的面积分别为 S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , 一位物业工人很快看出 S_3 , S_4 两种需要花的棵数大致相等.

出 S_3 , S_4 两种需要花的棵数大致相等.

(1) 你知道他是根据什么判断的吗?

(说明 S_3 与 S_4 之间关系的理由?)

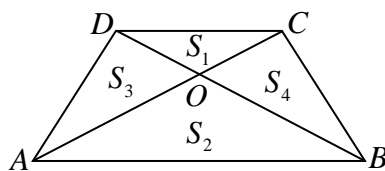


图 1

(2) 请你用学过的知识探究 S_1 , S_2 , S_3

三者之间的关系?

三、(本题 20 分)某种零件加工时, 需要把两个半圆环形拼成一个完整的圆环, 并确定这个圆环的圆心, 在加工时首先要检测两个半圆环形是否合格. 检测方法如图 2 所示, 把直角钢尺的直角顶点放在圆周上, 如果在移动钢尺的过程中, 钢尺的两个直角边始终和 A , B 两点接触, 并且直角顶点一直在圆周上, 就说明这个半圆环形是合格的.

把两个合格的半圆环形拼接在一起就形成了如图 3 所示的一个圆环.

请你利用三角板和铅笔确定这个圆环的圆心. (在图 3 上作出圆心, 并作必要的文字说明)

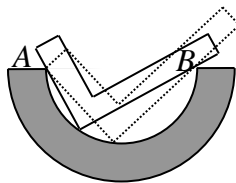


图 2

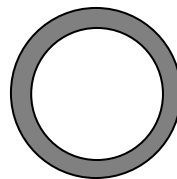


图 3

四、(本题 20 分)近几年, 为了改善办学条件, 国家鼓励多渠道办学. 某人准备投资 1200 万的硬件建设费兴办一所中学, 他对该地区的教育市场进行了调查, 得出一组数据如下表 (以班级为单位).

	班级学生数	配备教师数	硬件建设(万元)	教师年薪(万元)
初中	50	2.0	28	1.2
高中	40	2.5	58	1.6

根据物价部门的有关规定: 初中是义务教育阶段, 收费标准适当控制, 预计除书本费以外每生每年可收 600 元. 高中每生每年可收取 1500 元. 因生源和环境等条件限制, 办学规

模以初、高中总共 30 个班为宜，每年只能招收起始年级，教师实行聘任制。初、高中教育周期为三年，请你合理地安排招生计划，使年利润最大，大约经过多少年可以收回全部投资？（不考虑除教师年薪和硬件建设以外的支出）

五、（本题 30 分）材料作文


两个人轮流在一张桌面（长方形或正方形或圆形）上摆放同样大小的硬币，规则是：每人每次摆一个，硬币不能相互重叠，也不能有一部分在桌面边沿之外，摆好以后不准移动，这样经过多次摆放，直到谁最先摆不下硬币，谁就认输，按照这个规则，你用什么办法才能取胜？

初看起来，只能碰运气，其实不然，只要你先摆，并且采取中心对称策略，你就一定能取胜。取胜的秘诀是：你先把一枚硬币放在桌面的对称中心上，以后根据对方所放硬币的位置，在和它关于中心对称的位置上放下一枚硬币。这样，由于对称性，只要对方能放下一枚硬币，你就能在其对称的位置上放一枚硬币。所以一定能赢。

这个游戏对你有什么启示，你是否做过类似的游戏。请以《我这样用数学》为题写一篇 400 字左右的小短文。

六、（本题 40 分）从下列题目中任选一个，联系相识知识及现实生活，写一篇数学作文，字数控制在 1000 字以内。

1. 正方形的自述
2. 游戏与数学
3. 数学增强了我的自信
4. 从图形折叠中我学到了……
5. 生活处处用数学
6. 我与“学用杯竞赛”

 加油呀！你一定能取得好成绩！

第四届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级 决赛试题

参考答案

一、（1）若不考虑铺设方法，只考虑面积，则需用甲地砖 $\frac{7.5 \times 5}{0.5 \times 0.4} = 187.5$ （块）。

即 188 块；需用乙地砖 $\frac{7.5 \times 5}{0.4 \times 0.25} = 375$ （块）。此时选购乙地砖便宜。

（2）按要求铺设，若用甲地砖，则在长短方向上铺 15 块，在宽窄方向上铺完 12 块后，还剩半块地砖的地面没铺，这部分地面再需要 8 块地砖便可。这样共需要甲地砖 $15 \times 12 + 8 = 188$ 块。若用乙地砖，在宽窄方向上铺 20 块，在长短方向上铺完 18 块后，还剩 $\frac{3}{4}$ 地砖的地面没铺，这部分地还需用 20 块地砖。因此共需要乙地砖 $20 \times 18 + 20 = 380$ 块。由于每块甲地砖的价格是乙地砖的 2 倍，所以此时选购甲地砖便宜。

二、（1） $S_{\triangle ADC} = S_{\triangle DCB}$ （等底等高）

$$S_3 = S_{\triangle ADC} - S_1$$

$$S_4 = S_{\triangle BCD} - S_1$$

所以 $S_3 = S_4$

$$(2) \left. \begin{array}{l} \frac{S_1}{S_3} = \frac{OC}{OA} \\ \frac{S_2}{S_4} = \frac{OA}{OC} \\ S_3 = S_4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{S_1}{S_3} = \frac{S_3}{S_2} \rightarrow S_3 = \sqrt{S_1 S_2}$$

三、由检测方法可知，如果钢尺的直角顶点在圆周上，那么，直角钢尺和圆周的另两个交点就确定圆的一个直径。

把直角钢尺的直角顶点放在圆周上，把钢尺和圆周的两个交点作标记，确定圆的一个直径，再用相同的方法确定圆的另一条直径。

两条直径的交点就是圆心。

四、设初中编 x 个班，高中编 y 个班，则 $\begin{cases} x + y = 30 \\ 28x + 58y \leq 1200 \end{cases}$

解不等式，得 $x \geq 18$ 。

设年利润为 S 则 $S = 50 \times 600 \times x + 40 \times 1500 \times y - 1200 \times 2 \times x - 1600 \times 2.5y =$

$$30000x + 60000y - 24000x - 40000y$$

即 $S = 0.6x + 2y$ (万元)

又 $\because y = 30 - x \therefore S = -1.4x + 60$ 。

可以看出 x 越大 S 越小

当 $x = 18$ 时， $S_{\text{最大值}} = 1.4 \times 18 + 60 = 34.8$ (万元)

设经过 n 年可收回投资

\because 第一年收回： $0.6 \times 6 + 2 \times 4 = 11.6$ (万元)

第二年收回： $0.6 \times 12 + 2 \times 8 = 23.2$ (万元)

第三年收回： $34.8 \times (3 - 2) = 34.8$ (万元)

\therefore 经过 n 年可收回投资；则 $11.6 + 23.2 + 34.8 \times (n - 2) = 1200$

$\therefore n \approx 35.5$

因此，学校规模初中 18 个班；高中 12 个班；第一年初中招生 6 个班；300 人，高中招生 4 个班 160 人，从第三年开始利润 34.8 万元，经过 36 年可以收回全部投资。