辅导教师________ 姓名________ 班________ 考号________ 学校________ 市(县)________

装订线

第二十三届"希望杯"全国数学邀请赛

初三 第1试

2012年3月11日 上午8:30至10:00 得分________

一、选择题(每小题4分,共40分.)以下每题的四个选项中,仅有一个是正确的,请将正确答案前的英文字母写在下面的表格内.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	共得分
答案											

1. 如图1所示,一个正方体和一个圆柱体紧靠在一起,则它们的主视图是( )

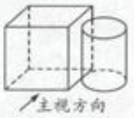
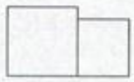


图1

(A)

(B)



(C)

(D)

2. 完成一项工作,甲单做需a天,乙单做需b天,甲、乙、丙合作需c天,则丙单做全部工作所需的天数是( )

(A) $\dfrac{abc}{ab-ac-bc}$. (B) $\dfrac{abc}{ab+ac-bc}$. (C) $\dfrac{ab+ac+bc}{abc}$. (D) $\dfrac{ab(c-a-b)}{c}$.

3. 已知$x\neq-1,0,1$,则$\dfrac{x-1}{|x-1|}+\dfrac{|x|}{x}+\dfrac{x+1}{|x+1|}$的值可能是( )

(A) 比3大的数. (B) 比-3小的数.

(C) $\pm1,\pm3$. (D) 比-3大,并且比3小的数.

4. 如图2,梯形$ABCD$中,$AB\parallel CD$,两条对角线交于点E.已知$\triangle ABE$的面积是a,$\triangle CDE$的面积是b,则梯形$ABCD$的面积是( )

(A) a^2+b^2. (B) $\sqrt{2}(a+b)$. (C) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$. (D) $(a+b)^2$.

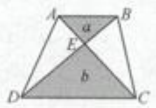


图2

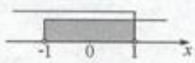


图3

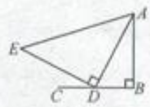


图4

5. 已知a,b是实数,关于x的不等式组的解集表示在数轴上如图3所示,则这个不等式组是( )

(A) $\begin{cases}ax>1,\\bx>1.\end{cases}$ (B) $\begin{cases}ax>1,\\bx<1.\end{cases}$ (C) $\begin{cases}ax<1,\\bx>1.\end{cases}$ (D) $\begin{cases}ax<1,\\bx<1.\end{cases}$

6. 如图4,$AB\perp BC$,$AB=BC$,点D在BC上.以D为直角顶点作等腰直角$\triangle ADE$,则当D从B运动到C的过程中,点E的运动轨迹是( )

(A) 圆弧. (B) 抛物线. (C) 线段. (D) 双曲线.

7. 已知实数x_1,x_2,x_3,x_4满足条件$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=a_1,\\x_2+x_3+x_4=a_2,\\x_3+x_4+x_1=a_3,\\x_4+x_1+x_2=a_4,\end{cases}$其中$a_1<a_2<a_3<a_4$,则$x_1,x_2,x_3,x_4$的大小关系是( )

(A) $x_1<x_2<x_3<x_4$. (B) $x_2<x_3<x_4<x_1$.

(C) $x_3<x_2<x_1<x_4$. (D) $x_4<x_3<x_2<x_1$.

8. 已知 $2 \leqslant |x| \leqslant 3$，则函数 $y=(x-1)^2$ 的取值范围是（　　）

(A) $1 \leqslant y \leqslant 4$ 和 $9 \leqslant y \leqslant 16$.　　(B) $1 \leqslant y \leqslant 16$.

(C) $4 \leqslant y \leqslant 9$.　　(D) $1 \leqslant y \leqslant 9$.

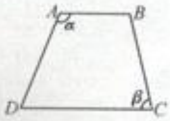


图 5

9. 如图 5，已知梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel DC$，$\angle A=\alpha$，$\angle C=\beta$，则 $AD:BC$ 等于（　　）

(A) $\sin\alpha:\cos\beta$.　(B) $\sin\alpha:\sin\beta$.　(C) $\sin\beta:\sin\alpha$.　(D) $\cos\alpha:\sin\beta$.

10. 若关于 x 的二次函数 $y=x^2-2mx+1$ 的图象与端点在 $(-1,1)$ 和 $(3,4)$ 的线段只有一个交点，则 m 的值可能是（　　）

(A) $\frac{5}{2}$.　(B) $-\frac{1}{3}$.　(C) $\frac{1}{2}$.　(D) $\frac{1}{3}$.

二、A 组填空题（每小题 4 分，共 40 分.）

11. 若两位数除以它的数字和等于 7，则这样的两位数有______个.

12. 已知 $x-2y=1$，则 $x^2-4y^2-x-2y+5=$______.

13. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图 6 所示. 已知 $OB=2OA$，$OA<OC$，则 a,b,c 满足的关系式是______.

14. 如图 7，已知 A、B、C 三点在同一个圆上，并且 AB 是圆 O 的直径，若点 C 到 AB 的距离 $CD=5$，则圆 O 的面积最小是______.

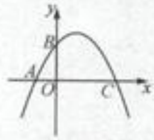


图 6

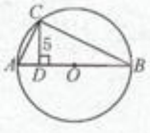


图 7

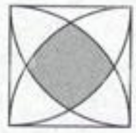


图 8

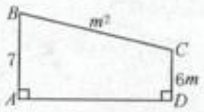


图 9

15. 如图 8，在边长为 1 的正方形中，分别以四个顶点为圆心，作半径为 1 的圆弧，则图中阴影部分的面积是______.

16. 如图 9，在梯形 $ABCD$ 中，$BA \parallel CD$，$AD \perp AB$，$AB=7$，$CD=6m$，$BC=m^2$，若以 BC 为直径的圆与 AD 没有公共点，则 m 的取值范围是______.

17. 设 $f(x)$ 是关于 x 的多项式，$f(x)$ 除以 $2(x+1)$，余式是 3；$2f(x)$ 除以 $3(x-2)$，余式是 -4. 那么，$3f(x)$ 除以 $4(x^2-x-2)$，余式是______.

18. 已知实数 a,b 满足 $a+ab+b=3$，若 $m=a-ab+b$，则 m 的取值范围是______.

19. Tom's computer has password, which contains only numbers from 0 to 9. If the probability to guess the right password only one time is less than $\frac{1}{2012}$, then at least the password has ______ digits.

20. Suppose point $A(-1,m)$ is on the graph of the function $y=-\frac{2}{x}$. B, C, D, respectively, are point A's symmetric points of x-axis, origin, y-axis. Then the area of the quadrilateral $ABCD$ is ______.

三、B 组填空题（每小题 8 分，共 40 分.）

21. 反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 和一次函数 $y=k_2x+b$ 的图象交于点 $M\left(3,-\frac{2}{3}\right)$ 和点 $N(-1,2)$. 则 $k_1=$______，$k_2=$______，一次函数的图象交 x 轴于点______.

22. 已知 a,b 是实数，且 $a^2-2a+\sqrt{b-3}+1=0$，则 $a=$______，$b=$______.

23. 已知 a,b 是有理数，$x=\sqrt{5}+1$ 是方程 $x^3-ax+b=0$ 的一个解，则 a 的值是______，b 的值是______.

24. 如图 10，已知 $\triangle ABC$ 中，$CD \perp AB$ 于点 D，$BD=2AD$，$CD=6$，$\cos\angle ACD=\frac{8}{9}$，$BE$ 是 AC 边上的高，则 $AD=$______，$BE=$______.

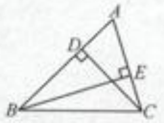


图 10

25. 已知点 A、B、P 是 $\odot O$ 上不同的三点，$\angle APB=\alpha$，点 M 是 $\odot O$ 上的动点，且使 $\triangle ABM$ 为等腰三角形. 若 $\alpha=45^\circ$，则所有符合条件的点 M 有______个；若满足题意的点 M 有 2 个，则 $\alpha=$______.

2012年“希望杯”初赛试题答案及详解（初三）

（1）选择题

题号	1	2	3	4	5
答案	C	A	C	C	D
题号	6	7	8	9	10
答案	C	C	A	C	A

（2）A组填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	4	5	$ac+2b+4=0$	25π	$1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}$
题号	16	17	18	19	20
答案	$0<m<7$	$-5x+4$	$m\le-15$和$m\ge1$	4	8

（3）B组填空题

题号	21	22	23	24	25
答案	-2；$-\frac{2}{3}$；$(2,\ 0)$	1；3	8；-8	$\frac{3}{4}\sqrt{17}$；$2\sqrt{17}$	4；60°或90°

初三年级试题详解

1. C
2. A

【解析】设丙单做所需天数为 x，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}=\frac{1}{c}$，解得：$x=\frac{abc}{ab-ac-bc}$. 选 A.

3. C

【解析】$x<-1$时，原式=-3；$-1<x<0$时，原式=-1；$0<x<1$时，原式=1；$x>1$时，原式=3.选 C.

4. C

【解析】由已知，$S_{\Delta ADE}=S_{\Delta BCE}=\sqrt{ab}$.$\therefore S_{梯形ABCD}=a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$.选 C.

5. D

【解析】根据数轴表示，不等式组解集为$-1<x<1$，即$\begin{cases}x>-1\\x<1\end{cases}$，亦即$\begin{cases}-x<1\\x<1\end{cases}$，

与选项对比知，选 D.

6. C

【解析】过 E 向 BC 做垂线，垂足记为 H .则$\Delta DEH\cong\Delta ABD$.
$\therefore BH-EH=BH-BD=DH=AB$为定值.选 C.

7. C

【解析】令 $S=x_1+x_2+x_3+x_4$，则方程组变为$\begin{cases}s-x_4=a_1\\s-x_1=a_2\\s-x_2=a_3\\s-x_3=a_4\end{cases}$，

$\because a_1<a_2<a_3<a_4$，$\therefore x_4>x_1>x_2>x_3$.选 C.

8. A

【解析】Q $2\leqslant|x|\leqslant3$，$\therefore -3\leqslant x\leqslant-2$ 或 $2\leqslant x\leqslant3$，由于函数的对称轴为 $x=1$，$x=-3$时，$y=16$；$x=-2$时，$y=9$；$x=2$时，$y=1$；$x=3$，$y=4$.∴函数的取值范围是1≤

9. C

【解析】记梯形高为 h .则 $AD=\dfrac{h}{\sin\alpha}$，$BC=\dfrac{h}{\sin\beta}$，$\therefore AD:BC=\sin\beta:\sin\alpha$.选 C.

10. A

【解析】对于 $y=x^2-2mx+1$，当 $x=-1$时，$y=2m+2$；当 $x=3$时，$y=10-6m$.

根据题意，$(2m+2-1)(10-6m-4)\leqslant0$，解得 $m\geqslant1$ 或 $m\leqslant-\dfrac{1}{2}$. 选 A.

11. 4

【解析】设两位数为 $\overline{ab}$，则 $10a+b=7(a+b)$，有 $a=2b$，当 b 取1、2、3、4时符合题意，共 4 个.

12. 5

【解析】$x^2-4y^2-x-2y+5=(x+2y)(x-2y-1)+5$，Q $x-2y=1$，$\therefore x-2y-1=0$.∴原式=5 .

13. $ac+2b+4=0$

【解析】由已知，有 $a\left(\dfrac{c}{2}\right)^2+b\times\dfrac{c}{2}+c=0$，即 $ac^2+2bc+4c=0$，Q $c\neq0$，$\therefore ac+2b+4=0$.

14. 25π

【解析】当 D 与圆心重合时，取最小值为 $S=25\pi$.

15. $\dfrac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}$

【解析】阴影部分四个顶点构成的正方形的面积为$(2\sin15°)^2$，剩余的4个弓形的面积每个为$\frac{1}{12}\pi\times1^2-\frac{1}{2}\times2\sin15°\times\cos15°$.

$\therefore$总面积为$4\sin^2 15°+4(\frac{1}{12}\pi\times1^2-\frac{1}{2}\times2\sin15°\times\cos15°)=\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}$

16. $0<m<7$

【解析】根据题意，BC长的一半大于梯形中位线的长

$\therefore\begin{cases}\frac{m^2}{2}<\frac{6m+7}{2}\\ m>0\end{cases}$，解得：$0<m<7$.

17. $-5x+4$

【解析】由余数定理，$f(-1)=3$，$2f(2)=-4$，设所求余式为$ax+b$

则有$\begin{cases}9=3f(-1)=-a+b\\ -6=3f(2)=2a+b\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-5\\ b=4\end{cases}$，所以所求余式$-5x+4$.

18. $m\leqslant-15$和$m\geqslant1$

【解析】Q $ab\leqslant(\frac{a+b}{2})^2$，$\therefore(\frac{a+b}{4})^2+(a+b)\geqslant3$.解得：$a+b\leqslant-6$或$a+b\geqslant2$，而$m+3=2(a+b)$，$\therefore m+3\leqslant-12$或$m+3\geqslant4$.$\therefore$范围是$m\leqslant-15$和$m\geqslant1$.

19. 4

【解析】设密码有n位，则一次猜中的概率为$\frac{1}{10^{n+1}}$，$\therefore\frac{1}{10^{n+1}}<\frac{1}{2012}$，解得：$n\geqslant4$，最少有4位.

20. 8

【解析】$m=-\frac{2}{-1}=2$，$\therefore A(-1,2)$．$\therefore S_{矩形ABCD}=4\times1\times2=8$.

21. -2；$-\frac{2}{3}$；$(2,0)$

【解析】由已知，$2=\frac{k_1}{-1}$，$\begin{cases}-\frac{2}{3}=3k_2+b\\2=-k_2+b\end{cases}$，解得：$k_1=-2$，$k_2=-\frac{2}{3}$，$b=\frac{4}{3}$.

一次函数的图象交x轴于点$(2,0)$.

22. 1；3

【解析】$(a-1)^2+\sqrt{b-3}=0$， $a=1,b=3$

23. 8；-8

【解析】$(\sqrt{5}+1)^3-a(\sqrt{5}+1)+b=0$ 化简得：$(8-a)\sqrt{5}+(16-a+b)=0$

$8-a=0$且$16-a+b=0$ 解得：$a=8,b=-8$

24. $2\sqrt{17}$

【解析】Q $\cos\angle ACD=\frac{8}{9}$，$\therefore\sin\angle ACD=\frac{\sqrt{17}}{9}$，则$\frac{AD}{CD}=\frac{\sqrt{17}}{8}$， $AD=\frac{\sqrt{17}}{8}\times6=\frac{3\sqrt{17}}{4}$

$$BE\times AC=2S_{\Delta ABC}=CD\times AB \quad \therefore BE=\frac{CD\times AB}{AC}=\frac{CD\times3AD}{AC}=\frac{6\times3\times\frac{3\sqrt{17}}{4}}{\frac{9}{8}}=2\sqrt{17}$$

25. 4；60°或90°

【解析】由$\angle APB=45^\circ$，知$\angle AOB=90^\circ$，以AB为底边有两个，AM、BM为底边各有一个，所以共4个；由于以AB为底边的等腰三角形ΔABM总存在，所以当以AM、BM为底边的等腰三角形ΔABM不存在或者与以AB为底边的等腰三角形ΔABM重合的时候，只有两个满足题意的点M，这两种情况对应的α分别为90°或60°.