

2017 年江苏省镇江市中考数学试卷

一、填空题(每小题 2 分, 共 24 分)

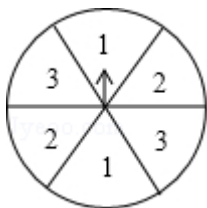
1. (2 分) 3 的倒数是_____.

2. (2 分) 计算: $a^5 \div a^3 =$ _____.

3. (2 分) 分解因式: $9 - b^2 =$ _____.

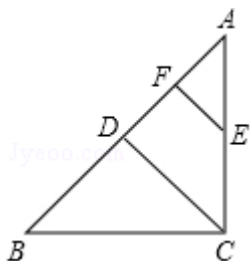
4. (2 分) 当 $x =$ _____时, 分式 $\frac{x-5}{2x+3}$ 的值为零.

5. (2 分) 如图, 转盘中 6 个扇形的面积都相等, 任意转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 指针指向奇数的概率是_____.



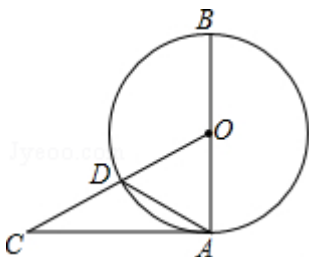
6. (2 分) 圆锥底面圆的半径为 2, 母线长为 5, 它的侧面积等于_____ (结果保留 π).

7. (2 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F , 则 $EF =$ _____.

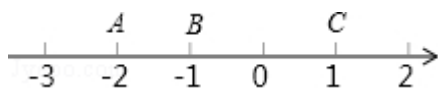


8. (2 分) 若二次函数 $y = x^2 - 4x + n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则实数 $n =$ _____.

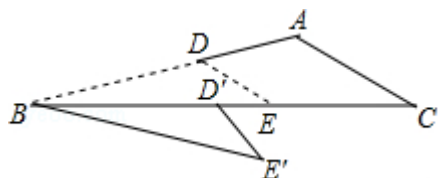
9. (2 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 相切, CO 交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle CAD = 30^\circ$, 则 $\angle BOD =$ _____°.



10. (2分) 若实数 a 满足 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$, 则 a 对应于图中数轴上的点可以是 A、B、C 三点中的点_____.



11. (2分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $DE \parallel AC$, 将 $\triangle BDE$ 绕点 B 顺时针旋转得到 $\triangle BD'E'$, 点 D 的对应点 D' 落在边 BC 上. 已知 $BE'=5$, $D'C=4$, 则 BC 的长为_____.



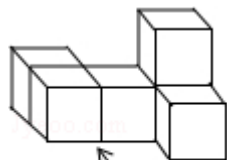
12. (2分) 已知实数 m 满足 $m^2 - 3m + 1 = 0$, 则代数式 $m^2 + \frac{19}{m^2 + 2}$ 的值等于_____.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3分) 我国对“一带一路”沿线国家不断加大投资, 目前已为有关国家创造了近 1100000000 美元税收, 其中 1100000000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.11×10^8 B. 1.1×10^9 C. 1.1×10^{10} D. 11×10^8

14. (3分) 如图是由 6 个大小相同的小正方体组成的几何体, 它的主视图是 ()



从正面看

- A. B. C. D.

15. (3分) a 、 b 是实数, 点 A (2, a)、B (3, b) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 则 ()

- A. $a < b < 0$ B. $b < a < 0$ C. $a < 0 < b$ D. $b < 0 < a$

16. (3分) 根据下表中的信息解决问题:

数据	37	38	39	40	41
频数	8	4	5	a	1

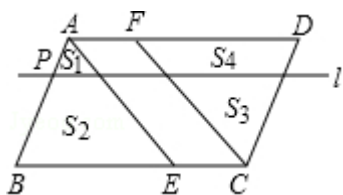
若该组数据的中位数不大于 38, 则符合条件的正整数 a 的取值共有 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

17. (3 分) 点 E、F 分别在平行四边形 ABCD 的边 BC、AD 上, BE=DF, 点 P 在边 AB 上, AP: PB=1: n (n>1), 过点 P 且平行于 AD 的直线 l 将△ABE 分成面积为 S₁、S₂ 的两部分, 将△CDF 分成面积为 S₃、S₄ 的两部分(如图), 下列四个等式:

- ① S₁: S₃=1: n
- ② S₁: S₄=1: (2n+1)
- ③ (S₁+S₄): (S₂+S₃) =1: n
- ④ (S₃ - S₁): (S₂ - S₄) =n: (n+1)

其中成立的有 ()



- A. ①②④ B. ②③ C. ②③④ D. ③④

三、解答题 (本大题共 11 小题, 满分 81 分)

18. (8 分) (1) 计算: $(-2)^2 + \tan 45^\circ - (\sqrt{3} - 2)^0$

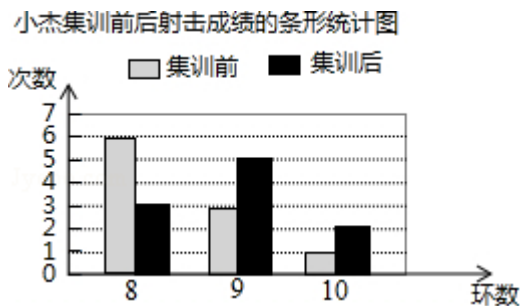
(2) 化简: $x(x+1) - (x+1)(x-2)$

19. (10 分) (1) 解方程组: $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

(2) 解不等式: $\frac{x}{3} > 1 - \frac{x-2}{2}$.

20. (6 分) 为了解射击运动员小杰的集训效果, 教练统计了他集训前后的两次测试成绩 (每次测试射击 10 次), 制作了如图所示的条形统计图.

- (1) 集训前小杰射击成绩的众数为_____;
- (2) 分别计算小杰集训前后射击的平均成绩;
- (3) 请用一句话评价小杰这次集训的效果.

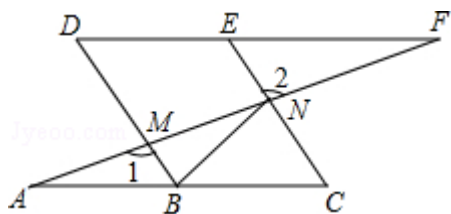


21. (6分) 某校5月份举行了八年级生物实验考查, 有A和B两个考查实验, 规定每位学生只参加其中一个实验的考查, 并由学生自己抽签决定具体的考查实验, 小明、小丽、小华都参加了本次考查.

- (1) 小丽参加实验A考查的概率是_____;
- (2) 用列表或画树状图的方法求小明、小丽都参加实验A考查的概率;
- (3) 他们三人都参加实验A考查的概率是_____.

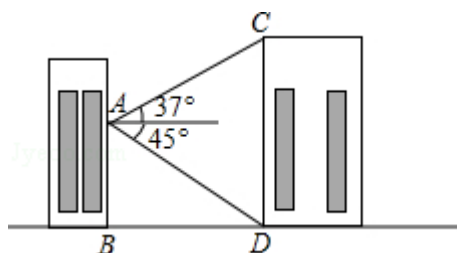
22. (6分) 如图, 点B、E分别在AC、DF上, AF分别交BD、CE于点M、N, $\angle A = \angle F$, $\angle 1 = \angle 2$.

- (1) 求证: 四边形BCED是平行四边形;
- (2) 已知 $DE=2$, 连接BN, 若BN平分 $\angle DBC$, 求CN的长.



23. (6分) 如图, 小明在教学楼A处分别观测对面实验楼CD底部的俯角为 45° , 顶部的仰角为 37° , 已知教学楼和实验楼在同一平面上, 观测点距地面的垂直高度AB为15m, 求实验楼的垂直高度即CD长(精确到1m)

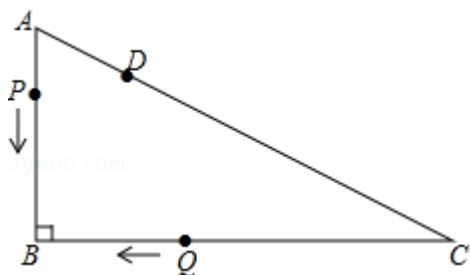
参考值: $\sin 37^\circ = 0.60$, $\cos 37^\circ = 0.80$, $\tan 37^\circ = 0.75$.



24. (6分)如图, Rt△ABC 中, ∠B=90°, AB=3cm, BC=4cm. 点 D 在 AC 上, AD=1cm, 点 P 从点 A 出发, 沿 AB 匀速运动; 点 Q 从点 C 出发, 沿 C→B→A→C 的路径匀速运动. 两点同时出发, 在 B 点处首次相遇后, 点 P 的运动速度每秒提高了 2cm, 并沿 B→C→A 的路径匀速运动; 点 Q 保持速度不变, 并继续沿原路径匀速运动, 两点在 D 点处再次相遇后停止运动, 设点 P 原来的速度为 xcm/s.

(1) 点 Q 的速度为 _____ cm/s (用含 x 的代数式表示).

(2) 求点 P 原来的速度.



25. (6分)如图 1, 一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 A (1, 3), B (m, 1), 与 x 轴交于点 D, 直线 OA 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的另一支交于点 C, 过点 B 作直线 l 垂直于 x 轴, 点 E 是点 D 关于直线 l 的对称点.

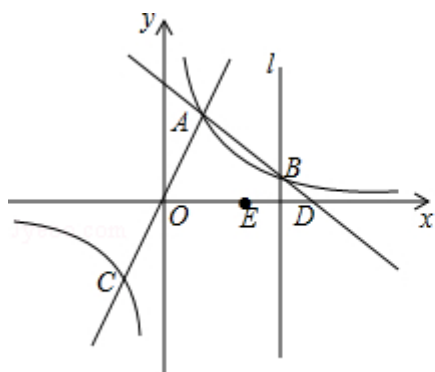


图1

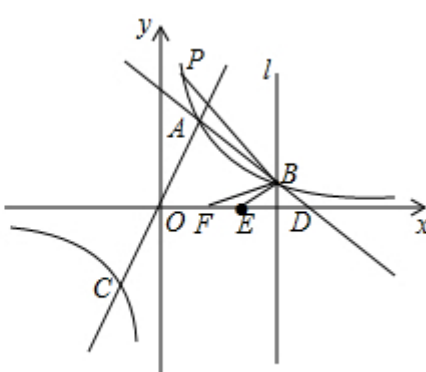


图2

(1) $k =$ _____ ;

(2) 判断点 B、E、C 是否在同一条直线上, 并说明理由;

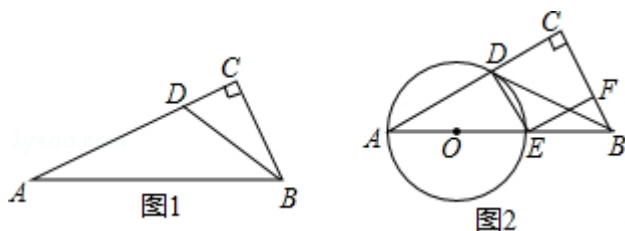
(3) 如图 2, 已知点 F 在 x 轴正半轴上, $OF = \frac{3}{2}$, 点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象位于第一象限部分上的点 (点 P 在点 A 的上方), $\angle ABP = \angle EBF$, 则点 P 的坐标为 (_____, _____).

26. (8分) 如图 1, $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $\angle CBD=\angle A$, 过 A 、 D 两点的圆的圆心 O 在 AB 上.

(1) 利用直尺和圆规在图 1 中画出 $\odot O$ (不写作法, 保留作图痕迹, 并用黑色水笔把线条描清楚);

(2) 判断 BD 所在直线与 (1) 中所作的 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论;

(3) 设 $\odot O$ 交 AB 于点 E , 连接 DE , 过点 E 作 $EF \perp BC$, F 为垂足, 若点 D 是线段 AC 的黄金分割点 (即 $\frac{DC}{AD} = \frac{AD}{AC}$), 如图 2, 试说明四边形 $DEFC$ 是正方形).

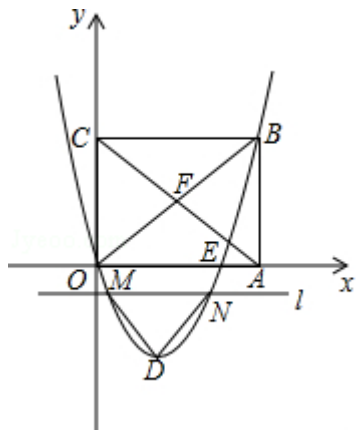


27. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴、 y 轴上, 点 B 坐标为 $(4, t)$ ($t > 0$), 二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象经过点 B , 顶点为点 D .

(1) 当 $t=12$ 时, 顶点 D 到 x 轴的距离等于_____;

(2) 点 E 是二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象与 x 轴的一个公共点 (点 E 与点 O 不重合), 求 $OE \cdot EA$ 的最大值及取得最大值时的二次函数表达式;

(3) 矩形 $OABC$ 的对角线 OB 、 AC 交于点 F , 直线 l 平行于 x 轴, 交二次函数 $y=x^2+bx$ ($b < 0$) 的图象于点 M 、 N , 连接 DM 、 DN , 当 $\triangle DMN \cong \triangle FOC$ 时, 求 t 的值.



28. (11分)【回顾】

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=30^\circ$, $AB=3$, $BC=4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

【探究】

图 2 是同学们熟悉的一副三角尺, 一个含有 30° 的角, 较短的直角边长为 a ; 另一个含有 45° 的角, 直角边长为 b , 小明用两副这样的三角尺拼成一个平行四边形 $ABCD$ (如图 3), 用了两种不同的方法计算它的面积, 从而推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

小丽用两副这样的三角尺拼成了一个矩形 $EFGH$ (如图 4), 也推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

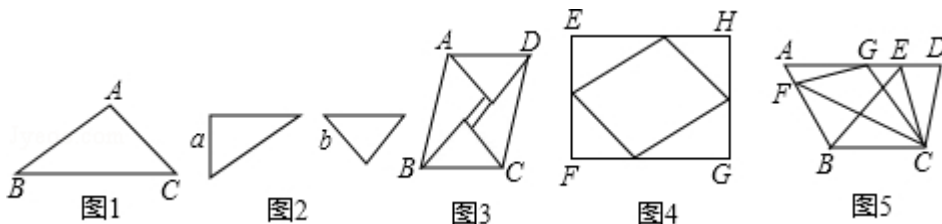
请你写出小明或小丽推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 的具体说理过程.

【应用】

在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D=75^\circ$, $BC=6$, $CD=5$, $AD=10$ (如图 5)

(1) 点 E 在 AD 上, 设 $t=BE+CE$, 求 t^2 的最小值;

(2) 点 F 在 AB 上, 将 $\triangle BCF$ 沿 CF 翻折, 点 B 落在 AD 上的点 G 处, 点 G 是 AD 的中点吗? 说明理由.



2017 年江苏省镇江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题(每小题 2 分, 共 24 分)

1. (2 分)(2017•镇江) 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 17: 倒数.

【分析】 根据倒数的定义可知.

【解答】 解: 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】 主要考查倒数的定义, 要求熟练掌握. 需要注意的是:

倒数的性质: 负数的倒数还是负数, 正数的倒数是正数, 0 没有倒数.

倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (2 分)(2017•镇江) 计算: $a^5 \div a^3 = a^2$.

【考点】 48: 同底数幂的除法.

【分析】 根据同底数幂相除, 底数不变, 指数相减计算即可.

【解答】 解: $a^5 \div a^3 = a^{5-3} = a^2$.

故填 a^2 .

【点评】 本题考查同底数幂的除法法则.

3. (2 分)(2017•镇江) 分解因式: $9 - b^2 = (3+b)(3-b)$.

【考点】 54: 因式分解 - 运用公式法.

【分析】 原式利用平方差公式分解即可.

【解答】 解: 原式 = $(3+b)(3-b)$,

故答案为: $(3+b)(3-b)$

【点评】 此题考查了因式分解 - 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

4. (2分)(2017•镇江)当 $x = \underline{5}$ 时, 分式 $\frac{x-5}{2x+3}$ 的值为零.

【考点】63: 分式的值为零的条件.

【分析】根据分式值为零的条件可得 $x - 5 = 0$ 且 $2x + 3 \neq 0$, 再解即可.

【解答】解: 由题意得: $x - 5 = 0$ 且 $2x + 3 \neq 0$,

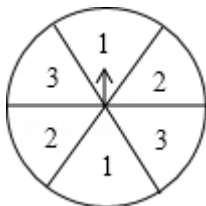
解得: $x = 5$,

故答案为: 5.

【点评】此题主要考查了分式值为零的条件, 关键是掌握分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

注意: “分母不为零”这个条件不能少.

5. (2分)(2017•镇江)如图, 转盘中 6 个扇形的面积都相等, 任意转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 指针指向奇数的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.



【考点】X4: 概率公式.

【分析】让奇数的个数除以数的总数即可得出答案.

【解答】解: 图中共有 6 个相等的区域, 含奇数的有 1, 1, 3, 3 共 4 个,

转盘停止时指针指向奇数的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】此题主要考查了概率公式, 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

6. (2分)(2017•镇江)圆锥底面圆的半径为 2, 母线长为 5, 它的侧面积等于 $\underline{10\pi}$ (结果保留 π).

【考点】MP: 圆锥的计算.

【分析】根据圆锥的底面半径为 4, 母线长为 5, 直接利用圆锥的侧面积公式求

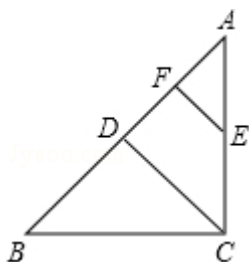
出它的侧面积.

【解答】解: 根据圆锥的侧面积公式: $\pi rl = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi$,

故答案为: 10π .

【点评】此题主要考查了圆锥侧面积公式. 掌握圆锥侧面积公式: $S_{\text{侧}} = \pi rl$ 是解决问题的关键.

7. (2分)(2017•镇江)如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F , 则 $EF = \underline{1.5}$.



【考点】KX: 三角形中位线定理; KP: 直角三角形斜边上的中线.

【分析】由直角三角形的性质求出 $CD = 3$, 由三角形中位线定理得出 EF 的长即可.

【解答】解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = 3,$$

\because 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F ,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CD = 1.5;$$

故答案为: 1.5.

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线性质的性质、三角形中位线定理, 熟练掌握直角三角形的性质和三角形中位线定理是关键.

8. (2分)(2017•镇江)若二次函数 $y = x^2 - 4x + n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则实数 $n = \underline{4}$.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】二次函数 $y = x^2 - 4x + n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 则 $b^2 - 4ac = 0$, 据

此即可求得.

【解答】解: $y=x^2-4x+n$ 中, $a=1$, $b=-4$, $c=n$,

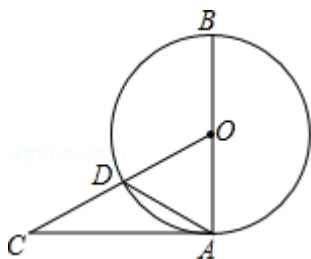
$$b^2-4ac=16-4n=0,$$

解得 $n=4$.

故答案是: 4.

【点评】本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系. $\Delta=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数. $\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

9. (2分)(2017•镇江)如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 $\odot O$ 相切, CO 交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle CAD=30^\circ$, 则 $\angle BOD=$ 120 $^\circ$.



【考点】MC: 切线的性质.

【分析】根据切线的性质求出 $\angle BAC=90^\circ$, 求出 $\angle OAD=60^\circ$, 根据圆周角定理得出 $\angle BOD=2\angle BAD$, 代入求出即可.

【解答】解: $\because AC$ 与 $\odot O$ 相切,

$$\therefore \angle BAC=90^\circ,$$

$$\because \angle CAD=30^\circ,$$

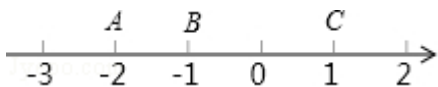
$$\therefore \angle OAD=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD=2\angle BAD=120^\circ,$$

故答案为: 120.

【点评】本题考查了切线的性质和圆周角定理, 能根据定理得出 $\angle BAC=90^\circ$ 和 $\angle BOD=2\angle BAD$ 是解此题的关键.

10. (2分)(2017•镇江)若实数 a 满足 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$, 则 a 对应于图中数轴上的点可以是 A、B、C 三点中的点 B.



【考点】 29: 实数与数轴.

【分析】 由 $|a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$, 可求出 a 值, 对应数轴上的点即可得出结论.

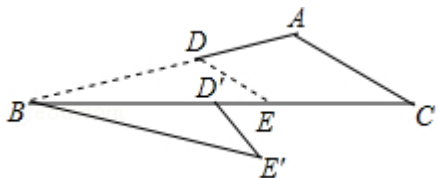
【解答】 解: $\because |a - \frac{1}{2}| = \frac{3}{2}$,

$\therefore a = -1$ 或 $a = 2$.

故答案为: B.

【点评】 本题考查了实数与数轴以及解含绝对值符号的一元一次方程, 解方程求出 a 值是解题的关键.

11. (2分)(2017•镇江)如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $DE \parallel AC$, 将 $\triangle BDE$ 绕点 B 顺时针旋转得到 $\triangle BD'E'$, 点 D 的对应点 D' 落在边 BC 上. 已知 $BE'=5$, $D'C=4$, 则 BC 的长为 $2+\sqrt{34}$.



【考点】 R2: 旋转的性质; JA: 平行线的性质.

【分析】 根据旋转可得 $BE=BE'=5$, $BD=BD'$, 进而得到 $BD=BC-4$, 再根据平行线分线段成比例定理, 即可得到 $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$, 即 $\frac{BC-4}{6} = \frac{5}{BC}$, 即可得出 BC 的长.

【解答】 解: 由旋转可得, $BE=BE'=5$, $BD=BD'$,

$\because D'C=4$,

$\therefore BD'=BC-4$, 即 $BD=BC-4$,

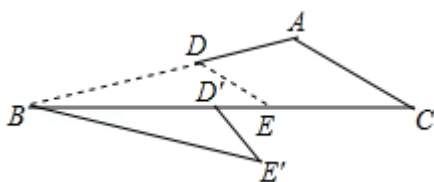
$\because DE \parallel AC$,

$\therefore \frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$, 即 $\frac{BC-4}{6} = \frac{5}{BC}$,

解得 $BC=2+\sqrt{34}$ (负值已舍去),

即 BC 的长为 $2+\sqrt{34}$.

故答案为: $2+\sqrt{34}$.



【点评】本题主要考查了旋转的性质,解一元二次方程以及平行线分线段成比例定理的运用,解题时注意:对应点到旋转中心的距离相等.解决问题的关键是依据平行线分线段成比例定理,列方程求解.

12. (2分)(2017•镇江)已知实数 m 满足 $m^2 - 3m + 1 = 0$, 则代数式 $m^2 + \frac{19}{m^2 + 2}$ 的值等于 9.

【考点】A3: 一元二次方程的解.

【分析】先表示出 $m^2 = 3m - 1$ 代入代数式,通分,化简即可得出结论.

【解答】解: $\because m^2 - 3m + 1 = 0$,

$$\therefore m^2 = 3m - 1,$$

$$\therefore m^2 + \frac{19}{m^2 + 2}$$

$$= 3m - 1 + \frac{19}{3m - 1 + 2}$$

$$= 3m - 1 + \frac{19}{3m + 1}$$

$$= \frac{9m^2 - 1 + 19}{3m + 1}$$

$$= \frac{9m^2 + 18}{3m + 1}$$

$$= \frac{9(3m - 1) + 18}{3m + 1}$$

$$= \frac{9(3m + 1)}{3m + 1}$$

$$= 9,$$

$$= 9,$$

故答案为: 9.

故答案为: 9.

【点评】此题主要考查了代数式的化简求值,分式的通分,约分,解本题的关键是得出 $m^2 = 3m - 1$.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

13. (3 分) (2017•镇江) 我国对“一带一路”沿线国家不断加大投资，目前已为有关国家创造了近 1100000000 美元税收，其中 1100000000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.11×10^8 B. 1.1×10^9 C. 1.1×10^{10} D. 11×10^8

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

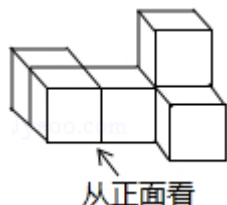
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：1100000000 用科学记数法表示应为 1.1×10^9 ,

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (3 分) (2017•镇江) 如图是由 6 个大小相同的小正方体组成的几何体，它的主视图是 ()



- A. B. C. D.

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据组合体的形状即可求出答案.

【解答】解：该主视图是：底层是 3 个正方形横放，右上角有一个正方形，
故选 (C)

【点评】本题考查三视图，解题的关键是根据组合体的形状进行判断，本题属于基础题型.

15. (3分)(2017•镇江) a 、 b 是实数, 点 $A(2, a)$ 、 $B(3, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 则 ()

A. $a < b < 0$ B. $b < a < 0$ C. $a < 0 < b$ D. $b < 0 < a$

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据反比例函数的性质可以判断 a 、 b 的大小, 从而可以解答本题.

【解答】 解: $\because y = -\frac{2}{x}$,

\therefore 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象位于第二、四象限, 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大,

\therefore 点 $A(2, a)$ 、 $B(3, b)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上,

$\therefore a < b < 0$,

故选 A.

【点评】 本题考查反比例函数图象上点的坐标特征, 解答本题的关键是明确反比例函数的性质.

16. (3分)(2017•镇江) 根据下表中的信息解决问题:

数据	37	38	39	40	41
频数	8	4	5	a	1

若该组数据的中位数不大于 38, 则符合条件的正整数 a 的取值共有 ()

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【考点】 W4: 中位数; V7: 频数(率)分布表.

【分析】 直接利用 $a=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 分别得出中位数, 进而得出符合题意的答案.

【解答】 解: 当 $a=1$ 时, 有 19 个数据, 最中间是: 第 10 个数据, 则中位数是 38;

当 $a=2$ 时, 有 20 个数据, 最中间是: 第 10 和 11 个数据, 则中位数是 38;

当 $a=3$ 时, 有 21 个数据, 最中间是: 第 11 个数据, 则中位数是 38;

当 $a=4$ 时, 有 22 个数据, 最中间是: 第 11 和 12 个数据, 则中位数是 38;

当 $a=5$ 时, 有 23 个数据, 最中间是: 第 12 个数据, 则中位数是 38;

当 $a=6$ 时, 有 24 个数据, 最中间是: 第 12 和 13 个数据, 则中位数是 38.5;
故该组数据的中位数不大于 38, 则符合条件的正整数 a 的取值共有: 5 个.

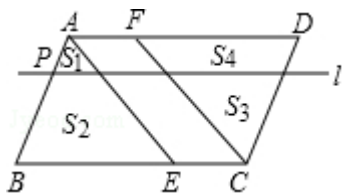
故选: C.

【点评】此题主要考查了中位数以及频数分布表, 正确把握中位数的定义是解题关键.

17. (3 分)(2017•镇江)点 E、F 分别在平行四边形 ABCD 的边 BC、AD 上, $BE=DF$, 点 P 在边 AB 上, $AP:PB=1:n$ ($n>1$), 过点 P 且平行于 AD 的直线 l 将 $\triangle ABE$ 分成面积为 S_1 、 S_2 的两部分, 将 $\triangle CDF$ 分成面积为 S_3 、 S_4 的两部分(如图), 下列四个等式:

- ① $S_1: S_3=1:n$
② $S_1: S_4=1:(2n+1)$
③ $(S_1+S_4):(S_2+S_3)=1:n$
④ $(S_3-S_1):(S_2-S_4)=n:(n+1)$

其中成立的有 ()



- A. ①②④ B. ②③ C. ②③④ D. ③④

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】根据平行线的性质, 相似三角形的性质可知 $\frac{S_1}{S_1+S_2} = \left(\frac{1}{n+1}\right)^2$, $S_3=n^2S_1$,

$\frac{S_3}{S_3+S_4} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2$, 求出 S_2 , S_3 , S_4 (用 S_1 , n 表示), 即可解决问题.

【解答】解: 由题意 $\because AP:PB=1:n$ ($n>1$), $AD\parallel l\parallel BC$,

$$\therefore \frac{S_1}{S_1+S_2} = \left(\frac{1}{n+1}\right)^2, S_3=n^2S_1, \frac{S_3}{S_3+S_4} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2,$$

整理得: $S_2=n(n+2)S_1$, $S_4=(2n+1)S_1$,

$\therefore S_1: S_4=1:(2n+1)$, 故①错误, ②正确,

$\therefore (S_1+S_4):(S_2+S_3)=[S_1+(2n+1)S_1]:[n(n+2)S_1+n^2S_1]=1:n$, 故③正确,

$\therefore (S_3-S_1):(S_2-S_4)=[n^2S_1-S_1]:[n(n+2)S_1-(2n+1)S_1]=1:1$, 故④错

误,

故选 B.

【点评】 本题考查平行四边形的性质. 相似三角形的性质等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题, 属于中考选择题中的压轴题.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 满分 81 分)

18. (8 分) (2017•镇江) (1) 计算: $(-2)^{2+\tan 45^\circ} - (\sqrt{3}-2)^0$

(2) 化简: $x(x+1) - (x+1)(x-2)$

【考点】 4B: 多项式乘多项式; 2C: 实数的运算; 4A: 单项式乘多项式; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 (1) 根据特殊角三角函数值, 零指数幂, 可得答案.

(2) 原式去括号合并得到最简结果即可.

【解答】 解: (1) 原式= $4+1-1=4$;

(2) 原式= $x^2+x-x^2+x+2=2x+2$.

【点评】 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (10 分) (2017•镇江) (1) 解方程组: $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$

(2) 解不等式: $\frac{x}{3} > 1 - \frac{x-2}{2}$.

【考点】 C6: 解一元一次不等式; 98: 解二元一次方程组.

【分析】 (1) 用加减消元法求出方程组的解.

(2) 根据一元一次不等式的解法, 去分母, 去括号, 移项, 合并, 系数化为 1 即可得解.

【解答】 解: (1) $\begin{cases} x-y=4 \textcircled{1} \\ 2x+y=5 \textcircled{2} \end{cases}$,

$\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 得: $3x=9$,

$x=3$,

代入 $\textcircled{1}$ 得: $3-y=4$,

$y=-1$.

则原方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$.

(2) 去分母得, $2x > 6 - 3(x - 2)$,

去括号得, $2x > 6 - 3x + 6$,

移项、合并得, $5x > 12$,

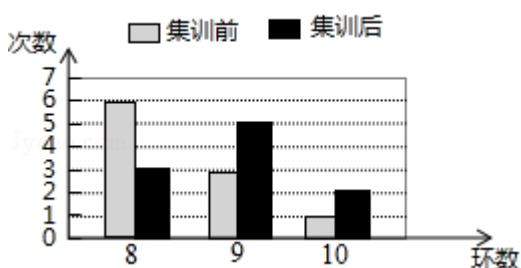
系数化为 1 得, $x > \frac{12}{5}$.

【点评】此题主要考查了二元一次方程组合解一元一次不等式, 掌握解一元一次不等式的一般步骤和解方程组的方法上解题得关键.

20. (6 分) (2017•镇江) 为了解射击运动员小杰的集训效果, 教练统计了他集训前后的两次测试成绩 (每次测试射击 10 次), 制作了如图所示的条形统计图.

- (1) 集训前小杰射击成绩的众数为 8;
- (2) 分别计算小杰集训前后射击的平均成绩;
- (3) 请用一句话评价小杰这次集训的效果.

小杰集训前后射击成绩的条形统计图



【考点】 VC: 条形统计图; W2: 加权平均数; W5: 众数.

【分析】 (1) 根据众数的定义可得;

(2) 根据加权平均数的定义可得答案;

(3) 由 (2) 中答案可得答案.

【解答】 解: (1) 集训前小杰射击成绩的众数为为 8 环,
故答案为: 8;

(2) 小杰集训前射击的平均成绩为 $\frac{8 \times 6 + 9 \times 3 + 10 \times 1}{10} = 8.5$ (环),

小杰集训后射击的平均成绩为 $\frac{8 \times 3 + 9 \times 5 + 10 \times 2}{10} = 8.9$ (环);

(3) 由集训前后平均环数的变化可知, 小杰这次集训后的命中环数明显增加.

【点评】 本题主要考查众数和平均数及条形统计图, 熟练掌握众数和平均数的定义是解题的关键.

21. (6分) (2017•镇江) 某校5月份举行了八年级生物实验考查, 有A和B两个考查实验, 规定每位学生只参加其中一个实验的考查, 并由学生自己抽签决定具体的考查实验, 小明、小丽、小华都参加了本次考查.

(1) 小丽参加实验A考查的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 用列表或画树状图的方法求小明、小丽都参加实验A考查的概率;

(3) 他们三人都参加实验A考查的概率是 $\frac{1}{8}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法; X4: 概率公式.

【分析】 (1) 由可参加实验考查只有两个, 可得出小丽参加实验A考查的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 画出树状图, 结合树状图得出结论;

(3) 由每人选择实验A考查的概率为 $\frac{1}{2}$, 利用概率公式即可求出三人都参加实验A考查的概率.

【解答】 解: (1) 小丽参加实验A考查的概率是 $\frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

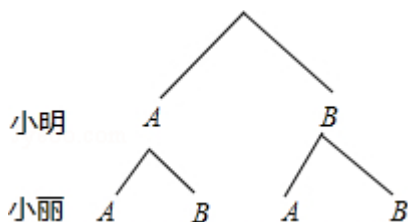
(2) 画树状图如图所示.

∵ 两人的参加实验考查共有四种等可能结果, 而两人都参加实验A考查有1种,

∴ 小明、小丽都参加实验A考查的概率为 $\frac{1}{4}$.

(3) 他们三人都参加实验A考查的概率是 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

故答案为: $\frac{1}{8}$.

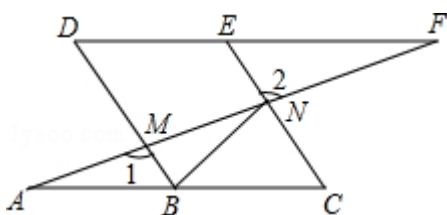


【点评】 本题考查了列表法与树状图法以及概率公式，解题的关键是：（1）根据可参加的实验考查的个数，求出小丽参加实验 A 考查的概率；（2）画出树状图；（3）套用概率公式求出三人都参加实验 A 考查的概率。

22. (6分) (2017•镇江) 如图，点 B、E 分别在 AC、DF 上，AF 分别交 BD、CE 于点 M、N， $\angle A = \angle F$ ， $\angle 1 = \angle 2$ 。

(1) 求证：四边形 BCED 是平行四边形；

(2) 已知 $DE = 2$ ，连接 BN，若 BN 平分 $\angle DBC$ ，求 CN 的长。



【考点】 L7: 平行四边形的判定与性质。

【分析】 (1) 由已知角相等，利用对顶角相等，等量代换得到同位角相等，进而得出 DB 与 EC 平行，再由内错角相等两直线平行得到 DE 与 BC 平行，即可得证；

(2) 由角平分线得到一对角相等，再由两直线平行内错角相等，等量代换得到一对角相等，再利用等角对等边得到 $CN = BC$ ，再由平行四边形对边相等即可确定出所求。

【解答】 (1) 证明： $\because \angle A = \angle F$,

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \text{ 且 } \angle 1 = \angle DMF,$$

$$\therefore \angle DMF = \angle 2,$$

$$\therefore DB \parallel EC,$$

则四边形 BCED 为平行四边形；

(2) 解： \because BN 平分 $\angle DBC$,

$$\therefore \angle DBN = \angle CBN,$$

$$\because EC \parallel DB,$$

$$\therefore \angle CNB = \angle DBN,$$

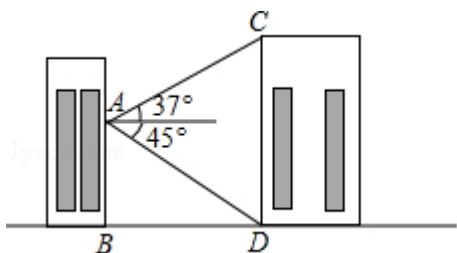
$$\therefore \angle CNB = \angle CBN,$$

$\therefore CN=BC=DE=2$.

【点评】此题考查了平行四边形的判定与性质, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解本题的关键.

23. (6分)(2017•镇江)如图, 小明在教学楼 A 处分别观测对面实验楼 CD 底部的俯角为 45° , 顶部的仰角为 37° , 已知教学楼和实验楼在同一平面上, 观测点距地面的垂直高度 AB 为 15m, 求实验楼的垂直高度即 CD 长(精确到 1m)

参考值: $\sin 37^\circ=0.60$, $\cos 37^\circ=0.80$, $\tan 37^\circ=0.75$.



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】作 $AE \perp CD$ 于 E, 根据正切的定义求出 CE 和 AE, 计算即可.

【解答】解: 作 $AE \perp CD$ 于 E,

$\because AB=15\text{m}$,

$\therefore DE=AB=15\text{m}$,

$\because \angle DAE=45^\circ$,

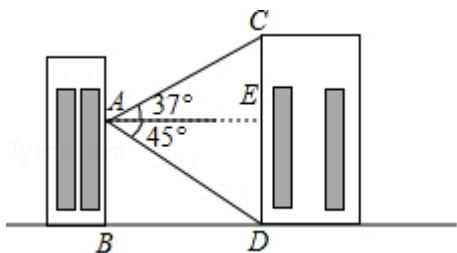
$\therefore AE=DE=15\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\tan \angle CAE = \frac{CE}{AE}$,

则 $CE=AE \cdot \tan 37^\circ = 15 \times 0.75 \approx 11\text{m}$,

$\therefore AB=CE+DE=11+15=26\text{m}$.

答: 实验楼的垂直高度即 CD 长为 26m.



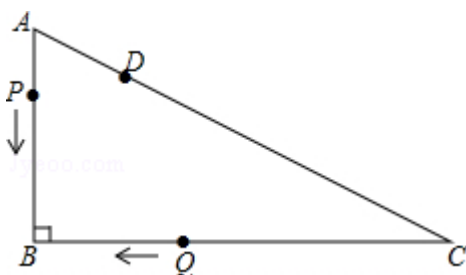
【点评】本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三

角形时,要通过作高或垂线构造直角三角形,另当问题以一个实际问题的形式给出时,要善于读懂题意,把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

24. (6分)(2017•镇江)如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$. 点 D 在 AC 上, $AD=1\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发, 沿 AB 匀速运动; 点 Q 从点 C 出发, 沿 $C\rightarrow B\rightarrow A\rightarrow C$ 的路径匀速运动. 两点同时出发, 在 B 点处首次相遇后, 点 P 的运动速度每秒提高了 2cm , 并沿 $B\rightarrow C\rightarrow A$ 的路径匀速运动; 点 Q 保持速度不变, 并继续沿原路径匀速运动, 两点在 D 点处再次相遇后停止运动, 设点 P 原来的速度为 $x\text{cm/s}$.

(1) 点 Q 的速度为 $\frac{4}{3}x$ cm/s (用含 x 的代数式表示).

(2) 求点 P 原来的速度.



【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 设点 Q 的速度为 $y\text{cm/s}$, 根据题意得方程即可得到结论;

(2) 根据勾股定理得到 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$, 求得 $CD=5-1=4$, 列方程即可得到结论.

【解答】 解: (1) 设点 Q 的速度为 $y\text{cm/s}$,

由题意得 $3\div x=4\div y$,

$$\therefore y=\frac{4}{3}x,$$

故答案为: $\frac{4}{3}x$;

$$(2) AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

$$CD=5-1=4,$$

在 B 点处首次相遇后, 点 P 的运动速度为 $(x+2)\text{cm/s}$,

由题意得 $\frac{3+1}{\frac{4x}{3}} = \frac{4+4}{x+2}$,

解得: $x = \frac{6}{5}$ (cm/s),

答: 点 P 原来的速度为 $\frac{6}{5}$ cm/s.

【点评】本题考查了分式方程的应用,勾股定理,正确的理解题意是解题的关键.

25. (6分) (2017•镇江) 如图 1, 一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 A (1, 3), B (m, 1), 与 x 轴交于点 D, 直线 OA 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的另一支交于点 C, 过点 B 作直线 l 垂直于 x 轴, 点 E 是点 D 关于直线 l 的对称点.

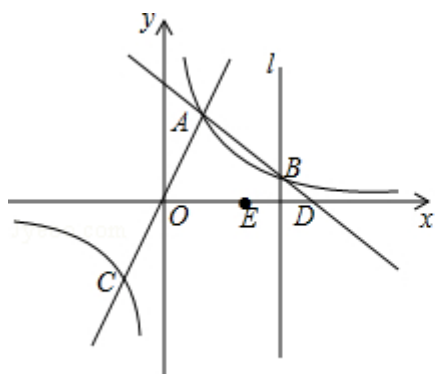


图1

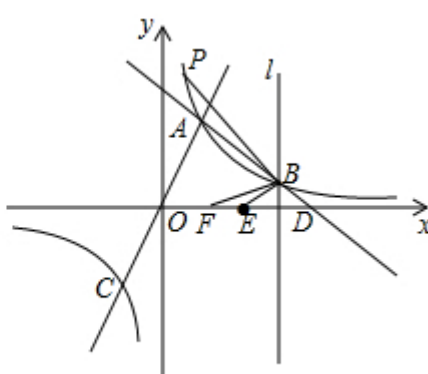


图2

(1) $k = \underline{3}$;

(2) 判断点 B、E、C 是否在同一条直线上, 并说明理由;

(3) 如图 2, 已知点 F 在 x 轴正半轴上, $OF = \frac{3}{2}$, 点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象位于第一象限部分上的点 (点 P 在点 A 的上方), $\angle ABP = \angle EBF$, 则点 P 的坐标为 $(\underline{\frac{3}{2}}, \underline{\frac{9}{2}})$.

【考点】GB: 反比例函数综合题.

【分析】(1) 把 A 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中可求出 k 的值;

(2) 先利用反比例函数的中心对称性得到 C (-1, -3), 再把 B (m, 1) 代入 $y = \frac{3}{x}$ 求出 m 得到 B (3, 1), 通过确定直线 AB 的解析式得到 D (4, 0), 接着利用对称性确定 E (2, 0), 于是利用待定系数法求出直线 BC 的解析式为 $y = x - 2$,

然后判断点 E 是否直线 BC 上;

(3) 直线 AB 交 y 轴于 M, 直线 BP 交 y 轴于 N, 如图 2, 先确定 M (0, 4), 计算出 $BM=3\sqrt{2}$, $BE=\sqrt{2}$, $EF=\frac{1}{2}$, 再证明 $\triangle BMN \sim \triangle BEF$, 通过相似比计算出 $MN=\frac{3}{2}$, 从而得到 N (0, $\frac{11}{2}$), 则利用待定系数法得到直线 BN 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}$, 然后通过解方程组 $\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2} \end{cases}$ 得 P 点坐标.

【解答】解: (1) $\because A(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore k = 1 \times 3 = 3$;

(2) 点 B、E、C 在同一条直线上. 理由如下:

\because 直线 OA 与反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的另一支交于点 C,

\therefore 点 A 与点 C 关于原点对称,

$\therefore C(-1, -3)$,

$\because B(m, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上,

$\therefore 1 \times m = 3$, 解得 $m = 3$, 即 $B(3, 1)$,

把 $A(1, 3)$ 代入 $y = -x + b$ 得 $-1 + b = 3$, 解得 $b = 4$,

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 4$,

当 $y = 0$ 时, $-x + 4 = 0$, 解得 $x = 4$, 则 $D(4, 0)$,

\because 点 E 与点 D 关于直线 $x = 3$ 对称,

$\therefore E(2, 0)$,

设直线 BC 的解析式为 $y = px + q$,

把 $B(3, 1)$, $C(-1, -3)$ 代入得 $\begin{cases} 3p + q = 1 \\ -p + q = -3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} p = 1 \\ q = -2 \end{cases}$,

\therefore 直线 BC 的解析式为 $y = x - 2$,

当 $x = 2$ 时, $y = x - 2 = 0$,

\therefore 点 E 在直线 BC 上,

即点 B、E、C 在同一条直线上;

(3) 直线 AB 交 y 轴于 M, 直线 BP 交 y 轴于 N, 如图 2,

当 $x = 0$ 时, $y = -x + 4 = 4$, 则 $M(0, 4)$,

而 $B(3, 1), E(2, 0), F(\frac{3}{2}, 0)$,

$$\therefore BM = \sqrt{3^2 + (1-4)^2} = 3\sqrt{2}, BE = \sqrt{(3-2)^2 + 1^2} = \sqrt{2}, EF = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2},$$

$\because OM = OD = 4,$

$\therefore \triangle OMD$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle OMD = \angle ODM = 45^\circ,$

\because 点 E 与点 D 关于直线 $x=3$ 对称,

$\therefore \angle BED = \angle BDE = 45^\circ,$

$\therefore \angle BMN = \angle BEF = 135^\circ,$

$\because \angle ABP = \angle EBF,$

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle BEF,$

$$\therefore \frac{MN}{EF} = \frac{BM}{BE}, \text{ 即 } \frac{MN}{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \text{ 解得 } MN = \frac{3}{2},$$

$\therefore N(0, \frac{11}{2}),$

设直线 BN 的解析式为 $y = ax + n,$

把 $B(3, 1), N(0, \frac{11}{2})$ 代入得 $\begin{cases} 3a + n = 1 \\ n = \frac{11}{2} \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ n = \frac{11}{2} \end{cases}$,

\therefore 直线 BN 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2},$

解方程组 $\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$,

$\therefore P$ 点坐标为 $(\frac{2}{3}, \frac{9}{2}).$

故答案为 $3, \frac{2}{3}, \frac{9}{2}.$

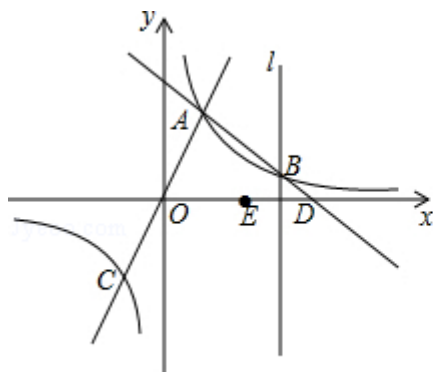


图1

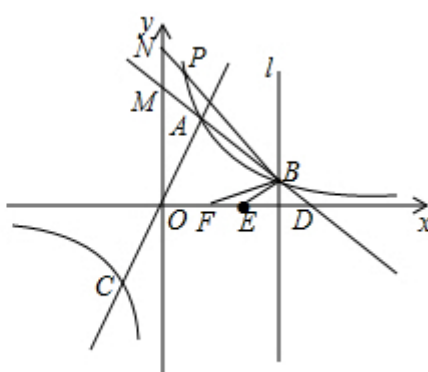


图2

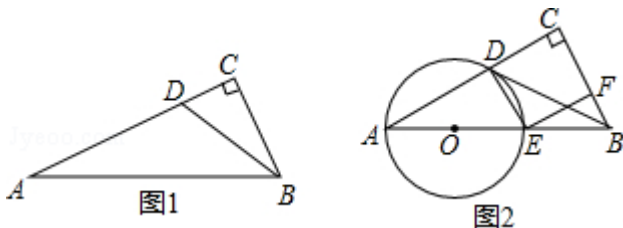
【点评】本题考查了反比例函数的综合题: 熟练掌握反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数的性质; 会利用待定系数法求反比例函数和一次函数解析式, 能通过解方程求它们的交点坐标; 会运用相似比计算线段的长; 理解坐标与图形性质, 记住两点间的距离公式.

26. (8分)(2017•镇江)如图 1, $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $\angle CBD=\angle A$, 过 A 、 D 两点的圆的圆心 O 在 AB 上.

(1) 利用直尺和圆规在图 1 中画出 $\odot O$ (不写作法, 保留作图痕迹, 并用黑色水笔把线条描清楚);

(2) 判断 BD 所在直线与 (1) 中所作的 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论;

(3) 设 $\odot O$ 交 AB 于点 E , 连接 DE , 过点 E 作 $EF \perp BC$, F 为垂足, 若点 D 是线段 AC 的黄金分割点 (即 $\frac{DC}{AD} = \frac{AD}{AC}$), 如图 2, 试说明四边形 $DEFC$ 是正方形).



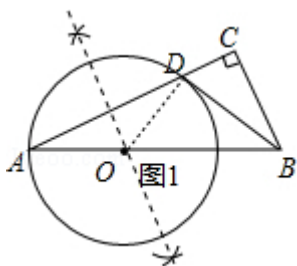
【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 如图 1, 作线段 AD 的垂直平分线交 AB 于 O , 然后以点 O 为圆心, OA 为半径作圆;

(2) 连接 OD , 如图 1, 利用 $\angle A = \angle ODA$ 、 $\angle CBD = \angle A$ 得到 $\angle CBD = \angle ODA$, 则可证明 $\angle ODB = 90^\circ$, 然后根据切线的判定方法可判断 BD 为 $\odot O$ 的切线;

(3) 先证明 $\triangle CDB \sim \triangle CBA$ 得到 $CB^2 = CD \cdot CA$, 再根据黄金分割的定义得到 $AD^2 = CD \cdot AC$, 则 $AD = CB$, 接着证明 $\triangle ADE \cong \triangle BCD$ 得到 $DE = DC$, 易得四边形 $CDEF$ 为矩形, 然后根据正方形的判定方法可判断四边形 $DEFC$ 是正方形.

【解答】解: (1) 如图 1, $\odot O$ 为所作;



(2) BD 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

连接 OD, 如图 1,

$$\because OA=OD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ODA,$$

$$\because \angle CBD = \angle A,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ODA,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD + \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA + \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp BD,$$

\therefore BD 为 $\odot O$ 的切线;

(3) $\because \angle CBD = \angle A, \angle DCB = \angle BCA,$

$$\therefore \triangle CDB \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore CD : CB = CB : CA,$$

$$\therefore CB^2 = CD \cdot CA,$$

\because 点 D 是线段 AC 的黄金分割点,

$$\therefore AD^2 = CD \cdot AC,$$

$$\therefore AD = CB,$$

\because AE 为直径,

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCD$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle CBD \\ AD = BC \\ \angle ADE = \angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCD,$$

$$\therefore DE = DC,$$

$$\because EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 CDEF 为矩形,

∴ 四边形 DEFC 是正方形.

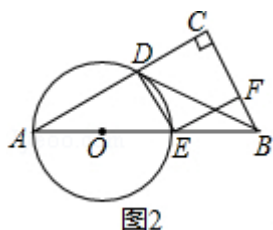


图2

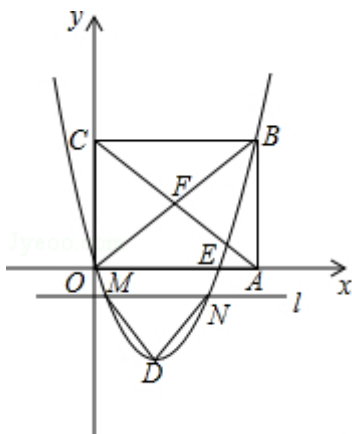
【点评】 本题考查了圆的综合题: 熟练掌握正方形的判定方法、圆的定义、圆周角定理和切线的判定方法; 会利用相似比表示线段之间的关系, 记住黄金分割的定义; 会作线段的垂直平分线.

27. (8分) (2017•镇江) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OABC 的边 OA、OC 分别在 x 轴、y 轴上, 点 B 坐标为 (4, t) (t > 0), 二次函数 $y = x^2 + bx$ (b < 0) 的图象经过点 B, 顶点为点 D.

(1) 当 $t=12$ 时, 顶点 D 到 x 轴的距离等于 $\frac{1}{4}$;

(2) 点 E 是二次函数 $y = x^2 + bx$ (b < 0) 的图象与 x 轴的一个公共点 (点 E 与点 O 不重合), 求 $OE \cdot EA$ 的最大值及取得最大值时的二次函数表达式;

(3) 矩形 OABC 的对角线 OB、AC 交于点 F, 直线 l 平行于 x 轴, 交二次函数 $y = x^2 + bx$ (b < 0) 的图象于点 M、N, 连接 DM、DN, 当 $\triangle DMN \cong \triangle FOC$ 时, 求 t 的值.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 当 $t=12$ 时, $B(4, 12)$, 将点 B 的坐标代入抛物线的解析式可求得 b 的值, 于是可得到抛物线的解析式, 最后利用配方法可求得点 D 的坐标, 从而可求得点 D 到 x 轴的距离;

(2) 令 $y=0$ 得到 $x^2 + bx = 0$, 从而可求得方程的解为 $x=0$ 或 $x = -b$, 然后列出 $OE \cdot AE$

关于 b 的函数关系式, 利用配方法可求得 b 的 $OE \cdot AE$ 的最大值, 以及此时 b 的值, 于是可得到抛物线的解析式;

(3) 过 D 作 $DG \perp MN$, 垂足为 G , 过点 F 作 $FH \perp CO$, 垂足为 H . 依据全等三角形的性质可得到 $MN=CO=t$, $DG=FH=2$, 然后由点 D 的坐标可得到点 N 的坐标, 最后将点 N 的坐标代入抛物线的解析式可求得 t 的值.

【解答】解: (1) 当 $t=12$ 时, $B(4, 12)$.

将点 B 的坐标代入抛物线的解析式得: $16+4b=12$, 解得: $b=-1$,

\therefore 抛物线的解析式 $y=x^2-x$.

$$\therefore y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}.$$

$$\therefore D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right).$$

\therefore 顶点 D 与 x 轴的距离为 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$.

(2) 将 $y=0$ 代入抛物线的解析式得: $x^2+bx=0$, 解得 $x=0$ 或 $x=-b$,

$\therefore OA=4$,

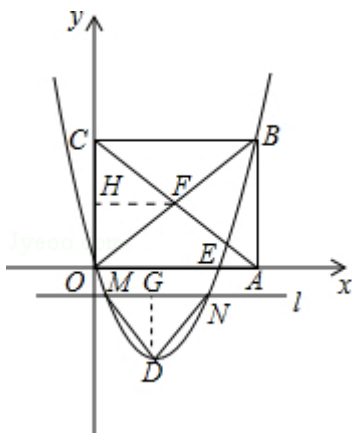
$\therefore AE=4 - (-b) = 4+b$.

$\therefore OE \cdot AE = -b(4+b) = -b^2 - 4b = -(b+2)^2 + 4$,

$\therefore OE \cdot AE$ 的最大值为 4 , 此时 b 的值为 -2 ,

\therefore 抛物线的表达式为 $y=x^2-2x$.

(3) 过 D 作 $DG \perp MN$, 垂足为 G , 过点 F 作 $FH \perp CO$, 垂足为 H .



$\therefore \triangle DMN \cong \triangle FOC$,

$\therefore MN=CO=t$, $DG=FH=2$.

$$\therefore D \left(-\frac{b}{2}, -\frac{b^2}{4} \right),$$

$$\therefore N \left(-\frac{b}{2} + \frac{t}{2}, -\frac{b^2}{4} + 2 \right), \text{ 即 } \left(\frac{t-b}{2}, \frac{8-b^2}{4} \right).$$

把点 N 和坐标代入抛物线的解析式得: $\frac{8-b^2}{4} = \left(\frac{t-b}{2} \right)^2 + b \cdot \left(\frac{t-b}{2} \right),$

解得: $t = \pm 2\sqrt{2}.$

$\therefore t > 0,$

$\therefore t = 2\sqrt{2}.$

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、配方法求二次函数的顶点坐标, 全等三角形的性质, 求得点 N 的坐标 (用含 b 和 t 的式子表示) 是解题的关键.

28. (11 分) (2017•镇江) 【回顾】

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 3.

【探究】

图 2 是同学们熟悉的一副三角尺, 一个含有 30° 的角, 较短的直角边长为 a; 另一个含有 45° 的角, 直角边长为 b, 小明用两副这样的三角尺拼成一个平行四边形 ABCD (如图 3), 用了两种不同的方法计算它的面积, 从而推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4},$

小丽用两副这样的三角尺拼成了一个矩形 EFGH (如图 4), 也推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4},$

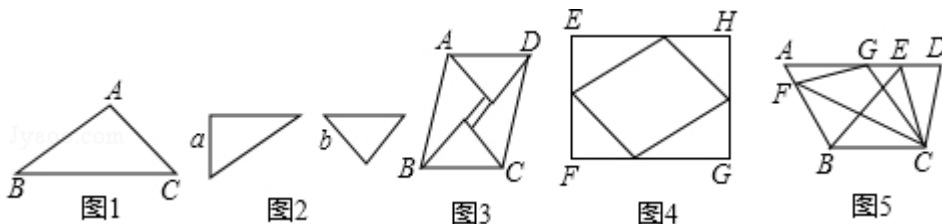
请你写出小明或小丽推出 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 的具体说理过程.

【应用】

在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 75^\circ$, $BC = 6$, $CD = 5$, $AD = 10$ (如图 5)

(1) 点 E 在 AD 上, 设 $t = BE + CE$, 求 t^2 的最小值;

(2) 点 F 在 AB 上, 将 $\triangle BCF$ 沿 CF 翻折, 点 B 落在 AD 上的点 G 处, 点 G 是 AD 的中点吗? 说明理由.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 回顾: 如图 1 中, 作 $AH \perp BC$. 求出 AH 即可解决问题;

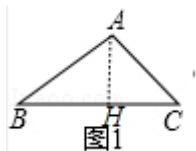
探究: 如图 2 中, 根据 $S_{\text{四边形 } ABCD} = BC \cdot AB \cdot \sin 75^\circ = 2S_{\triangle ABE} + 2S_{\triangle BFC} + S_{\text{矩形 } EFGH}$ 列出方程即可解决问题;

应用: ①作 C 关于 AD 的对称点 H , CH 交 AD 于 J , 连接 BH , EH . 因为 $EC=EH$, 推出 $EB+EC=EB+EH$, 在 $\triangle EBH$ 中, $BE+EH \geq BH$, 推出 $BE+EC$ 的最小值为 BH , 求出 BH 即可解决问题;

②结论: 点 G 不是 AD 的中点. 理由反证法证明即可.

【解答】 由题意可知四边形 $EFGH$ 是矩形, $AB=CD=2a$, $AH=DH=BF=CF=b$, $EF=GH=\sqrt{3}a - b$, $EH=FG=b - a$, $BC=\sqrt{2}b$,

解: 回顾: 如图 1 中, 作 $AH \perp BC$.



在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $\because \angle B=30^\circ$, $AB=3$,

$$\therefore AH=AB \cdot \sin 30^\circ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} = 3,$$

故答案为 3.

探究: 如图 2 中,

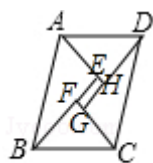


图3

由题意可知四边形 $EFGH$ 是矩形, $AB=CD=2a$, $AH=DH=BF=CF=b$, $EF=GH=\sqrt{3}a - b$,

$EH=FG=b - a$, $BC=\sqrt{2}b$,

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = BC \cdot AB \cdot \sin 75^\circ = 2S_{\triangle ABE} + 2S_{\triangle BFC} + S_{\text{矩形 } EFGH}$$

$$\therefore \sqrt{2}b \cdot 2a \cdot \sin 75^\circ = 2 \times \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{3}a + 2 \times \frac{1}{2} \times b^2 + (\sqrt{3}a - b)(b - a),$$

$$\therefore 2\sqrt{2}absin75^\circ = \sqrt{3}ab + ab,$$

$$\therefore \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

如图 3 中，

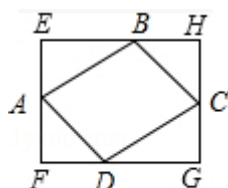


图4

易知四边形 ABCD 是平行四边形， $\angle BAD = 75^\circ$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形 EFGH}} = 2 \cdot S_{\triangle ABE} + 2 \cdot S_{\triangle ADF} + S_{\text{平行四边形 ABCD}},$$

$$\therefore (a+b)(\sqrt{3}a+b) = 2 \times \frac{1}{2} \times a \times \sqrt{3}a + 2 \times \frac{1}{2} \times b^2 + \sqrt{2}b \cdot 2a \cdot \sin 75^\circ,$$

$$\therefore \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

应用：①作 C 关于 AD 的对称点 H，CH 交 AD 于 J，连接 BH，EH。

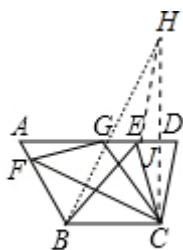


图5

$$\text{在 Rt}\triangle DCJ \text{ 中, } JC = CD \cdot \sin 75^\circ = \frac{5}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2}),$$

$$\therefore CH = 2CJ = \frac{5}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2}),$$

$$\text{在 Rt}\triangle BHC \text{ 中, } BH^2 = BC^2 + CH^2 = 36 + \frac{25}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = 86 + 25\sqrt{3},$$

$$\therefore EC = EH,$$

$$\therefore EB + EC = EB + EH,$$

在 $\triangle EBH$ 中， $BE + EH \geq BH$ ，

$\therefore BE + EC$ 的最小值为 BH ，

$\therefore t = BE + CE$ ， t^2 的最小值为 BH^2 ，即为 $86 + 25\sqrt{3}$ 。

②结论：点 G 不是 AD 的中点。

理由：作 $CJ \perp AD$ 于 J， $DH \perp CG$ 于 H。

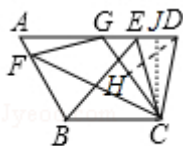


图5

不妨设 $AG=GD=5$, $\because CD=5$,

$\therefore DC=DG$, $\therefore DH \perp CG$,

$\therefore GH=CH=3$,

在 $Rt\triangle CDH$ 中, $DH=\sqrt{CD^2-CH^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$,

$\therefore S_{\triangle DGC}=\frac{1}{2} \cdot CG \cdot DH=\frac{1}{2} \cdot DG \cdot CJ$,

$\therefore CJ=\frac{24}{5}$,

$\therefore \sin \angle CDJ=\frac{CJ}{CD}=\frac{24}{25}$,

$\therefore \angle CDJ=75^\circ$,

\therefore 与 $\sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 矛盾,

\therefore 假设不成立,

\therefore 点 G 不是 AD 的中点.

【点评】 本题考查四边形综合题、锐角三角函数、勾股定理、三角形的面积. 轴对称最短问题等知识, 解题的关键是学会理由分割法求四边形的面积, 学会用反证法解决问题, 属于中考压轴题.