

## 2018 年江苏省苏州市中考数学试卷

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

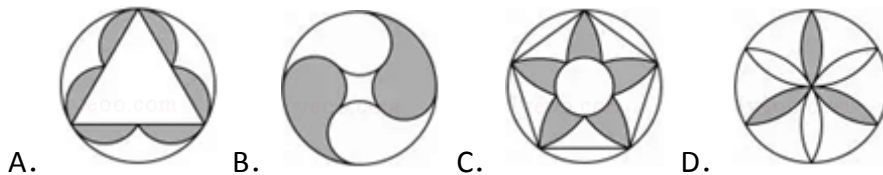
1. (3.00 分) (2018•苏州) 在下列四个实数中，最大的数是 ( )

- A. -3 B. 0 C.  $\frac{3}{2}$  D.  $\frac{3}{4}$

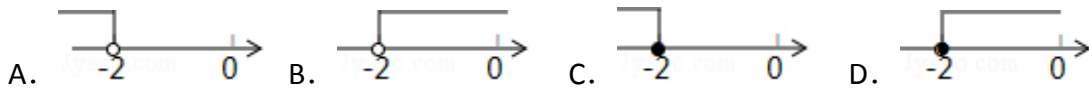
2. (3.00 分) (2018•苏州) 地球与月球之间的平均距离大约为 384000km, 384000 用科学记数法可表示为 ( )

- A.  $3.84 \times 10^3$  B.  $3.84 \times 10^4$  C.  $3.84 \times 10^5$  D.  $3.84 \times 10^6$

3. (3.00 分) (2018•苏州) 下列四个图案中，不是轴对称图案的是 ( )



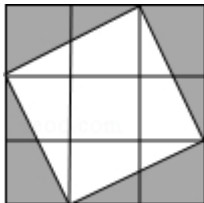
4. (3.00 分) (2018•苏州) 若  $\sqrt{x+2}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围在数轴上表示正确的是 ( )



5. (3.00 分) (2018•苏州) 计算  $(1+\frac{1}{x}) \div \frac{x^2+2x+1}{x}$  的结果是 ( )

- A.  $x+1$  B.  $\frac{1}{x+1}$  C.  $\frac{x}{x+1}$  D.  $\frac{x+1}{x}$

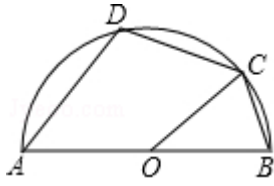
6. (3.00 分) (2018•苏州) 如图，飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同. 若某人向游戏板投掷飞镖一次（假设飞镖落在游戏板上），则飞镖落在阴影部分的概率是 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{4}{9}$  D.  $\frac{5}{9}$

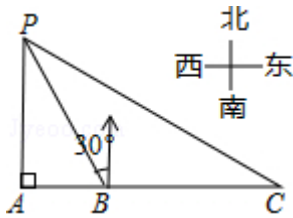
7. (3.00 分) (2018•苏州) 如图，AB 是半圆的直径，O 为圆心，C 是半圆上的

点，D 是  $\widehat{AC}$  上的点，若  $\angle BOC=40^\circ$ ，则  $\angle D$  的度数为（ ）



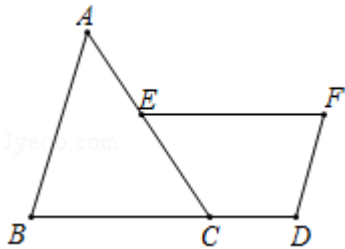
- A.  $100^\circ$  B.  $110^\circ$  C.  $120^\circ$  D.  $130^\circ$

8. (3.00 分) (2018•苏州) 如图，某海监船以 20 海里/小时的速度在某海域执行巡航任务，当海监船由西向东航行至 A 处时，测得岛屿 P 恰好在其正北方向，继续向东航行 1 小时到达 B 处，测得岛屿 P 在其北偏西  $30^\circ$  方向，保持航向不变又航行 2 小时到达 C 处，此时海监船与岛屿 P 之间的距离（即 PC 的长）为（ ）



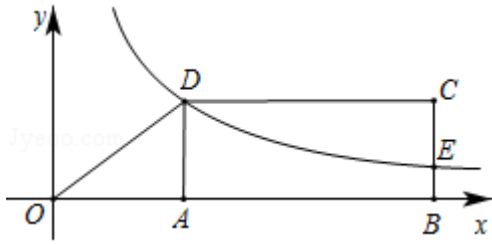
- A. 40 海里 B. 60 海里 C.  $20\sqrt{3}$  海里 D.  $40\sqrt{3}$  海里

9. (3.00 分) (2018•苏州) 如图，在  $\triangle ABC$  中，延长 BC 至 D，使得  $CD=\frac{1}{2}BC$ ，过 AC 中点 E 作  $EF\parallel CD$ （点 F 位于点 E 右侧），且  $EF=2CD$ ，连接 DF. 若  $AB=8$ ，则 DF 的长为（ ）



- A. 3 B. 4 C.  $2\sqrt{3}$  D.  $3\sqrt{2}$

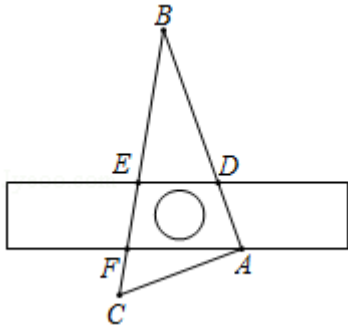
10. (3.00 分) (2018•苏州) 如图，矩形 ABCD 的顶点 A, B 在 x 轴的正半轴上，反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  在第一象限内的图象经过点 D，交 BC 于点 E. 若  $AB=4$ ， $CE=2BE$ ， $\tan\angle AOD=\frac{3}{4}$ ，则 k 的值为（ ）



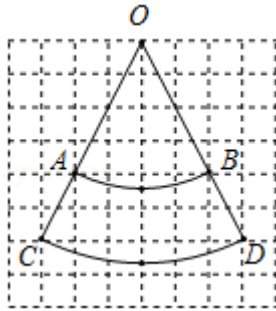
- A. 3    B.  $2\sqrt{3}$     C. 6    D. 12

二、填空题（每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

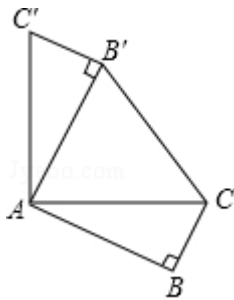
11. (3.00 分) (2018•苏州) 计算： $a^4 \div a = \underline{\hspace{2cm}}$ .
12. (3.00 分) (2018•苏州) 在“献爱心”捐款活动中，某校 7 名同学的捐款数如下（单位：元）：5，8，6，8，5，10，8，这组数据的众数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
13. (3.00 分) (2018•苏州) 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  有一个根是 2，则  $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$ .
14. (3.00 分) (2018•苏州) 若  $a + b = 4$ ， $a - b = 1$ ，则  $(a + 1)^2 - (b - 1)^2$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
15. (3.00 分) (2018•苏州) 如图， $\triangle ABC$  是一块直角三角板， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，现将三角板叠放在一把直尺上，使得点 A 落在直尺的一边上，AB 与直尺的另一边交于点 D，BC 与直尺的两边分别交于点 E，F. 若  $\angle CAF = 20^\circ$ ，则  $\angle BED$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ °.



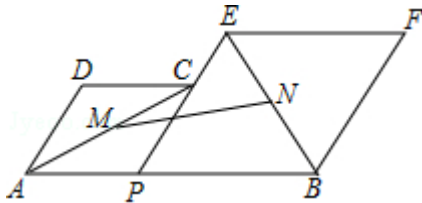
16. (3.00 分) (2018•苏州) 如图， $8 \times 8$  的正方形网格纸上有扇形 OAB 和扇形 OCD，点 O，A，B，C，D 均在格点上. 若用扇形 OAB 围成一个圆锥的侧面，记这个圆锥的底面半径为  $r_1$ ；若用扇形 OCD 围成另一个圆锥的侧面，记这个圆锥的底面半径为  $r_2$ ，则  $\frac{r_1}{r_2}$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



17. (3.00分) (2018•苏州) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=2\sqrt{5}$ ,  $BC=\sqrt{5}$ . 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按逆时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle AB'C'$ , 连接  $B'C$ , 则  $\sin \angle ACB' =$  \_\_\_\_\_.



18. (3.00分) (2018•苏州) 如图, 已知  $AB=8$ ,  $P$  为线段  $AB$  上的一个动点, 分别以  $AP$ ,  $PB$  为边在  $AB$  的同侧作菱形  $APCD$  和菱形  $PBFE$ , 点  $P$ ,  $C$ ,  $E$  在一条直线上,  $\angle DAP=60^\circ$ .  $M$ ,  $N$  分别是对角线  $AC$ ,  $BE$  的中点. 当点  $P$  在线段  $AB$  上移动时, 点  $M$ ,  $N$  之间的距离最短为 \_\_\_\_\_ (结果留根号).

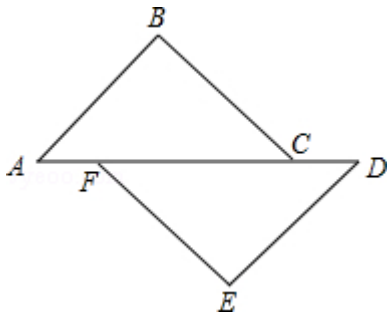


三、解答题 (每题只有一个正确选项, 本题共 10 小题, 共 76 分)

19. (5.00分) (2018•苏州) 计算:  $|- \frac{1}{2}| + \sqrt{9} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$ .

20. (5.00分) (2018•苏州) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x \geq x+2 \\ x+4 < 2(2x-1) \end{cases}$$

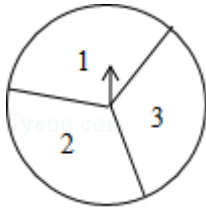
21. (6.00分) (2018•苏州) 如图, 点  $A$ ,  $F$ ,  $C$ ,  $D$  在一条直线上,  $AB \parallel DE$ ,  $AB=DE$ ,  $AF=DC$ . 求证:  $BC \parallel EF$ .



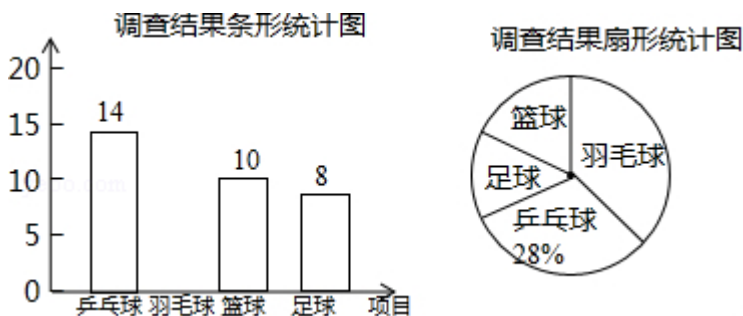
22. (6.00 分) (2018•苏州) 如图, 在一个可以自由转动的转盘中, 指针位置固定, 三个扇形的面积都相等, 且分别标有数字 1, 2, 3.

(1) 小明转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 指针所指扇形中的数字是奇数的概率为\_\_\_\_\_;

(2) 小明先转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 记录下指针所指扇形中的数字; 接着再转动转盘一次, 当转盘停止转动时, 再次记录下指针所指扇形中的数字, 求这两个数字之和是 3 的倍数的概率 (用画树状图或列表等方法求解).



23. (8.00 分) (2018•苏州) 某学校计划在“阳光体育”活动课程中开设乒乓球、羽毛球、篮球、足球四个体育活动项目供学生选择. 为了估计全校学生对这四个活动项目的选择情况, 体育老师从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查 (规定每人必须并且只能选择其中的一个项目), 并把调查结果绘制成如图所示的不完整的条形统计图和扇形统计图, 请你根据图中信息解答下列问题:



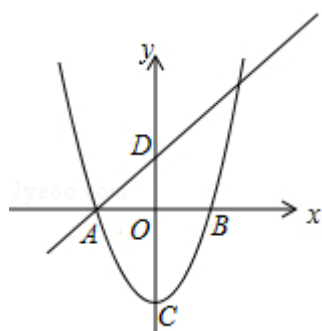
- 求参加这次调查的学生人数, 并补全条形统计图;
- 求扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数;
- 若该校共有 600 名学生, 试估计该校选择“足球”项目的学生有多少人?

24. (8.00分) (2018•苏州) 某学校准备购买若干台 A 型电脑和 B 型打印机. 如果购买 1 台 A 型电脑, 2 台 B 型打印机, 一共需要花费 5900 元; 如果购买 2 台 A 型电脑, 2 台 B 型打印机, 一共需要花费 9400 元.

- (1) 求每台 A 型电脑和每台 B 型打印机的价格分别是多少元?
- (2) 如果学校购买 A 型电脑和 B 型打印机的预算费用不超过 20000 元, 并且购买 B 型打印机的台数要比购买 A 型电脑的台数多 1 台, 那么该学校至多能购买多少台 B 型打印机?

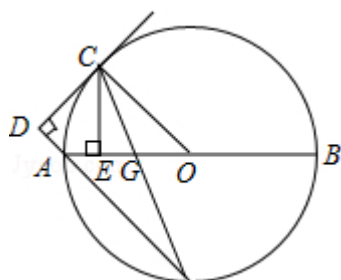
25. (8.00分) (2018•苏州) 如图, 已知抛物线  $y=x^2 - 4$  与 x 轴交于点 A, B (点 A 位于点 B 的左侧), C 为顶点, 直线  $y=x+m$  经过点 A, 与 y 轴交于点 D.

- (1) 求线段 AD 的长;
- (2) 平移该抛物线得到一条新抛物线, 设新抛物线的顶点为  $C'$ . 若新抛物线经过点 D, 并且新抛物线的顶点和原抛物线的顶点的连线  $CC'$  平行于直线 AD, 求新抛物线对应的函数表达式.



26. (10.00分) (2018•苏州) 如图, AB 是  $\odot O$  的直径, 点 C 在  $\odot O$  上, AD 垂直于过点 C 的切线, 垂足为 D, CE 垂直 AB, 垂足为 E. 延长 DA 交  $\odot O$  于点 F, 连接 FC, FC 与 AB 相交于点 G, 连接 OC.

- (1) 求证:  $CD=CE$ ;
- (2) 若  $AE=GE$ , 求证:  $\triangle CEO$  是等腰直角三角形.



27. (10.00分) (2018•苏州) 问题 1: 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=4$ , D 是 AB 上

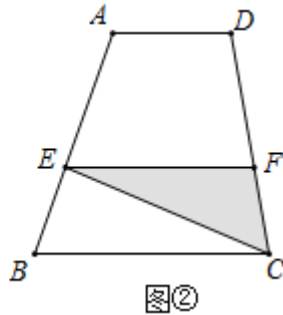
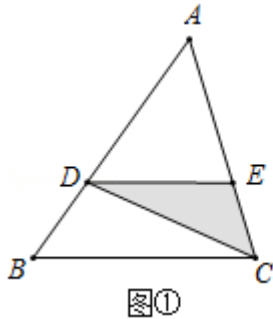
一点（不与 A, B 重合）， $DE \parallel BC$ ，交 AC 于点 E，连接 CD. 设  $\triangle ABC$  的面积为 S， $\triangle DEC$  的面积为  $S'$ .

(1) 当  $AD=3$  时， $\frac{S'}{S} = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 设  $AD=m$ ，请你用含字母 m 的代数式表示  $\frac{S'}{S}$ .

问题 2: 如图②，在四边形 ABCD 中， $AB=4$ ， $AD \parallel BC$ ， $AD = \frac{1}{2}BC$ ，E 是 AB 上一点

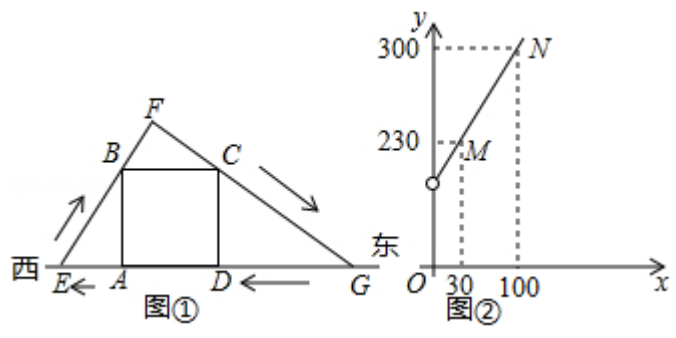
（不与 A, B 重合）， $EF \parallel BC$ ，交 CD 于点 F，连接 CE. 设  $AE=n$ ，四边形 ABCD 的面积为 S， $\triangle EFC$  的面积为  $S'$ . 请你利用问题 1 的解法或结论，用含字母 n 的代数式表示  $\frac{S'}{S}$ .



28. (10.00 分) (2018•苏州) 如图①，直线 l 表示一条东西走向的笔直公路，四边形 ABCD 是一块边长为 100 米的正方形草地，点 A, D 在直线 l 上，小明从点 A 出发，沿公路 l 向西走了若干米后到达点 E 处，然后转身沿射线 EB 方向走到点 F 处，接着又改变方向沿射线 FC 方向走到公路 l 上的点 G 处，最后沿公路 l 回到点 A 处. 设  $AE=x$  米（其中  $x>0$ ）， $GA=y$  米，已知 y 与 x 之间的函数关系如图②所示，

(1) 求图②中线段 MN 所在直线的函数表达式;

(2) 试问小明从起点 A 出发直至最后回到点 A 处，所走过的路径（即  $\triangle EFG$ ）是否可以是一个等腰三角形？如果可以，求出相应 x 的值；如果不可以，说明理由.





# 2018 年江苏省苏州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. (3.00 分) (2018•苏州) 在下列四个实数中，最大的数是 ( )

- A. -3 B. 0 C.  $\frac{3}{2}$  D.  $\frac{3}{4}$

【分析】将各数按照从小到大顺序排列，找出最大的数即可.

【解答】解：根据题意得： $-3 < 0 < \frac{3}{4} < \frac{3}{2}$ ,

则最大的数是： $\frac{3}{2}$ .

故选：C.

【点评】此题考查了有理数大小比较，将各数按照从小到大顺序排列是解本题的关键.

2. (3.00 分) (2018•苏州) 地球与月球之间的平均距离大约为 384000km，384000 用科学记数法可表示为 ( )

- A.  $3.84 \times 10^3$  B.  $3.84 \times 10^4$  C.  $3.84 \times 10^5$  D.  $3.84 \times 10^6$

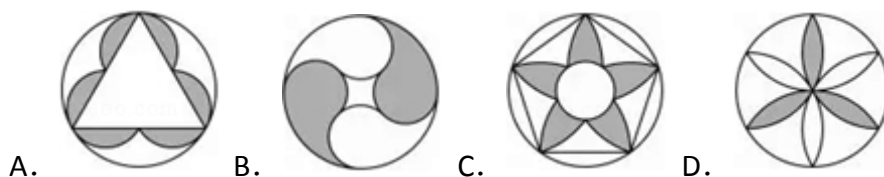
【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 384 000 有 6 位，所以可以确定  $n=6-1=5$ .

【解答】解： $384\ 000=3.84 \times 10^5$ .

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3.00 分) (2018•苏州) 下列四个图案中，不是轴对称图案的是 ( )



【分析】根据轴对称的概念对各选项分析判断利用排除法求解.

**【解答】**解：A、是轴对称图形，故本选项错误；

B、不是轴对称图形，故本选项正确；

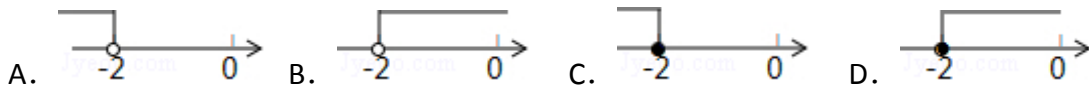
C、是轴对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，故本选项错误。

故选：B。

**【点评】**本题考查了轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

4. (3.00分) (2018•苏州) 若 $\sqrt{x+2}$ 在实数范围内有意义，则x的取值范围在数轴上表示正确的是( )



**【分析】**根据二次根式有意义的条件列出不等式，解不等式，把解集在数轴上表示即可．

**【解答】**解：由题意得 $x+2 \geq 0$ ，

解得 $x \geq -2$ ．

故选：D。

**【点评】**本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式中的被开方数是非负数是解题的关键．

5. (3.00分) (2018•苏州) 计算 $(1+\frac{1}{x}) \div \frac{x^2+2x+1}{x}$ 的结果是( )

A.  $x+1$  B.  $\frac{1}{x+1}$  C.  $\frac{x}{x+1}$  D.  $\frac{x+1}{x}$

**【分析】**先计算括号内分式的加法、将除式分子因式分解，再将除法转化为乘法，约分即可得．

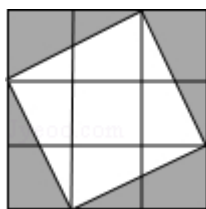
**【解答】**解：原式 $= (\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x}) \div \frac{(x+1)^2}{x}$

$$= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)^2}$$
$$= \frac{1}{x+1}$$

故选：B。

**【点评】** 本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式混合运算顺序和运算法则.

6. (3.00分)(2018•苏州)如图,飞镖游戏板中每一块小正方形除颜色外都相同.若某人向游戏板投掷飞镖一次(假设飞镖落在游戏板上),则飞镖落在阴影部分的概率是( )



- A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{4}{9}$  D.  $\frac{5}{9}$

**【分析】** 根据几何概率的求法:飞镖落在阴影部分的概率就是阴影区域的面积与总面积的比值.

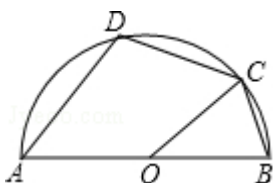
**【解答】** 解:  $\because$  总面积为  $3 \times 3 = 9$ , 其中阴影部分面积为  $4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = 4$ ,

$\therefore$  飞镖落在阴影部分的概率是  $\frac{4}{9}$ ,

故选: C.

**【点评】** 本题考查几何概率的求法: 首先根据题意将代数关系用面积表示出来, 一般用阴影区域表示所求事件(A); 然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例, 这个比例即事件(A)发生的概率.

7. (3.00分)(2018•苏州)如图, AB 是半圆的直径, O 为圆心, C 是半圆上的点, D 是  $\widehat{AC}$  上的点, 若  $\angle BOC = 40^\circ$ , 则  $\angle D$  的度数为( )



- A.  $100^\circ$  B.  $110^\circ$  C.  $120^\circ$  D.  $130^\circ$

**【分析】** 根据互补得出  $\angle AOC$  的度数, 再利用圆周角定理解答即可.

**【解答】** 解:  $\because \angle BOC = 40^\circ$ ,

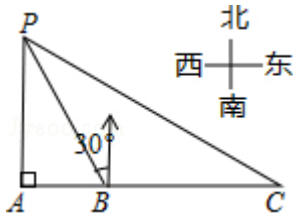
$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 140^\circ) = 110^\circ,$$

故选：B.

**【点评】**此题考查圆周角定理，关键是根据互补得出 $\angle AOC$ 的度数.

8. (3.00分) (2018•苏州) 如图，某海监船以20海里/小时的速度在某海域执行巡航任务，当海监船由西向东航行至A处时，测得岛屿P恰好在其正北方向，继续向东航行1小时到达B处，测得岛屿P在其北偏西 $30^\circ$ 方向，保持航向不变又航行2小时到达C处，此时海监船与岛屿P之间的距离（即PC的长）为（ ）



- A. 40海里 B. 60海里 C.  $20\sqrt{3}$ 海里 D.  $40\sqrt{3}$ 海里

**【分析】**首先证明 $PB=BC$ ，推出 $\angle C=30^\circ$ ，可得 $PC=2PA$ ，求出 $PA$ 即可解决问题；

**【解答】**解：在 $Rt\triangle PAB$ 中， $\because \angle APB=30^\circ$ ，

$$\therefore PB=2AB,$$

由题意 $BC=2AB$ ，

$$\therefore PB=BC,$$

$$\therefore \angle C = \angle CPB,$$

$$\because \angle ABP = \angle C + \angle CPB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore PC = 2PA,$$

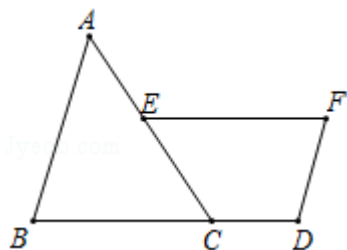
$$\because PA = AB \cdot \tan 60^\circ,$$

$$\therefore PC = 2 \times 20 \times \sqrt{3} = 40\sqrt{3} \text{ (海里)},$$

故选：D.

**【点评】**本题考查解直角三角形的应用 - 方向角问题，解题的关键是证明 $PB=BC$ ，推出 $\angle C=30^\circ$ .

9. (3.00 分) (2018•苏州) 如图, 在 $\triangle ABC$  中, 延长  $BC$  至  $D$ , 使得  $CD=\frac{1}{2}BC$ , 过  $AC$  中点  $E$  作  $EF\parallel CD$  (点  $F$  位于点  $E$  右侧), 且  $EF=2CD$ , 连接  $DF$ . 若  $AB=8$ , 则  $DF$  的长为 ( )



- A. 3    B. 4    C.  $2\sqrt{3}$     D.  $3\sqrt{2}$

**【分析】**取  $BC$  的中点  $G$ , 连接  $EG$ , 根据三角形的中位线定理得:  $EG=4$ , 设  $CD=x$ , 则  $EF=BC=2x$ , 证明四边形  $EGDF$  是平行四边形, 可得  $DF=EG=4$ .

**【解答】**解: 取  $BC$  的中点  $G$ , 连接  $EG$ ,

$\because E$  是  $AC$  的中点,

$\therefore EG$  是  $\triangle ABC$  的中位线,

$$\therefore EG = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

设  $CD=x$ , 则  $EF=BC=2x$ ,

$$\therefore BG=CG=x,$$

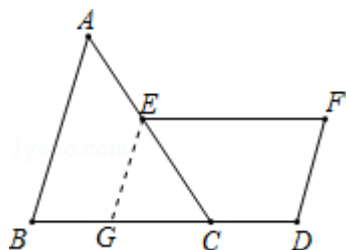
$$\therefore EF=2x=DG,$$

$\because EF\parallel CD$ ,

$\therefore$  四边形  $EGDF$  是平行四边形,

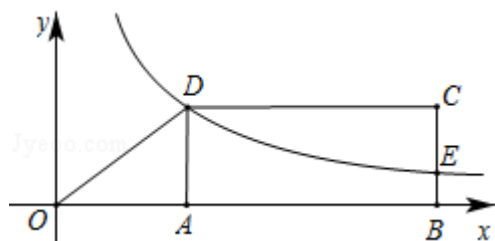
$$\therefore DF=EG=4,$$

故选: B.



**【点评】**本题考查了平行四边形的判定和性质、三角形中位线定理, 作辅助线构建三角形的中位线是本题的关键.

10. (3.00分) (2018•苏州) 如图, 矩形 ABCD 的顶点 A, B 在 x 轴的正半轴上, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在第一象限内的图象经过点 D, 交 BC 于点 E. 若  $AB=4$ ,  $CE=2BE$ ,  $\tan \angle AOD = \frac{3}{4}$ , 则 k 的值为 ( )



A. 3    B.  $2\sqrt{3}$     C. 6    D. 12

**【分析】** 由  $\tan \angle AOD = \frac{AD}{OA} = \frac{3}{4}$  可设  $AD=3a$ 、 $OA=4a$ , 在表示出点 D、E 的坐标, 由反比例函数经过点 D、E 列出关于 a 的方程, 解之求得 a 的值即可得出答案.

**【解答】** 解:  $\because \tan \angle AOD = \frac{AD}{OA} = \frac{3}{4}$ ,

$\therefore$  设  $AD=3a$ 、 $OA=4a$ ,

则  $BC=AD=3a$ , 点 D 坐标为  $(4a, 3a)$ ,

$\because CE=2BE$ ,

$\therefore BE = \frac{1}{3}BC = a$ ,

$\because AB=4$ ,

$\therefore$  点 E  $(4+4a, a)$ ,

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  经过点 D、E,

$\therefore k = 12a^2 = (4+4a)a$ ,

解得:  $a = \frac{1}{2}$  或  $a = 0$  (舍),

则  $k = 12 \times \frac{1}{4} = 3$ ,

故选: A.

**【点评】** 本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征, 解题的关键是根据题意表示出点 D、E 的坐标及反比例函数图象上点的横纵坐标乘积都等于反比例系数 k.

二、填空题 (每题只有一个正确选项, 本题共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

11. (3.00分) (2018•苏州) 计算:  $a^4 \div a = \underline{a^3}$ .

【分析】根据同底数幂的除法解答即可.

【解答】解:  $a^4 \div a = a^3$ ,

故答案为:  $a^3$

【点评】此题主要考查了同底数幂的除法, 对于相关的同底数幂的除法的法则要求学生很熟练, 才能正确求出结果.

12. (3.00分) (2018•苏州) 在“献爱心”捐款活动中, 某校 7 名同学的捐款数如下 (单位: 元): 5, 8, 6, 8, 5, 10, 8, 这组数据的众数是 8.

【分析】根据众数的概念解答.

【解答】解: 在 5, 8, 6, 8, 5, 10, 8, 这组数据中, 8 出现了 3 次, 出现的次数最多,

$\therefore$  这组数据的众数是 8,

故答案为: 8.

【点评】本题考查的是众数的确定, 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

13. (3.00分) (2018•苏州) 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  有一个根是 2, 则  $m + n = \underline{-2}$ .

【分析】根据一元二次方程的解的定义把  $x=2$  代入  $x^2 + mx + 2n = 0$  得到  $4 + 2m + 2n = 0$  得  $n + m = -2$ , 然后利用整体代入的方法进行计算.

【解答】解:  $\because 2$  ( $n \neq 0$ ) 是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  的一个根,

$\therefore 4 + 2m + 2n = 0$ ,

$\therefore n + m = -2$ ,

故答案为:  $-2$ .

【点评】本题考查了一元二次方程的解 (根): 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根, 所以, 一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

14. (3.00分) (2018•苏州) 若  $a + b = 4$ ,  $a - b = 1$ , 则  $(a+1)^2 - (b-1)^2$  的值为

12.

【分析】对所求代数式运用平方差公式进行因式分解，然后整体代入求值.

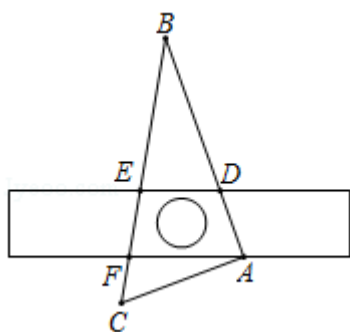
【解答】解：∵ $a+b=4$ ， $a-b=1$ ，

$$\begin{aligned} &\therefore (a+1)^2 - (b-1)^2 \\ &= (a+1+b-1)(a+1-b+1) \\ &= (a+b)(a-b+2) \\ &= 4 \times (1+2) \\ &= 12. \end{aligned}$$

故答案是：12.

【点评】本题考查了公式法分解因式，属于基础题，熟练掌握平方差公式的结构即可解答.

15. (3.00分)(2018•苏州)如图， $\triangle ABC$  是一块直角三角板， $\angle BAC=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，现将三角板叠放在一把直尺上，使得点 A 落在直尺的一边上，AB 与直尺的另一边交于点 D，BC 与直尺的两边分别交于点 E，F. 若  $\angle CAF=20^\circ$ ，则  $\angle BED$  的度数为 80  $^\circ$ .



【分析】依据  $DE \parallel AF$ ，可得  $\angle BED = \angle BFA$ ，再根据三角形外角性质，即可得到  $\angle BFA = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$ ，进而得出  $\angle BED = 80^\circ$ .

【解答】解：如图所示，∵ $DE \parallel AF$ ，

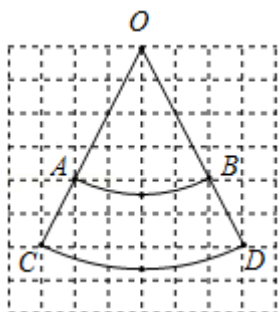
$$\begin{aligned} &\therefore \angle BED = \angle BFA, \\ &\text{又} \because \angle CAF = 20^\circ, \angle C = 60^\circ, \\ &\therefore \angle BFA = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ, \\ &\therefore \angle BED = 80^\circ, \end{aligned}$$

故答案为：80.



【点评】本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

16. (3.00分) (2018•苏州) 如图,  $8 \times 8$  的正方形网格纸上有扇形  $OAB$  和扇形  $OCD$ , 点  $O, A, B, C, D$  均在格点上. 若用扇形  $OAB$  围成一个圆锥的侧面, 记这个圆锥的底面半径为  $r_1$ ; 若用扇形  $OCD$  围成另一个圆锥的侧面, 记这个圆锥的底面半径为  $r_2$ , 则  $\frac{r_1}{r_2}$  的值为  $\frac{2}{3}$ .



【分析】由  $2\pi r_1 = \frac{\angle AOB \cdot \pi \cdot OA}{180}$ 、 $2\pi r_2 = \frac{\angle AOB \cdot \pi \cdot OC}{180}$  知  $r_1 = \frac{\angle AOB \cdot OA}{360}$ 、 $r_2 = \frac{\angle AOB \cdot OC}{360}$ ,

据此可得  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{OA}{OC}$ , 利用勾股定理计算可得.

【解答】解:  $\because 2\pi r_1 = \frac{\angle AOB \cdot \pi \cdot OA}{180}$ 、 $2\pi r_2 = \frac{\angle AOB \cdot \pi \cdot OC}{180}$ ,

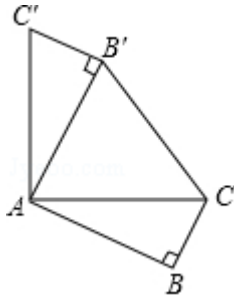
$$\therefore r_1 = \frac{\angle AOB \cdot OA}{360}, r_2 = \frac{\angle AOB \cdot OC}{360},$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{OA}{OC} = \frac{\sqrt{2^2+4^2}}{\sqrt{3^2+6^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{3},$$

故答案为:  $\frac{2}{3}$ .

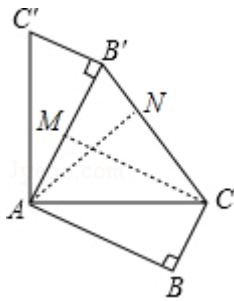
【点评】本题主要考查圆锥的计算, 解题的关键是掌握圆锥体底面周长与母线长之间的关系式及勾股定理.

17. (3.00分) (2018•苏州) 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=2\sqrt{5}$ ,  $BC=\sqrt{5}$ . 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按逆时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle AB'C'$ , 连接  $B'C$ , 则  $\sin \angle ACB' = \frac{4}{5}$ .



**【分析】**根据勾股定理求出  $AC$ ，过  $C$  作  $CM \perp AB'$  于  $M$ ，过  $A$  作  $AN \perp CB'$  于  $N$ ，求出  $B'M$ 、 $CM$ ，根据勾股定理求出  $B'C$ ，根据三角形面积公式求出  $AN$ ，解直角三角形求出即可。

**【解答】**解：在  $Rt\triangle ABC$  中，由勾股定理得： $AC = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5$ ，



过  $C$  作  $CM \perp AB'$  于  $M$ ，过  $A$  作  $AN \perp CB'$  于  $N$ ，

$\because$  根据旋转得出  $AB' = AB = 2\sqrt{5}$ ， $\angle B'AB = 90^\circ$ ，

即  $\angle CMA = \angle MAB = \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore CM = AB = 2\sqrt{5}$ ， $AM = BC = \sqrt{5}$ ，

$\therefore B'M = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$ ，

在  $Rt\triangle B'MC$  中，由勾股定理得： $B'C = \sqrt{CM^2 + B'M^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5$ ，

$\therefore S_{\triangle AB'C} = \frac{1}{2} \times CB' \times AN = \frac{1}{2} \times CM \times AB'$ ，

$\therefore 5 \times AN = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}$ ，

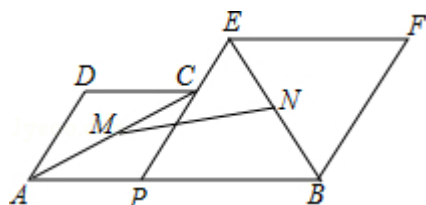
解得： $AN = 4$ ，

$\therefore \sin \angle ACB' = \frac{AN}{AC} = \frac{4}{5}$ ，

故答案为： $\frac{4}{5}$ 。

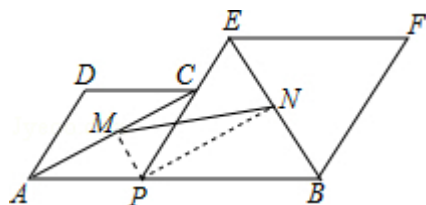
**【点评】**本题考查了解直角三角形、勾股定理、矩形的性质和判定，能正确作出辅助线是解此题的关键。

18. (3.00分) (2018•苏州) 如图, 已知  $AB=8$ ,  $P$  为线段  $AB$  上的一个动点, 分别以  $AP$ ,  $PB$  为边在  $AB$  的同侧作菱形  $APCD$  和菱形  $PBFE$ , 点  $P$ ,  $C$ ,  $E$  在一条直线上,  $\angle DAP=60^\circ$ .  $M$ ,  $N$  分别是对角线  $AC$ ,  $BE$  的中点. 当点  $P$  在线段  $AB$  上移动时, 点  $M$ ,  $N$  之间的距离最短为  $2\sqrt{3}$  (结果留根号).



**【分析】** 连接  $PM$ 、 $PN$ . 首先证明  $\angle MPN=90^\circ$ . 设  $PA=2a$ , 则  $PB=8-2a$ ,  $PM=a$ ,  $PN=\sqrt{3}(4-a)$ , 构建二次函数, 利用二次函数的性质即可解决问题;

**【解答】** 解: 连接  $PM$ 、 $PN$ .



$\because$  四边形  $APCD$ , 四边形  $PBFE$  是菱形,  $\angle DAP=60^\circ$ ,

$\therefore \angle APC=120^\circ$ ,  $\angle EPB=60^\circ$ ,

$\because M$ ,  $N$  分别是对角线  $AC$ ,  $BE$  的中点,

$\therefore \angle CPM=\frac{1}{2}\angle APC=60^\circ$ ,  $\angle EPN=\frac{1}{2}\angle EPB=30^\circ$ ,

$\therefore \angle MPN=60^\circ+30^\circ=90^\circ$ ,

设  $PA=2a$ , 则  $PB=8-2a$ ,  $PM=a$ ,  $PN=\sqrt{3}(4-a)$ ,

$\therefore MN=\sqrt{a^2+[\sqrt{3}(4-a)]^2}=\sqrt{4a^2-24a+48}=\sqrt{4(a-3)^2+12}$ ,

$\therefore a=3$  时,  $MN$  有最小值, 最小值为  $2\sqrt{3}$ ,

故答案为  $2\sqrt{3}$ .

**【点评】** 本题考查菱形的性质、勾股定理二次函数的性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构建二次函数解决最值问题.

三、解答题 (每题只有一个正确选项, 本题共 10 小题, 共 76 分)

19. (5.00 分) (2018•苏州) 计算:  $|- \frac{1}{2}| + \sqrt{9} - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$ .

**【分析】**根据二次根式的运算法则即可求出答案.

**【解答】**解: 原式  $= \frac{1}{2} + 3 - \frac{1}{2} = 3$

**【点评】**本题考查实数的运算, 解题的关键是熟练运用运算法则, 本题属于基础题型.

20. (5.00 分) (2018•苏州) 解不等式组:  $\begin{cases} 3x \geq x+2 \\ x+4 < 2(2x-1) \end{cases}$

**【分析】**首先分别求出每一个不等式的解集, 然后确定它们解集的公共部分即可.

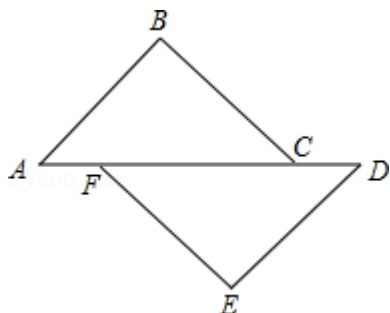
**【解答】**解: 由  $3x \geq x+2$ , 解得  $x \geq 1$ ,

由  $x+4 < 2(2x-1)$ , 解得  $x > 2$ ,

所以不等式组的解集为  $x > 2$ .

**【点评】**本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

21. (6.00 分) (2018•苏州) 如图, 点 A, F, C, D 在一条直线上,  $AB \parallel DE$ ,  $AB=DE$ ,  $AF=DC$ . 求证:  $BC \parallel EF$ .



**【分析】**由全等三角形的性质 SAS 判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 则对应角  $\angle ACB = \angle DFE$ , 故证得结论.

**【解答】**证明:  $\because AB \parallel DE$ ,

$\therefore \angle A = \angle D$ ,

$\because AF = DC$ ,

$\therefore AC = DF$ .

$\therefore$  在  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  中,

$$\begin{cases} AB=DE \\ \angle A=\angle D, \\ AC=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS),

$\therefore \angle ACB = \angle DFE$ ,

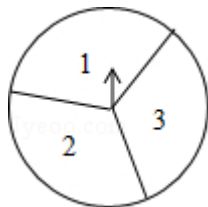
$\therefore BC \parallel EF$ .

**【点评】** 本题考查全等三角形的判定和性质、平行线的性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形全等的条件，属于中考常考题型。

22. (6.00 分) (2018•苏州) 如图，在一个可以自由转动的转盘中，指针位置固定，三个扇形的面积都相等，且分别标有数字 1, 2, 3.

(1) 小明转动转盘一次，当转盘停止转动时，指针所指扇形中的数字是奇数的概率为  $\frac{2}{3}$ ;

(2) 小明先转动转盘一次，当转盘停止转动时，记录下指针所指扇形中的数字；接着再转动转盘一次，当转盘停止转动时，再次记录下指针所指扇形中的数字，求这两个数字之和是 3 的倍数的概率（用画树状图或列表等方法求解）.



**【分析】** (1) 由标有数字 1、2、3 的 3 个转盘中，奇数的有 1、3 这 2 个，利用概率公式计算可得；

(2) 根据题意列表得出所有等可能的情况数，得出这两个数字之和是 3 的倍数的情况数，再根据概率公式即可得出答案.

**【解答】** 解：(1)  $\because$  在标有数字 1、2、3 的 3 个转盘中，奇数的有 1、3 这 2 个，  
 $\therefore$  指针所指扇形中的数字是奇数的概率为  $\frac{2}{3}$ ,

故答案为：  $\frac{2}{3}$ ;

(2) 列表如下：

	1	2	3
--	---	---	---

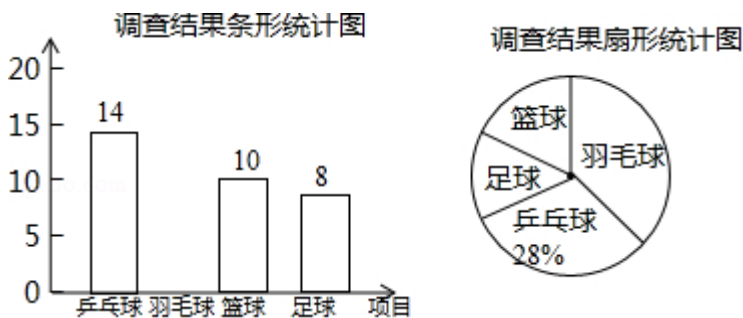
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)

由表可知，所有等可能的情况数为 9 种，其中这两个数字之和是 3 的倍数的有 3 种，

所以这两个数字之和是 3 的倍数的概率为  $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

**【点评】** 此题考查了列表法或树状图法求概率。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

23. (8.00 分) (2018•苏州) 某学校计划在“阳光体育”活动课程中开设乒乓球、羽毛球、篮球、足球四个体育活动项目供学生选择。为了估计全校学生对这四个活动项目的选择情况，体育老师从全体学生中随机抽取了部分学生进行调查（规定每人必须并且只能选择其中的一个项目），并把调查结果绘制成如图所示的不完整的条形统计图和扇形统计图，请你根据图中信息解答下列问题：



- (1) 求参加这次调查的学生人数，并补全条形统计图；
- (2) 求扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数；
- (3) 若该校共有 600 名学生，试估计该校选择“足球”项目的学生有多少人？

**【分析】** (1) 由“乒乓球”人数及其百分比可得总人数，根据各项目人数之和等于总人数求出“羽毛球”的人数，补全图形即可；

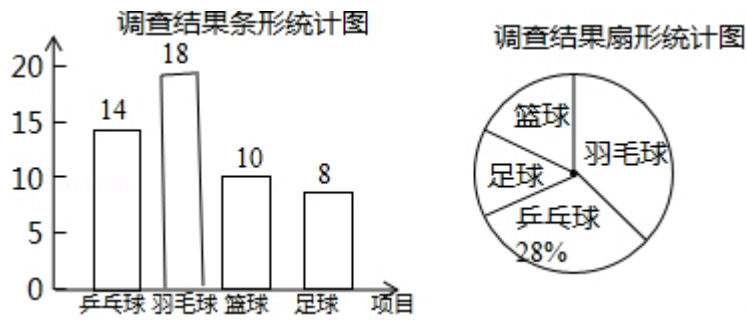
(2) 用“篮球”人数占被调查人数的比例乘以  $360^\circ$  即可；

(3) 用总人数乘以样本中足球所占百分比即可得。

**【解答】** 解：(1)  $\frac{14}{28\%} = 50$ ，

答：参加这次调查的学生人数是 50 人；

补全条形统计图如下：



$$(2) \frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ,$$

答：扇形统计图中“篮球”项目所对应扇形的圆心角度数是  $72^\circ$ ；

$$(3) 600 \times \frac{8}{50} = 96,$$

答：估计该校选择“足球”项目的学生有 96 人。

**【点评】** 本题考查了条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

24. (8.00 分) (2018•苏州) 某学校准备购买若干台 A 型电脑和 B 型打印机。如果购买 1 台 A 型电脑，2 台 B 型打印机，一共需要花费 5900 元；如果购买 2 台 A 型电脑，2 台 B 型打印机，一共需要花费 9400 元。

(1) 求每台 A 型电脑和每台 B 型打印机的价格分别是多少元？

(2) 如果学校购买 A 型电脑和 B 型打印机的预算费用不超过 20000 元，并且购买 B 型打印机的台数要比购买 A 型电脑的台数多 1 台，那么该学校至多能购买多少台 B 型打印机？

**【分析】** (1) 设每台 A 型电脑的价格为  $x$  元，每台 B 型打印机的价格为  $y$  元，根据“1 台 A 型电脑的钱数+2 台 B 型打印机的钱数=5900，2 台 A 型电脑的钱数+2 台 B 型打印机的钱数=9400”列出二元一次方程组，解之可得；

(2) 设学校购买  $a$  台 B 型打印机，则购买 A 型电脑为  $(a - 1)$  台，根据“ $(a - 1)$  台 A 型电脑的钱数+ $a$  台 B 型打印机的钱数  $\leq 20000$ ”列出不等式，解之可得。

**【解答】** 解：(1) 设每台 A 型电脑的价格为  $x$  元，每台 B 型打印机的价格为  $y$  元，

根据题意，得：
$$\begin{cases} x+2y=5900 \\ 2x+2y=9400 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=3500 \\ y=1200 \end{cases}$$

答：每台 A 型电脑的价格为 3500 元，每台 B 型打印机的价格为 1200 元；

(2) 设学校购买 a 台 B 型打印机，则购买 A 型电脑为 (a - 1) 台，

根据题意，得： $3500(a - 1) + 1200a \leq 20000$ ,

解得： $a \leq 5$ ,

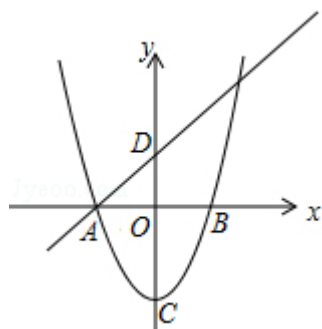
答：该学校至多能购买 5 台 B 型打印机.

**【点评】** 本题主要考查一元一次不等式与二元一次方程组的应用，解题的关键是理解题意，找到题目蕴含的相等关系或不等关系，并据此列出方程组与不等式.

25. (8.00 分) (2018•苏州) 如图，已知抛物线  $y=x^2 - 4$  与 x 轴交于点 A, B (点 A 位于点 B 的左侧)，C 为顶点，直线  $y=x+m$  经过点 A, 与 y 轴交于点 D.

(1) 求线段 AD 的长；

(2) 平移该抛物线得到一条新抛物线，设新抛物线的顶点为 C'. 若新抛物线经过点 D, 并且新抛物线的顶点和原抛物线的顶点的连线 CC' 平行于直线 AD, 求新抛物线对应的函数表达式.



**【分析】** (1) 解方程求出点 A 的坐标，根据勾股定理计算即可；

(2) 设新抛物线对应的函数表达式为： $y=x^2+bx+2$ ，根据二次函数的性质求出点 C' 的坐标，根据题意求出直线 CC' 的解析式，代入计算即可.

**【解答】** 解：(1) 由  $x^2 - 4=0$  得， $x_1 = -2$ ， $x_2 = 2$ ，

$\because$  点 A 位于点 B 的左侧，

$\therefore A(-2, 0)$ ，



∵ 直线  $y=x+m$  经过点 A,

$$\therefore -2+m=0,$$

解得,  $m=2$ ,

∴ 点 D 的坐标为  $(0, 2)$ ,

$$\therefore AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=2\sqrt{2};$$

(2) 设新抛物线对应的函数表达式为:  $y=x^2+bx+2$ ,

$$y=x^2+bx+2=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2+2-\frac{b^2}{4},$$

则点 C' 的坐标为  $\left(-\frac{b}{2}, 2-\frac{b^2}{4}\right)$ ,

∵ CC' 平行于直线 AD, 且经过 C  $(0, -4)$ ,

∴ 直线 CC' 的解析式为:  $y=x-4$ ,

$$\therefore 2-\frac{b^2}{4}=-\frac{b}{2}-4,$$

解得,  $b_1=-4, b_2=6$ ,

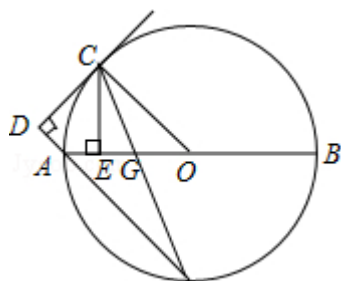
∴ 新抛物线对应的函数表达式为:  $y=x^2-4x+2$  或  $y=x^2+6x+2$ .

**【点评】** 本题考查的是抛物线与 x 轴的交点、待定系数法求函数解析式, 掌握二次函数的性质、抛物线与 x 轴的交点的求法是解题的关键.

26. (10.00 分) (2018•苏州) 如图, AB 是  $\odot O$  的直径, 点 C 在  $\odot O$  上, AD 垂直于过点 C 的切线, 垂足为 D, CE 垂直 AB, 垂足为 E. 延长 DA 交  $\odot O$  于点 F, 连接 FC, FC 与 AB 相交于点 G, 连接 OC.

(1) 求证:  $CD=CE$ ;

(2) 若  $AE=GE$ , 求证:  $\triangle CEO$  是等腰直角三角形.



**【分析】** (1) 连接 AC, 根据切线的性质和已知得:  $AD \parallel OC$ , 得  $\angle DAC = \angle ACO$ , 根据 AAS 证明  $\triangle CDA \cong \triangle CEA$  (AAS), 可得结论;

(2) 介绍两种证法:

证法一: 根据 $\triangle CDA \cong \triangle CEA$ , 得 $\angle DCA = \angle ECA$ , 由等腰三角形三线合一得:  $\angle F = \angle ACE = \angle DCA = \angle ECG$ , 在直角三角形中得:  $\angle F = \angle DCA = \angle ACE = \angle ECG = 22.5^\circ$ , 可得结论;

证法二: 设 $\angle F = x$ , 则 $\angle AOC = 2\angle F = 2x$ , 根据平角的定义得:  $\angle DAC + \angle EAC + \angle OAF = 180^\circ$ , 则 $3x + 3x + 2x = 180$ , 可得结论.

**【解答】**证明: (1) 连接 AC,

$\because$  CD 是 $\odot O$  的切线,

$\therefore OC \perp CD$ ,

$\because AD \perp CD$ ,

$\therefore \angle DCO = \angle D = 90^\circ$ ,

$\therefore AD \parallel OC$ ,

$\therefore \angle DAC = \angle ACO$ ,

$\because OC = OA$ ,

$\therefore \angle CAO = \angle ACO$ ,

$\therefore \angle DAC = \angle CAO$ ,

$\because CE \perp AB$ ,

$\therefore \angle CEA = 90^\circ$ ,

在 $\triangle CDA$  和 $\triangle CEA$  中,

$$\because \begin{cases} \angle D = \angle CEA \\ \angle DAC = \angle EAC, \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDA \cong \triangle CEA$  (AAS),

$\therefore CD = CE$ ;

(2) 证法一: 连接 BC,

$\because \triangle CDA \cong \triangle CEA$ ,

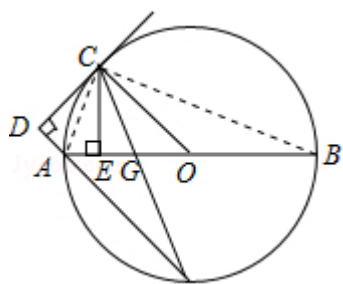
$\therefore \angle DCA = \angle ECA$ ,

$\because CE \perp AG$ ,  $AE = EG$ ,

$\therefore CA = CG$ ,

$\therefore \angle ECA = \angle ECG$ ,

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  
 $\therefore \angle ACB=90^\circ$ ,  
 $\because CE \perp AB$ ,  
 $\therefore \angle ACE = \angle B$ ,  
 $\because \angle B = \angle F$ ,  
 $\therefore \angle F = \angle ACE = \angle DCA = \angle ECG$ ,  
 $\because \angle D=90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle DCF + \angle F = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle F = \angle DCA = \angle ACE = \angle ECG = 22.5^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AOC = 2\angle F = 45^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle CEO$  是等腰直角三角形;  
 证法二: 设  $\angle F = x$ , 则  $\angle AOC = 2\angle F = 2x$ ,  
 $\because AD \parallel OC$ ,  
 $\therefore \angle OAF = \angle AOC = 2x$ ,  
 $\therefore \angle CGA = \angle OAF + \angle F = 3x$ ,  
 $\because CE \perp AG$ ,  $AE = EG$ ,  
 $\therefore CA = CG$ ,  
 $\therefore \angle EAC = \angle CGA$ ,  
 $\because CE \perp AG$ ,  $AE = EG$ ,  
 $\therefore CA = CG$ ,  
 $\therefore \angle EAC = \angle CGA$ ,  
 $\therefore \angle DAC = \angle EAC = \angle CGA = 3x$ ,  
 $\because \angle DAC + \angle EAC + \angle OAF = 180^\circ$ ,  
 $\therefore 3x + 3x + 2x = 180$ ,  
 $x = 22.5^\circ$ ,  
 $\therefore \angle AOC = 2x = 45^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle CEO$  是等腰直角三角形.



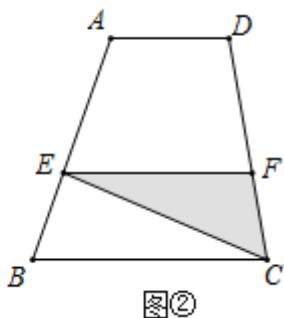
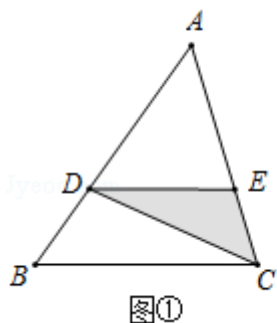
**【点评】**此题考查了切线的性质、全等三角形的判定与性质、圆周角定理、勾股定理、三角形内角和定理以及等腰三角形和等腰直角三角形的判定与性质等知识. 此题难度适中, 本题相等的角较多, 注意各角之间的关系, 注意掌握数形结合思想的应用.

27. (10.00 分) (2018•苏州) 问题 1: 如图①, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=4$ ,  $D$  是  $AB$  上一点 (不与  $A, B$  重合),  $DE \parallel BC$ , 交  $AC$  于点  $E$ , 连接  $CD$ . 设  $\triangle ABC$  的面积为  $S$ ,  $\triangle DEC$  的面积为  $S'$ .

(1) 当  $AD=3$  时,  $\frac{S'}{S} = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$ ;

(2) 设  $AD=m$ , 请你用含字母  $m$  的代数式表示  $\frac{S'}{S}$ .

问题 2: 如图②, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB=4$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD = \frac{1}{2}BC$ ,  $E$  是  $AB$  上一点 (不与  $A, B$  重合),  $EF \parallel BC$ , 交  $CD$  于点  $F$ , 连接  $CE$ . 设  $AE=n$ , 四边形  $ABCD$  的面积为  $S$ ,  $\triangle EFC$  的面积为  $S'$ . 请你利用问题 1 的解法或结论, 用含字母  $n$  的代数式表示  $\frac{S'}{S}$ .



**【分析】**问题 1:

(1) 先根据平行线分线段成比例定理可得:  $\frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{3}$ , 由同高三角形面积的

比等于对应底边的比, 则  $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ , 根据相似三角形面积比等于相似比

的平方得： $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ ，可得结论；

(2) 解法一：同理根据 (1) 可得结论；

解法二：作高线 DF、BH，根据三角形面积公式可得： $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}CE \cdot DF}{\frac{1}{2}CA \cdot BH}$ ，分别表

示  $\frac{CE}{CA}$  和  $\frac{DF}{BH}$  的值，代入可得结论；

问题 2：

解法一：如图 2，作辅助线，构建  $\triangle OBC$ ，证明  $\triangle OAD \sim \triangle OBC$ ，得  $OB=8$ ，由问

题 1 的解法可知： $\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OEF}} \cdot \frac{S_{\triangle OEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{4-n}{4+n} \times \left(\frac{4+n}{8}\right)^2 = \frac{16-n^2}{64}$ ，根据相似三

角形的性质得： $\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{3}{4}$ ，可得结论；

解法二：如图 3，连接 AC 交 EF 于 M，根据  $AD = \frac{1}{2}BC$ ，可得  $\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2}$ ，得： $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3}S$ ，

$S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3}S$ ，由问题 1 的结论可知： $\frac{S_{\triangle EMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{-n^2+4n}{16}$ ，证明  $\triangle CFM \sim \triangle CDA$ ，根据

相似三角形面积比等于相似比的平方，根据面积和可得结论。

**【解答】**解：问题 1：

(1)  $\because AB=4, AD=3,$

$\therefore BD=4-3=1,$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{3},$

$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9},$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16},$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{16}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{3}{16},$$

故答案为:  $\frac{3}{16}$ ;

(2) 解法一:  $\because AB=4, AD=m,$

$$\therefore BD=4-m,$$

$\because DE \parallel BC,$

$$\therefore \frac{CE}{EA} = \frac{BD}{AD} = \frac{4-m}{m},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{CE}{AE} = \frac{4-m}{m},$$

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{m}{4}\right)^2 = \frac{m^2}{16},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ADE}} \cdot \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4-m}{m} \cdot \frac{m^2}{16} = \frac{-m^2+4m}{16},$$

$$\text{即 } \frac{S'}{S} = \frac{-m^2+4m}{16};$$

解法二: 如图 1, 过点 B 作  $BH \perp AC$  于 H, 过 D 作  $DF \perp AC$  于 F, 则  $DF \parallel BH,$

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABH,$

$$\therefore \frac{DF}{BH} = \frac{AD}{AB} = \frac{m}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}CE \cdot DF}{\frac{1}{2}CA \cdot BH} = \frac{4-m}{4} \times \frac{m}{4} = \frac{-m^2+4m}{16},$$

$$\text{即 } \frac{S'}{S} = \frac{-m^2+4m}{16};$$

问题 2: 如图②,

解法一: 如图 2, 分别延长 BD、CE 交于点 O,

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \triangle OAD \sim \triangle OBC,$

$$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore OA = AB = 4,$$

$$\therefore OB = 8,$$

$$\therefore AE = n,$$

$$\therefore OE = 4 + n,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

由问题 1 的解法可知:  $\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle OEF}} \cdot \frac{S_{\triangle OEF}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{4-n}{4+n} \times \left(\frac{4+n}{8}\right)^2 = \frac{16-n^2}{64},$

$$\therefore \frac{S_{\triangle OAD}}{S_{\triangle OBC}} = \left(\frac{OA}{OB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle CEF}}{\frac{3}{4}S_{\triangle OBC}} = \frac{4}{3} \times \frac{16-n^2}{64} = \frac{16-n^2}{48}, \text{ 即 } \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48};$$

解法二: 如图 3, 连接 AC 交 EF 于 M,

$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3}S, S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3}S,$$

由问题 1 的结论可知:  $\frac{S_{\triangle EMC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{-n^2 + 4n}{16},$

$$\therefore MF \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CFM \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CFM}}{S_{\triangle CDA}} = \frac{S_{\triangle CFM}}{\frac{1}{3}S} = 3 \times \frac{S_{\triangle CFM}}{S} = \left(\frac{4-n}{4}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle CFM} = \frac{(4-n)^2}{48} \times S,$$

$$\therefore S_{\triangle EFC} = S_{\triangle EMC} + S_{\triangle CFM} = \frac{-n^2 + 4n}{16} \cdot \frac{2}{3} S + \frac{(4-n)^2}{48} \times S = \frac{16-n^2}{48} \times S,$$

$$\therefore \frac{S'}{S} = \frac{16-n^2}{48}.$$

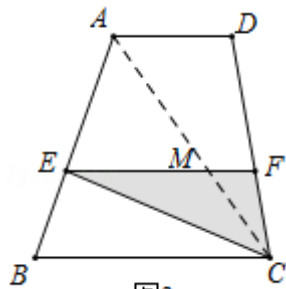


图3

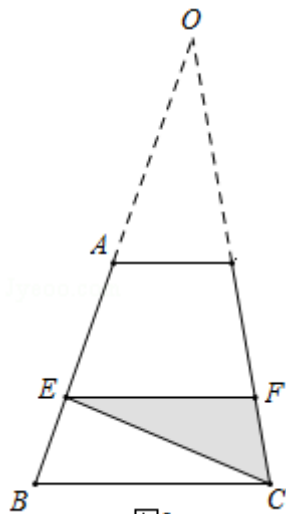


图2

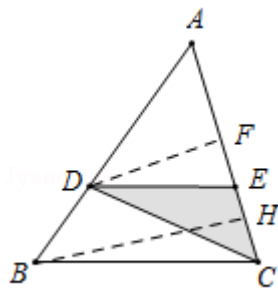


图1

**【点评】** 本题考查了相似三角形的性质和判定、平行线分线段成比例定理，熟练掌握相似三角形的性质：相似三角形面积比等于相似比的平方是关键，并运用了类比的思想解决问题，本题有难度。

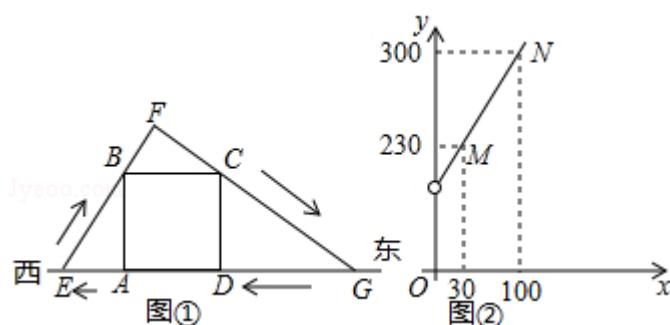
28. (10.00 分) (2018•苏州) 如图①，直线  $l$  表示一条东西走向的笔直公路，四边形  $ABCD$  是一块边长为 100 米的正方形草地，点  $A, D$  在直线  $l$  上，小明从点  $A$  出发，沿公路  $l$  向西走了若干米后到达点  $E$  处，然后转身沿射线  $EB$  方向走到点  $F$



处，接着又改变方向沿射线  $FC$  方向走到公路  $l$  上的点  $G$  处，最后沿公路  $l$  回到点  $A$  处。设  $AE=x$  米（其中  $x>0$ ）， $GA=y$  米，已知  $y$  与  $x$  之间的函数关系如图②所示，

(1) 求图②中线段  $MN$  所在直线的函数表达式；

(2) 试问小明从起点  $A$  出发直至最后回到点  $A$  处，所走过的路径（即  $\triangle EFG$ ）是否可以是一个等腰三角形？如果可以，求出相应  $x$  的值；如果不可以，说明理由。



**【分析】**(1) 根据点  $M$ 、 $N$  的坐标，利用待定系数法即可求出图②中线段  $MN$  所在直线的函数表达式；

(2) 分  $FE=FG$ 、 $FG=EG$  及  $EF=EG$  三种情况考虑：①考虑  $FE=FG$  是否成立，连接  $EC$ ，通过计算可得出  $ED=GD$ ，结合  $CD \perp EG$ ，可得出  $CE=CG$ ，根据等腰三角形的性质可得出  $\angle CGE = \angle CEG$ 、 $\angle FEG > \angle CGE$ ，进而可得出  $FE \neq FG$ ；②考虑  $FG=EG$  是否成立，由正方形的性质可得出  $BC \parallel EG$ ，进而可得出  $\triangle FBC \sim \triangle FEG$ ，根据相似三角形的性质可得出若  $FG=EG$  则  $FC=BC$ ，进而可得出  $CG$ 、 $DG$  的长度，在  $Rt\triangle CDG$  中，利用勾股定理即可求出  $x$  的值；③考虑  $EF=EG$  是否成立，同理可得出若  $EF=EG$  则  $FB=BC$ ，进而可得出  $BE$  的长度，在  $Rt\triangle ABE$  中，利用勾股定理即可求出  $x$  的值。综上即可得出结论。

**【解答】**解：(1) 设线段  $MN$  所在直线的函数表达式为  $y=kx+b$ ，

将  $M(30, 230)$ 、 $N(100, 300)$  代入  $y=kx+b$ ，

$$\begin{cases} 30k+b=230 \\ 100k+b=300 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=200 \end{cases},$$

$\therefore$  线段  $MN$  所在直线的函数表达式为  $y=x+200$ 。

(2) 分三种情况考虑：

①考虑  $FE=FG$  是否成立，连接  $EC$ ，如图所示。

$\because AE=x$ ， $AD=100$ ， $GA=x+200$ ，

$$\therefore ED=GD=x+100.$$

又  $\because CD \perp EG$ ,

$$\therefore CE=CG,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle CEG,$$

$$\therefore \angle FEG > \angle CGE,$$

$$\therefore FE \neq FG;$$

② 考虑  $FG=EG$  是否成立.

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore BC \parallel EG,$$

$$\therefore \triangle FBC \sim \triangle FEG.$$

假设  $FG=EG$  成立, 则  $FC=BC$  成立,

$$\therefore FC=BC=100.$$

$$\because AE=x, GA=x+200,$$

$$\therefore FG=EG=AE+GA=2x+200,$$

$$\therefore CG=FG - FC=2x+200 - 100=2x+100.$$

在  $\text{Rt}\triangle CDG$  中,  $CD=100$ ,  $GD=x+100$ ,  $CG=2x+100$ ,

$$\therefore 100^2 + (x+100)^2 = (2x+100)^2,$$

解得:  $x_1 = -100$  (不合题意, 舍去),  $x_2 = \frac{100}{3}$ ;

③ 考虑  $EF=EG$  是否成立.

同理, 假设  $EF=EG$  成立, 则  $FB=BC$  成立,

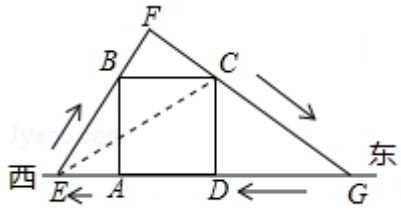
$$\therefore BE=EF - FB=2x+200 - 100=2x+100.$$

在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $AE=x$ ,  $AB=100$ ,  $BE=2x+100$ ,

$$\therefore 100^2 + x^2 = (2x+100)^2,$$

解得:  $x_1=0$  (不合题意, 舍去),  $x_2 = -\frac{400}{3}$  (不合题意, 舍去).

综上所述: 当  $x = \frac{100}{3}$  时,  $\triangle EFG$  是一个等腰三角形.



【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式、等腰三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、正方形的性质以及勾股定理，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出一次函数关系式；（2）分  $FE=FG$ 、 $FG=EG$  及  $EF=EG$  三种情况求出  $x$  的值.