

### 第 15 届 WMO 世界奥林匹克数学竞赛（中国区）选拔赛

考生须知：

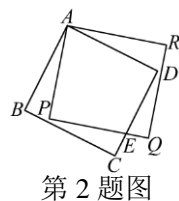
- 每位考生将获得考卷一份。考试期间，不得使用计算工具或手机。
- 本卷共 120 分，选择题每小题 4 分，填空题每小题 5 分，解答题共 5 小题，共 50 分。
- 请将答案写在本卷上。考试完毕时，考卷及草稿纸会被收回。
- 若计算结果是分数，请化至最简。

### 八年级地方晋级赛复赛 B 卷

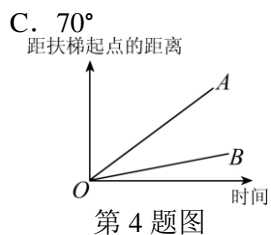
（本试卷满分 120 分，考试时间 90 分钟）

#### 一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

- 函数  $y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x+1}$  的自变量的取值范围是（ ）  
 A.  $x \geq -2$       B.  $x > -1$       C.  $x \neq -1$       D.  $x \geq -2$  且  $x \neq -1$
- 如图，四边形  $ABCD$ 、 $APQR$  是两个全等的正方形， $CD$  与  $PQ$  相交于点  $E$ ，若  $\angle BAP = 20^\circ$ ，则  $\angle PEC$  等于（ ）  
 A.  $60^\circ$       B.  $65^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $75^\circ$

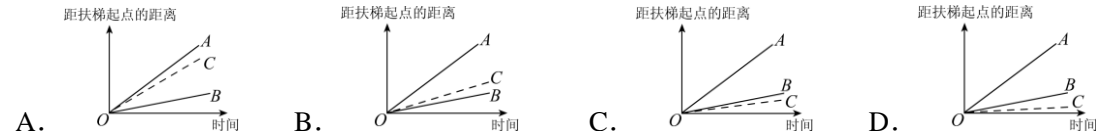


第 2 题图



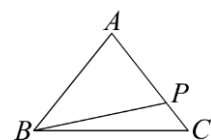
第 4 题图

- 已知  $(x-1)^{x^2-1} = 1$ ，则  $x$  的值为（ ）  
 A.  $\pm 1$       B.  $-1, 2$       C.  $1, 2$       D.  $0, -1$
- 大明因急事在运行中的自动扶梯上行走去二楼，图中线段  $OA$ 、 $OB$  分别大致表示大明在运行中的自动扶梯上行走去二楼和静止站在运行中的自动扶梯上去二楼时，距自动扶梯起点的距离与时间之间的关系。下面四个图中，虚线  $OC$  能大致表示大明在停止运行（即静止）的自动扶梯上行走去二楼时，距自动扶梯起点的距离与时间关系的是（ ）

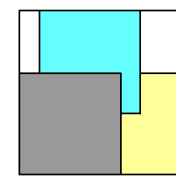


- 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-m}{n-2x} = \frac{p}{q}$  有解，则必须满足条件（ ）  
 A.  $m \neq n$       B.  $m \neq -n$       C.  $np \neq -mq$       D.  $p \neq -q, m \neq n$
- 如图，在  $\triangle ABC$  中，有一点  $P$  在  $AC$  边上移动，若  $AB=AC=5$ ， $BC=6$ ，则  $AP+BP+CP$  的最小值为（ ）  
 A. 8      B. 8.8      C. 9.8      D. 10

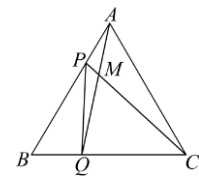
- 如图，在一个大正方形内，放入三个面积相等的小正方形纸片，这三张纸片盖住的总面积是 24 平方厘米，且未盖住的面积比小正方形面积的四分之一还少 3 平方厘米，则大正方形的面积是（单位：平方厘米）（ ）  
 A. 40      B. 25      C. 26      D. 36



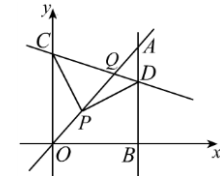
第 6 题图



第 7 题图

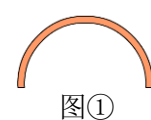


第 8 题图



第 10 题图

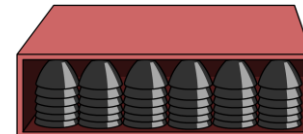
- 如图，点  $P$ 、 $Q$  是边长为 4cm 的等边  $\triangle ABC$  边  $AB$ 、 $BC$  上的动点，点  $P$  从顶点  $A$ ，点  $Q$  从顶点  $B$  同时出发，且它们的速度都为 1cm/s，连接  $AQ$ 、 $CP$  交于点  $M$ ，则在  $P$ 、 $Q$  运动的过程中，当  $\triangle PBQ$  为直角三角形时，运动时间为（ ）  
 A.  $\frac{4}{3}$  秒      B.  $\frac{5}{2}$  秒或  $\frac{8}{3}$  秒      C.  $\frac{5}{2}$  秒      D.  $\frac{4}{3}$  秒或  $\frac{8}{3}$  秒
- 有一种近似半圆球形状的隔热钢碗，每个钢碗的内部半径都是 5 厘米，厚度都是均匀的 0.5 厘米，如图①所示，常见钢碗叠放的方式如图②所示。某学校食堂现在要设计一批柜子存放这样的碗，如果要确保每个柜子的正面每竖条都放 6 个碗，如图③所示，那么柜子的内部高度至少是（ ）  
 A. 16 厘米      B. 17 厘米      C. 18 厘米      D. 19 厘米



图①



图②

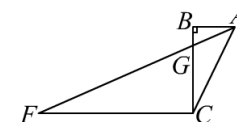


图③

- 如图，在平面直角坐标系中，已知直线  $y=x$  上一点  $P(1, 1)$ ， $C$  为  $y$  轴上一点，连接  $PC$ ，线段  $PC$  绕点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$  至线段  $PD$ ，过点  $D$  作直线  $AB \perp x$  轴，垂足为  $B$ ，直线  $AB$  与直线  $y=x$  交于点  $A$ ，且  $BD=2AD$ ，连接  $CD$ ，直线  $CD$  与直线  $y=x$  交于点  $Q$ ，则点  $Q$  的坐标为（ ）  
 A.  $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$       B.  $(3, 3)$       C.  $(\frac{7}{4}, \frac{7}{4})$       D.  $(\frac{9}{4}, \frac{9}{4})$

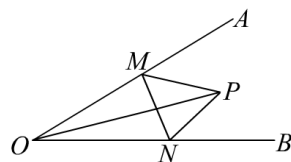
#### 二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

- 若整数  $m$  满足条件  $\sqrt{(m+1)^2} = m+1$  且  $m < \frac{1}{\sqrt{2}}$ ，则  $m$  的值是\_\_\_\_\_。
- 若实数  $a, b, c$  满足  $a+b+c=0$ ，且  $a < b < c$ ，则一次函数  $y=ax+c$  的图象不可能经过第\_\_\_\_\_象限。
- 定义：如果一个数的平方等于  $-1$ ，记为  $i^2 = -1$ ，这个数  $i$  叫做虚数单位。那么  $i^1 = i$ ， $i^2 = -1$ ， $i^3 = -i$ ， $i^4 = 1$ ， $i^5 = i$ ， $i^6 = -1 \dots$ ，那么  $i^{2015} =$ \_\_\_\_\_。
- 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle BAC=78^\circ$ ，过  $C$  点作  $CF \parallel AB$ ，连接  $AF$  与  $BC$  相交于点  $G$ ，若  $GF=2AC$ ，则  $\angle BAG =$ \_\_\_\_\_。
- 已知  $ax+by=3$ ， $ay-bx=5$ ，则  $(a^2+b^2)(x^2+y^2)$  的值为\_\_\_\_\_。



考场  
 联系电话  
 准考证号  
 学校  
 父母姓名  
 年级  
 姓名  
 赛区

16. 如图,  $\angle AOB=30^\circ$ , 点  $M$ 、 $N$  分别是射线  $OA$ 、 $OB$  上的动点,  $OP$  平分  $\angle AOB$ , 且  $OP=6$ , 当  $\triangle PMN$  的周长取最小值时, 则  $PM$  的长为\_\_\_\_\_.

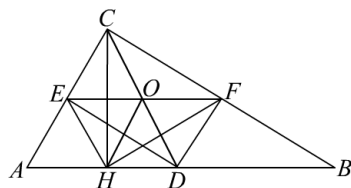


三、解答题 (共 5 小题, 共 50 分)

17. 已知  $a=\sqrt{2}+1$ ,  $b=\sqrt{2}-1$ , 求  $\sqrt{ab} - (\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}})$  的值. (8 分)

18. 求证:  $81^7 - 27^9 - 9^{13}$  能被 45 整除. (9 分)

19. 已知: 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $D$ ,  $E$ ,  $F$  分别是  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  的中点, 点  $H$  在  $AB$  上, 且  $\angle EHF=90^\circ$ , 求证:  $CH \perp AB$ . (10 分)



20. 受地震的影响, 某超市鸡蛋供应紧张, 需每天从外地调运鸡蛋 1200 斤. 超市决定从甲、乙两大型养殖场调运鸡蛋, 已知甲养殖场每天最多可调出 800 斤, 乙养殖场每天最多可调出 900 斤, 从两养殖场调运鸡蛋到超市的路程和运费如表:

	到超市的路程 (千米)	运费 (元/斤·千米)
甲养殖场	200	0.012
乙养殖场	140	0.015

- (1) 若某天调运鸡蛋的总运费为 2670 元, 则从甲、乙两养殖场各调运了多少斤鸡蛋? (5 分)

- (2) 设从甲养殖场调运鸡蛋  $x$  斤, 总运费为  $W$  元, 试写出  $W$  与  $x$  的函数关系式, 怎样安排调运方案才能使每天的总运费最省? (5 分)

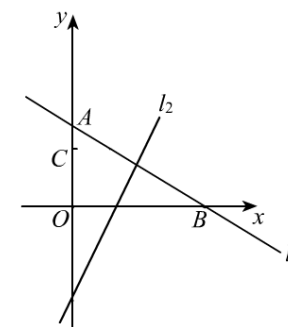
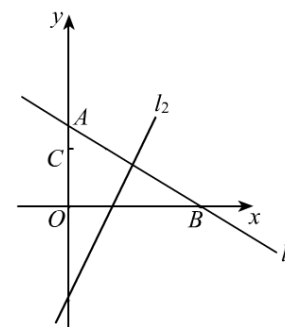
21. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线  $l_1: y=-\frac{2}{3}x+4$  分别交  $x$ 、 $y$  轴于  $B$ 、 $A$  两点, 将  $\triangle AOB$

沿直线  $l_2: y=2x-\frac{9}{2}$  折叠, 使点  $B$  落在点  $C$  处.

- (1) 点  $C$  的坐标为\_\_\_\_\_; (3 分)

- (2) 若点  $D$  沿射线  $BA$  运动, 连接  $OD$ , 当  $\triangle CDB$  与  $\triangle CDO$  面积相等时, 求直线  $OD$  的解析式; (4 分)

- (3) 在 (2) 的条件下, 当点  $D$  在第一象限时, 沿  $x$  轴平移直线  $OD$ , 分别交  $x$ 、 $y$  轴于点  $E$ 、 $F$ , 在平面直角坐标系中, 是否存在点  $M(m, 3)$  和点  $P$ , 使四边形  $EFMP$  为正方形? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由. (6 分)



备用图