

2016年全国初中数学联合竞赛（初二年级）试题

第一试

(3月20日上午8:30 - 9:30)

一试分	
二试分	
总分	
计分人	

考生注意：1. 本试两个大题共10个小题，全卷满分70分。

2. 用圆珠笔或钢笔作答。

3. 解题书写不要超出装订线。

得分	评卷人

一、选择题（本题满分42分，每小题7分）

本题共有6个小题，每题均给出了代号为A, B, C, D的四个答案，其中有且仅有一个是正确的。将你所选择的答案的代号填在题后的括号内。每小题选对得7分；不选、选错或选出的代号字母超过一个（不论是否写在括号内），一律得0分。

*1. 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，把 $x - [x]$ 称为 x 的小数部分。已知 $t = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ ， a 是

t 的小数部分， b 是 $-t$ 的小数部分，则 $\frac{1}{2b} - \frac{1}{a} =$ ()

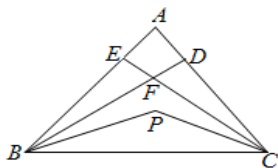
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

*2. 三种图书的单价分别为10元、15元和20元，某学校计划恰好用500元购买上述图书30本，那么不同的购书方案有 ()

- A. 9种 B. 10种 C. 11种 D. 12种

3. 如图， P 为 $\triangle ABC$ 内一点， $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\angle BPC = 120^\circ$ ， BD 是 $\angle ABP$ 的平分线， CE 是 $\angle ACP$ 的平分线， BD 与 CE 交于 F ，则 $\angle BFC =$ ()

- A. 85° B. 90°
C. 95° D. 100°



4. 记 $S_n = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$ ，则 $\frac{S_{2016}}{2016} =$ ()

- A. $\frac{2016}{2017}$ B. $\frac{2017}{2016}$ C. $\frac{2017}{2018}$ D. $\frac{2018}{2017}$

5. 点 D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的三边 BC 、 AB 、 AC 上，且 AD 、 BF 、 CE 相交于一点 M ，若 $\frac{AB}{BE} + \frac{AC}{CF} = 5$ ，则 $\frac{AM}{MD} =$ ()

- A. $\frac{7}{2}$ B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. 2

6. 设 a, b, c, d 都是正整数，且 $a^5 = b^2, c^3 = d^4, a - c = 319$ ，则 $\frac{b}{a^2} - \frac{c}{d} =$ ()

准考证号 _____ 性别 _____ 姓名 _____ 学校 _____ 县 _____ 市 _____ 省 _____

(密封装订线由不再答题)

- A. 15 B. 17 C. 18 D. 20

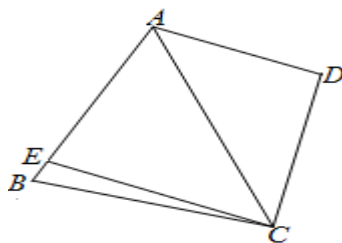
二、填空题（本题满分 28 分，每小题 7 分）

得分	评卷人

本题共有 4 个小题，要求直接将答案写在横线上.

1. 如图，已知四边形 $ABCD$ 的对角互补，且 $\angle BAC = \angle DAC$, $AB = 15$, $AD = 12$. 过

顶点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E , 则 $\frac{AE}{BE} =$ _____.



2. 已知整数 a, b, c 满足不等式 $a^2 + 2b^2 + c^2 + 211 < ab + 28b + 20c$, 则 $a + b - c =$ _____.

*3. 若质数 p, q 满足: $3q - p - 4 = 0, p + q < 111$, 则 pq 的最大值为_____.

*4. 将 5 个 1、5 个 2、5 个 3、5 个 4、5 个 5 共 25 个数填入一个 5 行 5 列的表格内（每格填入一个数），使得同一列中任何两数之差的绝对值不超过 2. 考虑每列中各数之和，设这 5 个和的最小值为 M , 则 M 的最大值为_____.

2016 年全国初中数学联合竞赛试题

第二试

(3 月 20 日上午 9:50 — 11:20)

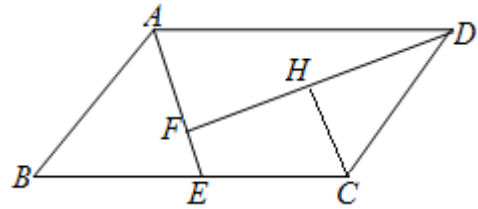
题 号	一	二	三	合 计
得 分				
评卷人				
复核人				

考生注意：本试共三个大题，第一题 20 分，第二 25 分，第三题 25 分，全卷满分 70 分.

得分	评卷人

一、(本题满分 20 分)

如图， $ABCD$ 为平行四边形， E 为 BC 的中点， $DF \perp AE$ 于 F ， H 为 DF 的中点. 证明： $CH \perp DF$.



省____市____县____学校____姓名____性别____准考证号____

(密封装订线由不再答题)

得分	评卷人

二、(本题满分 25 分)

设互不相等的非零实数 a, b, c 满足: $a + \frac{2}{b} = b + \frac{2}{c} = c + \frac{2}{a}$,

求 $\left(a + \frac{2}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{2}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{2}{a}\right)^2$ 的值.

得分	评卷人

三、(本题满分 25 分)

已知 a, b 为正整数, 求 $M = 3a^2 - ab^2 - 2b - 4$ 能取到的最小正整数值.