

九年级 B 卷答案

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1.A 2.B 3.B 4.C 5.C 6.C 7.D 8.B 9.B 10.B

7. 由于直线 $y_1=kx+b$ 过点 $A(0, 2)$, $P(1, m)$, 则有 $\begin{cases} k+b=m, \\ b=2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=m-2, \\ b=2. \end{cases}$

$\therefore y_1=(m-2)x+2$. 故所求不等式组可化为: $mx > (m-2)x+2 > mx-2$,

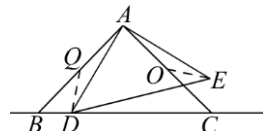
不等号两边同时减去 mx 得, $0 > -2x+2 > -2$, 解得: $1 < x < 2$.

8. 设 Q 是 AB 的中点, 连接 DQ , $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$, 即 $\angle BAD = \angle CAE$, $\because AB = AC = 2$, O 为 AC 中点, $\therefore AQ = AO$, $\therefore \triangle AQD \cong \triangle AOE$ (SAS), $\therefore QD = OE$, \because 点 D 在直线 BC 上运动,

\therefore 当 $QD \perp BC$ 时, QD 最小, $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle B = 45^\circ$, $\because QD \perp BC$, $\therefore \triangle QBD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore QD = \frac{\sqrt{2}}{2} QB$, $\because QB = \frac{1}{2} AB = 1$, $\therefore QD = \frac{\sqrt{2}}{2}$, \therefore 线段 OE 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



9. 如图, 连接 CE , 设 EF 与 BD 相交于点 O , 由对称性可得, $AB = AE = 1$, 则 $BE = \sqrt{2}$,

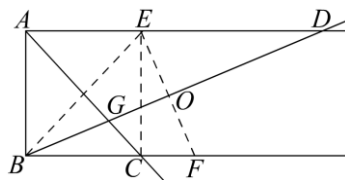
\because 点 E 与点 F 关于 BD 对称, $\therefore DE = BF = BE = \sqrt{2}$, $\therefore AD = 1 + \sqrt{2}$, $\because AD \parallel BC$, $AB \perp AD$,

$AB = AE$, \therefore 四边形 $ABCE$ 是正方形, $\therefore BC = AB = 1$, $\therefore \tan \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$,

在 $Rt\triangle OED$ 中, 可设 $OD = x$, $OE = (\sqrt{2} - 1)x$, $\therefore (\sqrt{2})^2 = x^2 + [(\sqrt{2} - 1)x]^2$, 解得 $x = \frac{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}{2}$, $\therefore OE = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{2}$, $\because \angle EBG + \angle AGB = 90^\circ$,

$\angle EBG + \angle BEF = 90^\circ$, $\therefore \angle AGB = \angle BEF$,

又 $\because \angle BEF = \angle DEF$, $\therefore \cos \angle AGB = \frac{OE}{DE} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$.



10. 过 A 作 $AD \perp x$ 轴于 D , 连接 OA' , \because 点 A 是函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点,

\therefore 设 $A(a, \frac{1}{a})$, \because 点 C 在函数 $y = \frac{k^2}{x}$ ($x > 0$, k 是不等于 0 的常数) 的图象上,

\therefore 设 $C(b, \frac{k^2}{b})$, $\because AD \perp BD$, $BC \perp BD$, $\therefore \triangle OAD \sim \triangle OCB$, $\therefore \frac{S_{\triangle ADO}}{S_{\triangle BCO}} = (\frac{OD}{OB})^2 = \frac{a^2}{b^2}$,

$\therefore S_{\triangle ADO} = \frac{1}{2}$, $S_{\triangle BCO} = \frac{k^2}{2}$, $\therefore k^2 = (\frac{b}{a})^2$, $\therefore k = -\frac{b}{a}$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{a}) \cdot b + \frac{k^2}{2} = 6$, $\therefore k^2 - \frac{b}{a} = 12$,

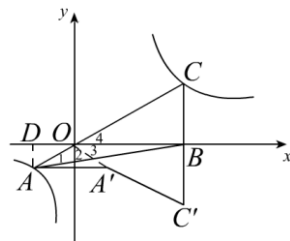
$\therefore k^2 + k - 12 = 0$, 解得: $k = 3$, $k = -4$ (不合题意舍去),

\therefore 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' ,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\therefore \angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

$\therefore OA'$, OC' 在同一条直线上, $\therefore S_{\triangle OBC'} = S_{\triangle OBC} = \frac{k^2}{2} = \frac{9}{2}$, $\therefore S_{\triangle OAA'} = 2S_{\triangle OAD} = 1$,

\therefore 由线段 AC , CC' , $C'A'$, $A'A$ 所围成的图形的面积 $= S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OBC'} + S_{\triangle OAA'} = 10$.



二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11. $\frac{3}{8}$ 12. $2\sqrt{2}\pi$ 13. 0.16 14. 奇数 15. $\frac{5}{18}$ 16. ①③

13. ∵ 抛物线 $y=ax^2-4$ 和 $y=-ax^2+4$ 都经过 x 轴上的 A 、 B 两点，∴ 点 A 、 B 两点的坐标分别是 $(-\frac{2\sqrt{a}}{a}, 0)$ 、 $(\frac{2\sqrt{a}}{a}, 0)$ ；又∵ 抛物线 $y=ax^2-4$ 和 $y=-ax^2+4$ 的顶点分别为 C 、

D 。∴ 点 C 、 D 的坐标分别是 $(0, -4)$ 、 $(0, 4)$ ；∴ $CD=8$ ， $AB=\frac{4\sqrt{a}}{a}$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OD + \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4\sqrt{a}}{a} = 40,$$

即 $\frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4\sqrt{a}}{a} = 40$ ，解得 $a=0.16$ 。

14. 因为 m 、 n 是两个连续自然数，设 $m < n$ ，则 $n=m+1$ ，且 $q=mn$ ，代入得：

$$p = \sqrt{m(m+1)} + (m+1) + \sqrt{m(m+1)-m} = \sqrt{(m+1)^2} + \sqrt{m^2} = m+1+m=2m+1;$$

因为 m 为自然数，所以 $2m$ 为偶数，即 $2m+1$ 为奇数。

15. 设甲、乙、丙三箱子内原本都装有 x 个小球，则甲有 $\frac{1}{4}x$ 个红球，丙有 $\frac{7}{12}x$ 个红球，则一

共有 $\frac{1}{4}x + \frac{7}{12}x = \frac{5}{6}x$ （个）红球，甲箱内最后共有 $3x$ 个小球，因此取出红球的概率为

$$\frac{\frac{5}{6}x}{3x} = \frac{5}{18}.$$

16. ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，∴ $BC=DC$ ， $\angle BCE=90^\circ$ ；同理可得 $CE=CG$ ， $\angle DCG=90^\circ$ ；
∴ $\triangle BCE \cong \triangle DCG$ ，∴ $\angle BEC = \angle DGC$ ，∴ $\angle EDH = \angle CDG$ ， $\angle DGC + \angle CDG = 90^\circ$ ；
∴ $\angle EDH + \angle BEC = 90^\circ$ ，∴ $\angle EHD = 90^\circ$ ，∴ $HG \perp BE$ ，故①正确；

易证得 $\triangle BGH \cong \triangle EGH$ ，∴ $BH=EH$ ，又∵ O 是 EG 的中点，∴ $HO \perp BE$ ，

设 EC 和 OH 相交于点 N 。设 $HN=a$ ，则 $BC=2a$ ，设正方形 $ECGF$ 的边长是 $2b$ ，则 $NC=b$ ，
 $CD=2a$ ，∵ $OH \parallel BC$ ，∴ $\triangle DHN \sim \triangle DGC$ ，∴ $\frac{DN}{DC} = \frac{HN}{CG}$ ，即 $\frac{b-2a}{2a} = \frac{a}{2b}$ ，即 a^2+2ab

$$-b^2=0$$
，解得： $a = \frac{-2+2\sqrt{2}}{2}b = (-1+\sqrt{2})b$ ，或 $a = (-1-\sqrt{2})b$ （舍去），则 $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$

-1；则 $S_{\text{正方形}ABCD} : S_{\text{正方形}ECGF} = (\sqrt{2}-1)^2 = 3-2\sqrt{2}$ ，故②错误；

$$\because EF \parallel OH, \therefore \triangle EFM \sim \triangle OMH, \therefore \frac{EM}{OM} = \frac{EF}{OH} = \frac{2b}{a+b}, \therefore \frac{EM}{OE} = \frac{2b}{a+3b},$$

$$\frac{EM}{EG} = \frac{b}{a+3b}, \therefore \frac{EM}{MG} = \frac{b}{a+2b} = \frac{1}{\frac{a}{b}+2} = \frac{1}{\sqrt{2}-1+2} = \frac{1}{\sqrt{2}+1}, \text{故③正确.}$$

因此正确的结论是①③。

三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

17. 解：配方法： $6x^2+7x-3=0$ ， $x^2+\frac{7}{6}x=\frac{1}{2}$ ， $(x+\frac{7}{12})^2=\frac{1}{2}+\frac{49}{144}=\frac{121}{144}$ ，故 $x+\frac{7}{12}=\pm\frac{11}{12}$ ，

解得： $x_1=-\frac{3}{2}$ ， $x_2=\frac{1}{3}$ 。

因式分解法： $6x^2+7x-3=0$ ， $6x^2+9x-2x-3=0$ ， $3x(2x+3)-(2x+3)=0$ ， $(2x+3)(3x-1)=0$ ，

解得 $x_1=-\frac{3}{2}$ ， $x_2=\frac{1}{3}$ 。（只写了一种正确方法的得 4 分）

18.解: 设经过 $(0, 0)$ 和 (a, b) 的直线是 $y=kx$, 则 $b=ak$, 则 $k=\frac{b}{a}$, 设经过 $(0, 0)$ 和 $(c,$

$d)$ 的直线的解析式是: $y=mx$, 则 $d=cm$, 解得: $m=\frac{d}{c}$, $\therefore a, b, c, d$ 四个数成比例,

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$, $\therefore k=m$, 则直线 $y=kx$ 和直线 $y=mx$ 是同一直线, 即点 (a, b) , (c, d) 和坐

标原点 $O(0, 0)$ 在同一条直线上.

19.证明: $\because m=2x^2-6xy+5y^2=(x-2y)^2+(x-y)^2$, 其中 x, y 是有理数, \therefore “世博数” $m=p^2+q^2$ (其中 p, q 是任意有理数), 只须 $p=x-2y, q=x-y$ 即可. \therefore 对于任意的两个 “世博数” a, b , 不妨设 $a=j^2+k^2, b=r^2+s^2$, 其中 j, k, r, s 为任意给定的有理数, 因此有:

$$\frac{a}{b} = \frac{j^2+k^2}{r^2+s^2} = \frac{(j^2+k^2)(r^2+s^2)}{(r^2+s^2)^2} = \frac{(jr+ks)^2+(js-kr)^2}{(r^2+s^2)^2} = \left(\frac{jr+ks}{r^2+s^2}\right)^2 + \left(\frac{js-kr}{r^2+s^2}\right)^2$$

也是 “世博数” .

20. (1) 证明: 取 AF 的中点 M , 连接 MD , $\because AD=DC, \therefore CF=2MD$, 且 $MD \parallel BC$,

$\therefore \angle DMH = \angle BFH$, 又 $\because \angle BGH = \angle BGF = 90^\circ, \angle HBG = \angle FBG, \therefore \angle BHG = \angle BFH$,

而 $\angle DMH = \angle BFH, \angle DHM = \angle BHG, \therefore \angle DMH = \angle DHM, \therefore DH = DM$.

而 $CF = 2MD, \therefore CF = 2DH$;

(2) 解: 过 E 作 $EN \perp BC$ 于 $N, \because AB=BC, AD=DC, \therefore BD \perp AC$, 而 BE 平分 $\angle CBD$,

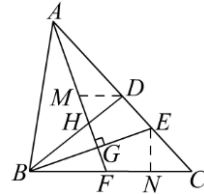
$EN \perp BC, \therefore EN = DE = 4$, 在 $Rt\triangle CEN$ 中, $\cos \angle BCA = \frac{CN}{CE} = \frac{3}{5}, \therefore$ 设 $CN = 3k$, 则 $CE = 5k$,

得 $EN = 4k = 4. \therefore k = 1, CE = 5, CD = 9$, 在 $Rt\triangle BCD$ 中,

$$\cos \angle BCA = \frac{CD}{BC} = \frac{3}{5}, \therefore BC = 15, BD = 12,$$

又 $\because \angle BHG = \angle BFH, \therefore BH = BF$, 设 $DH = x$, 则 $FC = 2x$,

$BH = 12 - x, BF = 15 - 2x$. 由 $12 - x = 15 - 2x$, 得 $x = 3, \therefore HD = 3$.



21.解: (1) 设抛物线的解析式为 $y=a(x+4)^2+9$. \because 将 $B(-1, 0)$ 代入得: $9a+9=0$, 解得: $a=-1, \therefore$ 解析式为 $y=-(x+4)^2+9$, 即 $y=-x^2-8x-7$. \because 点 A 与点 B 关于 $x=-4$ 对称, $B(-1, 0) \therefore A(-7, 0)$. 设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$. \because 将 $A(-7, 0), C(-$

$4, 9)$ 代入得:
$$\begin{cases} -7k+b=0, \\ -4k+b=9, \end{cases}$$
 解得: $k=3, b=21, \therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=3x+21$.

(2) $\because AH=3, CH=9, \therefore S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 = \frac{27}{2}$. $\because S_{\triangle APC} = \frac{2}{9} S_{\triangle AHC}, \therefore S_{\triangle APC} = \frac{2}{9} \times \frac{27}{2} = 3$.

设 $P(a, -a^2-8a-7), N(a, 3a+21)$. 则 $PN = -a^2-8a-7 - (3a+21) = -a^2-11a-28$. 连 PA, PC , 则 $S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} PN \cdot AE + \frac{1}{2} PN \cdot EH = \frac{1}{2} PN \cdot AH = 3, \therefore \frac{1}{2} \times (-a^2-11a-28) \times 3 = 3$, 解得 $a_1 = -5, a_2 = -6. \therefore$ 点 $P(-5, 8)$ 或 $(-6, 5)$.

(3) \because 由 (2) 可知 $PN = -a^2-11a-28 = -(a+\frac{11}{2})^2 + \frac{9}{4}$. $\therefore PN$ 的最大值为 $\frac{9}{4}$.

$\because EN \parallel CH, \therefore \angle ACH = \angle ANE. \because \angle PNM = \angle ENA, \therefore \angle PNM = \angle ACH$. 又 $\because \angle PMN =$

$\angle AHC = 90^\circ, \therefore \triangle PMN \sim \triangle AHC. \therefore PM: MN: PN = HA: CH: CA = 1: 3: \sqrt{10}$.

$$\therefore l = PN \times \frac{1+3+\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{9}{4} \times \frac{4+\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{18\sqrt{10}+45}{20}.$$