

# 课题：§11.1 全等三角形

课型：新授

教学目标

- (一) 知识技能： 1、了解全等形及全等三角形的概念。  
2、理解掌握全等三角形的性质。  
3、能够准确辨认全等三角形的对应元素。
- (二) 过程与方法： 1、在图形变换以用操作的过程中发展空间观念，培养几何直觉。  
2、在观察发现生活中的全等形和实际操作中获得全等三角形的体验。
- (三) 情感态度与价值观： 在探究和运用全等三角形性质的过程中感受到数学活动的乐趣。

教学重点：全等三角形的性质.

教学难点：找全等三角形的对应边、对应角.

教学方法：讲授法，讨论法，情景导入法

教学准备：多媒体，三角板

预习导航：什么是全等三角形？如何找全等三角形的对应边和对应角？

全等三角形有哪些性质？

## 教学过程

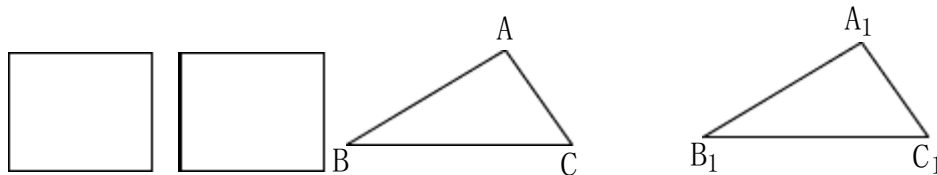
(一) 提出问题，创设情境

出示投影片

： 1. 问题：你能

发现这两个图形有什么美妙的关系吗？

这两个图形是完全重合的.



2. 那同学们能举出现实生活中能够完全重合的图形的例子吗003F



生：同一张底片洗出的同大小照片是能够完全重合的。

形状与大小都完全相同的两个图形就是全等形.

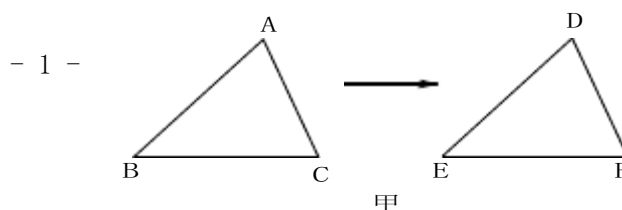
3. 学生自己动手（同桌两名同学配合）

取一张纸，将自己事先准备好的三角板按在纸上，画下图形，照图形裁下来，纸样与三角板形状、大小完全一样.

4. 获取概念

让学生用自己的语言叙述：全等形、全等三角形、对应顶点、对应角、对应边，以及有关的数学符号.

记作： $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$  符号“ $\cong$ ”读作“全等于”



(注意强调书写时对应顶点字母写在对应的位置上)

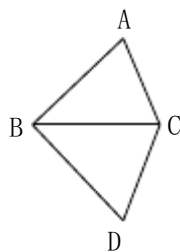
## (二) . 新知探究

利用投影片演示

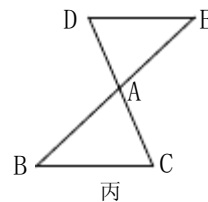
1. 活动: 将 $\triangle ABC$ 沿直线 $BC$ 平移得 $\triangle DEF$ ; 将 $\triangle ABC$ 沿 $BC$ 翻折 $180^\circ$ 得到 $\triangle DBC$ ; 将 $\triangle ABC$ 旋转 $180^\circ$ 得 $\triangle AED$ .

2. 议一议: 各图中的两个三角形全等吗?

启示: 一个图形经过平移、翻折、旋转后, 位置变化了, 但形状、大小都没有改变, 所以平移、翻折、旋转前后的图形全等, 这也是我们通过运



乙



丙

动的方法寻求全等的

3. 观察与思考:

寻找甲图中两三角形的对应元素, 它们的对应边有什么关系? 对应角呢?

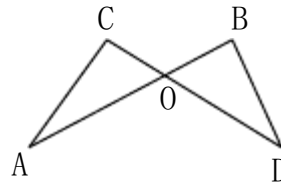
(引导学生从全等三角形可以完全重合出发找等量关系)

得到全等三角形的性质: 全等三角形的对应边相等.

全等三角形的对应角相等.

## (三) 例题讲解

[例 1] 如图,  $\triangle OCA \cong \triangle OBD$ ,  $C$  和  $B$ ,  $A$  和  $D$  是对应顶点, 说出这两个三角形中相等的边和角.



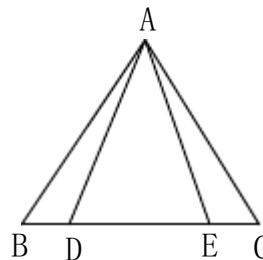
1. 分析:  $\triangle OCA \cong \triangle OBD$ , 说明这两个三角形可以重合, 思考通过怎样变换可以使两三角形重合?

将 $\triangle OCA$ 翻折可以使 $\triangle OCA$ 与 $\triangle OBD$ 重合. 因为 $C$ 和 $B$ 、 $A$ 和 $D$ 是对应顶点, 所以 $C$ 和 $B$ 重合,  $A$ 和 $D$ 重合.

$\angle C = \angle B$ ;  $\angle A = \angle D$ ;  $\angle AOC = \angle DOB$ .  $AC = DB$ ;  $OA = OD$ ;  $OC = OB$ .

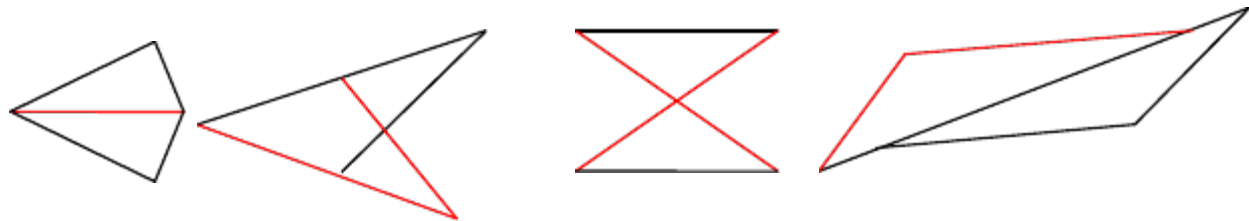
2. 总结: 两个全等的三角形经过一定的转换可以重合. 一般是平移、翻转、旋转的方法.

[例 2] 如图, 已知 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,  $\angle ADE = \angle AED$ ,  $\angle B = \angle C$ , 指出其他的对应边和对应角.



1. 分析: 对应边和对应角只能从两个三角形中找, 所以需将 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 从复杂的图形中分离出来.

2 小结: 找对应边和对应角的常用方法有:

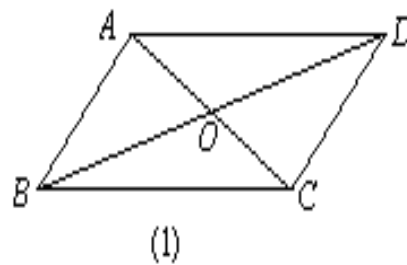


- (1) 有公共边的，公共边是对应边
- (2) 有公共角的，公共角是对应角
- (3) 有对顶角的，对顶角是对应角一对最长的边是对应边，一对最短的边是对应边
- (4) 一对最大的角是对应角，一对最小的角是对应角
- (5) 全等三角形对应角所对的边是对应边；两个对应角所夹的边也是对应边。
- (6) 全等三角形对应边所对的角是对应角；两条对应边所夹的角是对应角

#### (四) 课堂练习

##### 1、填空

点O是平行四边形ABCD的对角线的交点,  $\triangle AOB$  绕O旋转  $180^\circ$ , 可以与 $\triangle$ \_\_\_\_\_重合, 这说明 $\triangle AOB \cong \triangle$ \_\_\_\_\_. 这两个三角形的对应边是AO与\_\_\_\_\_, OB与\_\_\_\_\_, BA与\_\_\_\_\_；对应角是 $\angle AOB$ 与\_\_\_\_\_,  $\angle OBA$ 与\_\_\_\_\_,  $\angle BAO$ 与\_\_\_\_\_.



##### 2、判断题

- 1) 全等三角形的对应边相等，对应角相等。 ( )
- 2) 全等三角形的周长相等，面积也相等。 ( )
- 3) 面积相等的三角形是全等三角形。 ( )
- 4) 周长相等的三角形是全等三角形。 ( )

#### (五) . 课时小结

通过本节课学习，我们了解了全等的概念，发现了全等三角形的性质，

- 并且利用性质可以找到两个全等三角形的对应元素。这也是这节课大家要重点掌握的。

找对应元素的常用方法有以下几种：

##### (一) 从运动角度看

- 1. 翻转法：找到中心线，沿中心线翻折后能相互重合，从而发现对应元素。
- 2. 旋转法：三角形绕某一点旋转一定角度能与另一三角形重合，从而发现对应元素。
- 3. 平移法：沿某一方向推移使两三角形重合来找对应元素。

##### (二) 根据位置元素来推理

- 1. 全等三角形对应角所对的边是对应边；两个对应角所夹的边是对应边。

2. 全等三角形对应边所对的角是对应角；两条对应边所夹的角是对应角.
3. 有公共边的，公共边是对应边
4. 有公共角的，公共角是对应角
5. 有对顶角的，对顶角是对应角一对最长的边是对应边，  
一对最短的边是对应边  
一对最大的角是对应角，一对最小的角是对应角

### (六) 作业

课本 P4 习题 11. 1、复习巩固 1. 2、综合运用 3.

### (七) 板书设计

#### § 11. 1 全等三角形

一、概念

二、全等三角形的性质

三、性质应用

例 1: (运动角度看问题)

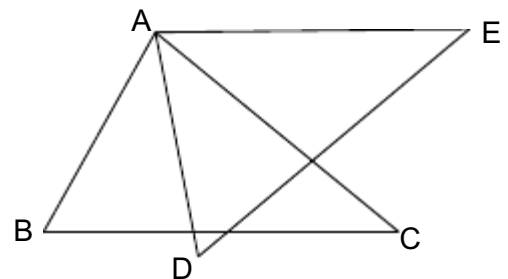
例 2: (根据位置来推理)

四、小结: 找对应元素的方法

运动法: 翻折、旋转、平移.

位置法: 对应角  $\rightarrow$  对应边, 对应边  $\rightarrow$  对应角.

### (八) 教学反思:



### 全等三角形的性质运用练习课

- 1、如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$  则， $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle E = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ .  
若  $\angle BAE = 120^\circ$ ， $\angle BAD = 40^\circ$ ，则  $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$

2.  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 且  $\triangle ABC$  的周长为 12, 若  $AB=3$ ,  $EF=4$ , 则  $AC=$ \_\_\_\_\_.

3.  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ,  $A$  和  $B$ ,  $C$  和  $D$  是对应顶点, 如果  $AB=8\text{cm}$ ,  $BD=6\text{cm}$ ,  $AD=5\text{cm}$ , 则  $BC=$ \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

第 1 题图

4. 如图 2,  $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ,  $AB=AC$ ,  $BE=CD$ ,  $\angle B=50^\circ$ ,  $\angle AEC=120^\circ$ , 则  $\angle DAC$  的度数等于\_\_\_\_\_.

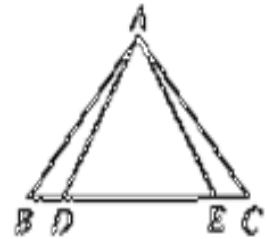


图 2

5. 如图 3, 若  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 则  $\angle E=$ \_\_\_\_\_  $^\circ$ .

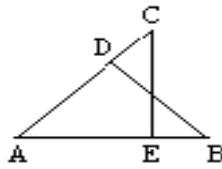


图 4

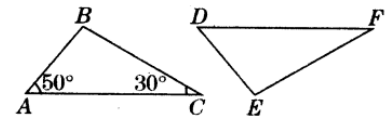


图 3

6. 如图 4,  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 对应角是\_\_\_\_\_, 对应边是\_\_\_\_\_.

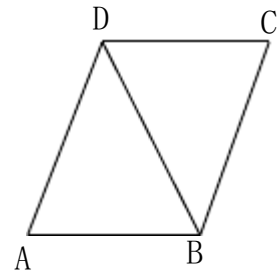
7. 已知:  $\triangle DEF \cong \triangle MNP$ , 且  $EF=NP$ ,  $\angle F=\angle P$ ,  $\angle D=48^\circ$ ,  $\angle E=52^\circ$ ,  $MN=12\text{cm}$ , 求:  $\angle P$  的度数及  $DE$  的长.

8. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B=\angle C$ , 与  $\triangle ABC$  全等的三角形有一个角是  $100^\circ$ , 那么在  $\triangle ABC$  中与这  $100^\circ$  角对应相等的角是 ( )

- A.  $\angle A$       B.  $\angle B$       C.  $\angle C$       D.  $\angle B$  或  $\angle C$

9. 如图所示,  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ , 下面四个结论中, 不正确的是 ( )

- A.  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  的面积相等      B.  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDB$  的周长相等  
C.  $\angle A + \angle ABD = \angle C + \angle CBD$       D.  $AD \parallel BC$ , 且  $AD=BC$



## § 11. 2 三角形全等的条件

### § 11. 2. 1 三角形全等的条件 (一)

主备人: 别斯托别乡中学: 王亚峰

课型: 新授

## 教学目标

- (一) 知识与技能
- 1、三角形全等的“边边边”的条件.
  - 2、了解三角形的稳定性.
  - 3、作一个角等于已知角.
- (二) 过程与方法: 经历探索三角形全等条件的过程, 体会利用操作、归纳获得数学结论的过程.
- (三) 情感态度价值观: 体会探索全等的条件, 通过合作交流, 形成良好的思维

**教学重点:** 三角形全等的条件.  
**教学难点:** 寻求三角形全等的条件.  
**教学方法:** 讨论法, 复习导入  
**教学准备:** 课件、多媒体, 三角板, 圆规  
**课时:** 1 课时  
**预习导航:**

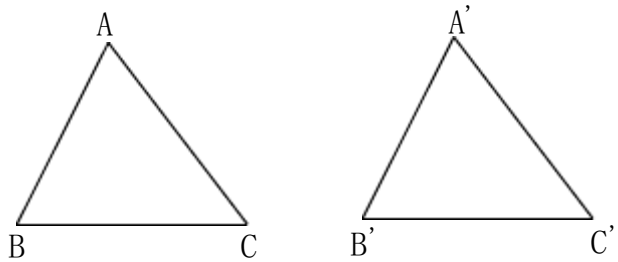
- 1、已知三角形三边如何作三角形?
- 2、如何判定三角形全等?
- 3、如何作一个角等于已知角?

## 教学过程

### (一) . 创设情境, 引入新课

出示投影片, 已知  $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$ , 找出其中相等的边与角.

展示课作前准备的三角形纸片, 提出问题: 你能画一个三角形与它全等吗? 怎样画?



(可以先量出三角形纸片的各边长和各个角的度数, 再作出一个三角形使它的边、角分别和已知的三角形纸片的对应边、对应角相等. 这样作出的三角形一定与已知的三角形纸片全等).

这是利用了全等三角形的定义来作图. 那么是否一定需要六个条件呢? 条件能否尽可能少呢? 现在我们就来探究这个问题.

### (二) . 导入新课

出示投影片

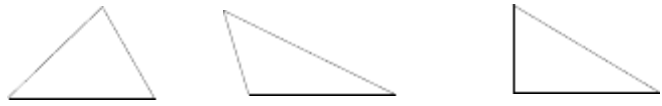
#### 活动 1: 探究

1. 只给一个条件 (一组边相等或一组角相等), 画出的两个三角形一定全等吗?
2. 给出两个条件画三角形时, 有几种可能的情况, 每种情况下作出的三角形一定全等吗? 分别按下列条件做一做.
  - ① 三角形一内角为  $30^\circ$ , 一条边为 3cm.
  - ② 三角形两内角分别为  $30^\circ$  和  $50^\circ$ .
  - ③ 三角形两条边分别为 4cm、6cm.

学生分组讨论、探索、归纳，最后以组为单位出示结果作补充交流。

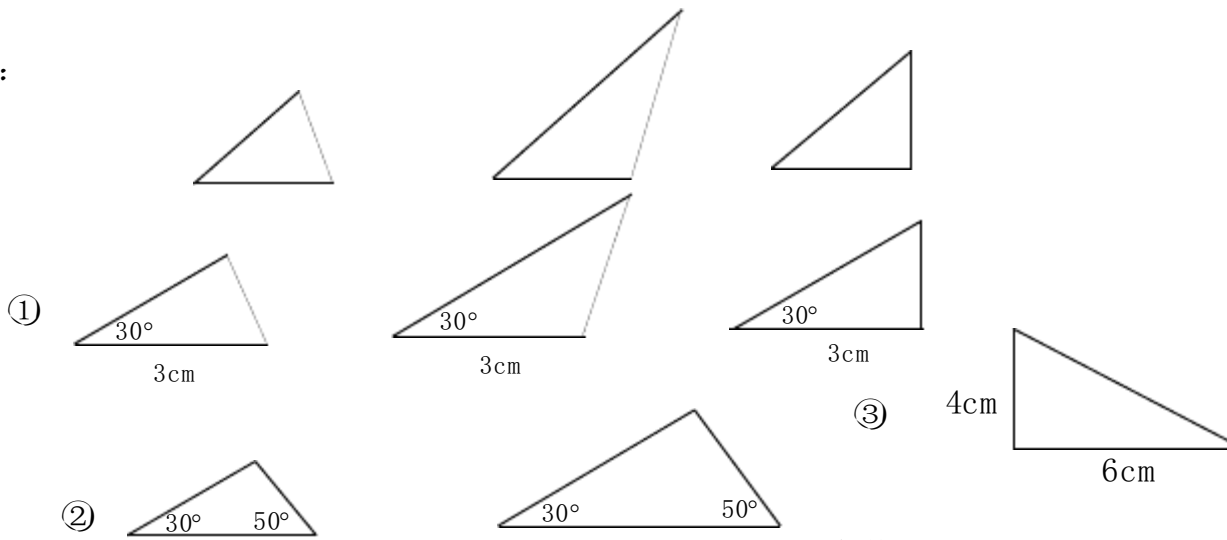
结果展示：

1. 只给定一条边时：



只给定一个角时：

2. 给出的两个条件可能是：一边一内角、两内角、两边。



可以发现按这些的三角形都不能保证一定全等。

给出三个条件画三角形，你能说出有几种可能的情况吗？

归纳：有四种可能。即：三内角、三条边、两边一内角、两内角一边。

在刚才的探索过程中，我们已经发现三内角不能保证三角形全等。下面我们就来逐一探索其余的三种情况。

## 活动2：已知三边作三角形

已知一个三角形的三条边长分别为6cm、8cm、10cm。你能画出这个三角形吗？把你画的三角形剪下与同伴画的三角形进行比较，它们全等吗？

1. 画图方法：

先画一线段AB，使得AB=6cm，再分别以A、B为圆心，8cm、10cm为半径画弧，两弧交点记作C，连结线段AC、BC，就可以得到三角形ABC，使得它们的边长分别为AB=6cm，AC=8cm，BC=10cm。

2. 以小组为单位，把剪下的三角形重叠在一起，发现都能够重合。这说明这些三角形都是全等的。

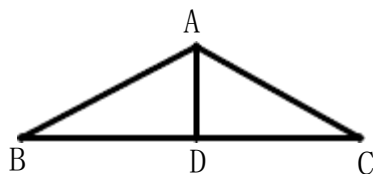
3. 特殊的三角形有这样的规律，要是任意画一个三角形ABC，根据前面作法，同样可以作出一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $AB=A'B'$ 、 $AC=A'C'$ 、 $BC=B'C'$ 。将 $\triangle A'B'C'$ 剪下，发现两三角形重合。这反映了一个规律：作法：（略）

三边对应相等的两个三角形全等，简称为“边边边”或“SSS”。

**活动3：定理的应用** 用上面的规律可以判断两个三角形全等。判断两个三角形全等的推理过程，叫做证明三角形全等。所以“SSS”是证明三角形全等的一个依据。请看例题。

[例]如图， $\triangle ABC$ 是一个钢架， $AB=AC$ ，AD是连结点A与BC中点D的支架。

求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



[师生共析]要证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，可以看这两个三角形的三条边是否对应相等。

生活实践的有关知识：用三根木条钉成三角形框架，它的大小和形状是固定不变的，而用四根木条钉成的框架，它的形状是可以改变的。三角形的这个性质叫做三角形的稳定性。所以日常生活中常利用三角形做支架。就是利用三角形的稳定性。例如屋顶的人字梁、大桥钢架、索道支架等。

有前面的结论还可以得到作一个角等于已知角的方法。

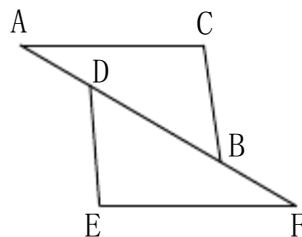
已知： $\angle AOB$ 。

求做： $\angle A' B' C'$ ，使 $\angle A' B' C' = \angle AOB$

作法：略

### (三) . 随堂练习

1. 如图，已知 $AC=FE$ 、 $BC=DE$ ，点 $A$ 、 $D$ 、 $B$ 、 $F$ 在一条直线上， $AD=FB$ 。要用“边边边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ ，除了已知中的 $AC=FE$ ， $BC=DE$ 以外，还应该有什么条件？怎样才能得到这个条件？



2. 课本 P9 练习.

### (四) . 课时小结

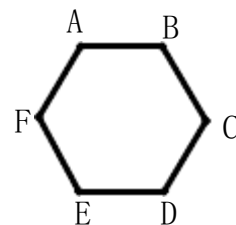
本节课我们探索得到了三角形全等的条件，发现了证明三角形全等的一个规律 SSS. 并利用它可以证明简单的三角形全等问题。

### (五) . 作业

1. 习题 11. 2 复习巩固 1、2.      习题 11. 2 综合运用 9.

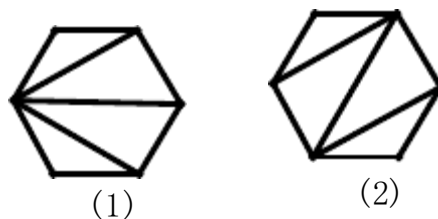
### (六) 活动与探索

如图，一个六边形钢架 ABCDEF 由 6 条钢管连结而成，为使这一钢架稳固，请你用三条钢管连接使它不能活动，你能找出几种方法？



本题的目的是让学生能够进一步理解三角形的稳定性在现实生活中的应用。

结果：(1) 可从这六个顶点中的任意一个作对角线，把这个六边形划分成四个三角形。如图 (1) 为其中的一种。(2) 也可以把这个六边形划分成四个三角形。如图 (2)。



### (七) 板书设计



§ 11. 2. 1 三角形全等的条件（一）

一、三角形全等的条件

三边对应相等的两三角形全等 (SSS)

二、例

三、课堂练习

四、小结

教学反思：

## § 11. 2. 1 三角形全等的条件（二）

主备人：新源县五中，热阿依古丽

课型：新授

教学目标

- 知识技能： 1. 三角形全等的“边角边”的条件.  
2. 经历探索三角形全等条件的过程，体会利用操作、归纳获得数学结论的过程.
- 过程与方法： 3. 掌握三角形全等的“SAS”条件，了解三角形的稳定性.  
4. 能运用“SAS”证明简单的三角形全等问题.

情感态度与价值观：在探究三角形全等的过程中学生通过交流合作获取快乐.

教学重点

三角形全等的条件.

教学难点

寻求三角形全等的条件.

教学方法： 讲授法，讨论法，实验法，情景导入法

教具准备： 多媒体教室

预习导航： 三角形全等的判定方法是什么？

教学准备： 三角尺，

教学过程

### 一、创设情境，复习提问

1. 怎样的两个三角形是全等三角形？
2. 全等三角形的性质？
3. 三角形全等的判定 I 的内容是什么？

### 二、新课讲解

#### 1. 三角形全等的判定（二）

(1)全等三角形具有“对应边相等、对应角相等”的性质. 那么，怎样才能判定两个三角形全等呢？也就是说，具备什么条件的两个三角形能全等？是否需要已知“三条边相等和三个角对应相等”？现在我们用图形变换的方法研究下面的问题：

如图2，AC、BD相交于O，AO、BO、CO、DO的长度如图所标， $\triangle ABO$ 和 $\triangle CDO$ 是否能完全重合呢？

如果把 $\triangle OAB$ 绕着O点顺时针方向旋转，因为 $OA=OC$ ，所以可以使OA与OC重合；又因为 $\angle AOB = \angle COD$ ， $OB=OD$ ，所以点B与点D重合. 这样 $\triangle ABO$ 与 $\triangle CDO$ 就完全重合.

(此外，还可以图1 (1)中的 $\triangle ACE$ 绕着点A逆时针方向旋转 $\angle CAB$ 的度数，也将与 $\triangle ABD$ 重合. 图1 (2)中的 $\triangle ABC$ 绕着点A旋转，使AB与AE重合，再把 $\triangle ADE$ 沿着AE (AB)翻折 $180^\circ$ . 两个三角形也可重合)

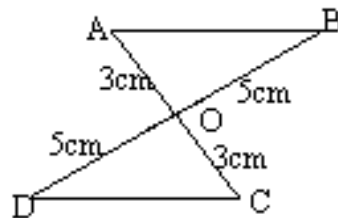


图 2

由此，我们得到启发：判定两个三角形全等，不需要三条边对应相等和三个角对应相等。而且，从上面的例子可以引起我们猜想：如果两个三角形有两边和它们的夹角对应相等，那么这两个三角形全等。

2. 上述猜想是否正确呢？不妨按上述条件画图并作如下的实验：

(1) 读句画图：①画  $\angle DAE = 45^\circ$ ，②在AD、AE上分别取 B、C，使  $AB = 3.1\text{cm}$ ， $AC = 2.8\text{cm}$ 。③连结BC，得  $\triangle ABC$ 。④按上述画法再画一个  $\triangle A'B'C'$ 。

(2) 把  $\triangle A'B'C'$  剪下来放到  $\triangle ABC$  上，观察  $\triangle A'B'C'$  与  $\triangle ABC$  是否能够完全重合？

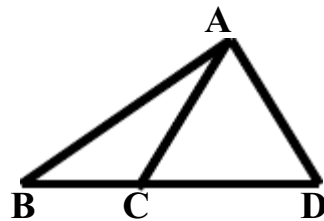
### 3. 边角边公理.

有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等(简称“边角边”或“SAS”)

4. 猜一猜：是不是两条边和一个角对应相等，这样的两个三角形一定全等吗？你能举例说明吗？

如图  $\triangle ABC$  与  $\triangle ABD$  中， $AB = AB$ ， $AC = BD$ ， $\angle B = \angle B$

他们全等吗？



## 三、例题与练习

### 1. 填空

(1) 如图3，已知  $AD \parallel BC$ ， $AD = CB$ ，要用边角边公理证明  $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ，需要三个条件，这三个条件中，已具有两个条件，一是  $AD = CB$  (已知)，二是 \_\_\_\_\_；还需要一个条件 \_\_\_\_\_ (这个条件可以证得吗?)。

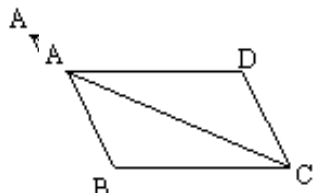


图 3

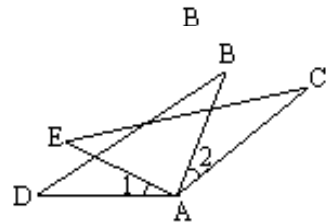


图 4

(2) 如图4，已知  $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，要用边角边公理证明  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，需要满足的三个条件中，已具有两个条件：\_\_\_\_\_ (这个条件可以证得吗?)。

2、例1 已知：  $AD \parallel BC$ ， $AD = CB$  (图3)。

求证：  $\triangle ADC \cong \triangle CBA$ 。

问题：如果把图3中的  $\triangle ADC$  沿着CA方向平移到  $\triangle ADF$  的位置 (如图5)，那么要证明  $\triangle ADF \cong \triangle CEB$ ，除了  $AD \parallel BC$ 、 $AD = CB$  的条件外，还需要一个什么条件 ( $AF = CE$  或  $AE = CF$ )？怎样证明呢？

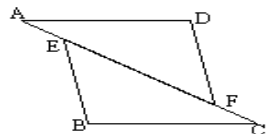


图 5

1. 已知：如图， $AB = AC$ ，F、E 分别是AB、AC的中点。

求证：  $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ 。

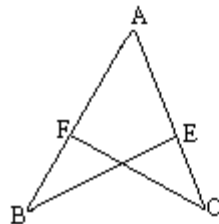
例2 已知：  $AB = AC$ 、 $AD = AE$ 、 $\angle 1 = \angle 2$  (图4)。求证：

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

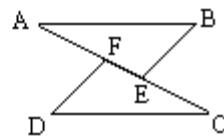
2. 已知：点A、F、E、C在同一条直线上， $AF = CE$ ，

$BE \parallel DF$ ， $BE = DF$ 。

求证：  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 。



(第1题)



(第2题)

## 四、小结：

1. 根据边角边公理判定两个三角形全等，要找出两边及夹角对应相等的三个条件。

2. 找使结论成立所需条件，要充分利用已知条件包括给出图形中的隐含条件，如公共边、公共角等），并要善于运用学过的定义、公理、定理.

## 五、作业：

习题11. 2

第3和第4题

## 板书设计：11. 2. 1 三角形全等的条件（二）

边角边公理

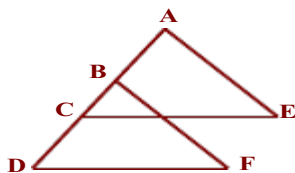
例1 例2

小结

## 教学反思

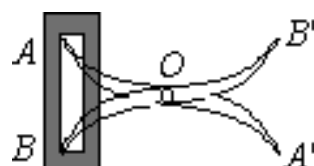
### 全等三角形的判定（边边边，边角边）

1. 如图，已知,  $AB=CD$ ,  $CE=DF$ ,  $AE=BF$ , 则  $AE \parallel BF$  吗?为什么?



2、如图，将两根钢条 $AA'$ 、 $BB'$ 的中点 $O$ 连在一起，使 $AA'$ 、 $BB'$ 可以绕着点 $O$ 自由转动，就做成了一个测量工件，则 $A'B'$ 的长等于内槽宽 $AB$ ，那么判定 $\triangle OAB \cong \triangle OA'B'$ 的理由是

( )



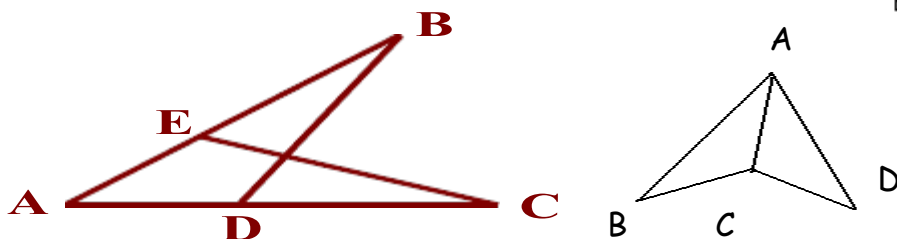
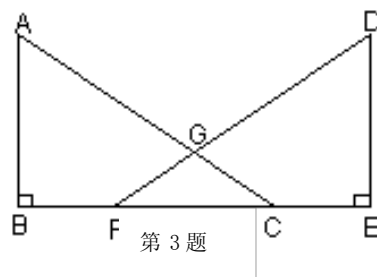
(A) 边角边 (B) 角边角

(C) 边边边 (D) 角角边

3. 已知，如图，点B、F、C、E在同一直线上，AC、DF相交于点G， $AB \perp BE$ ，垂足为B， $DE \perp BE$ ，垂足为E，且 $AB=DE$ ， $BF=CE$ 。

求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

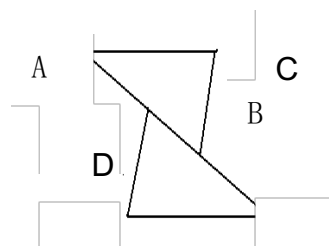
4. 如图， $AE=AD$ ，要使 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，请你增加一个条件是\_\_\_\_\_



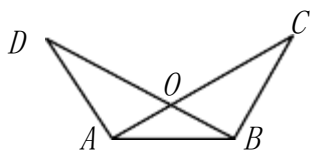
5. 如图， $AB=AD$ ， $CB=CD$ 。求证：AC平分 $\angle BAD$

6. 已知 $AC=FE$ ， $BC=DE$ ，点A、D、B、F在一条直线上， $AD=BF$ ，

求证： $\angle E = \angle C$

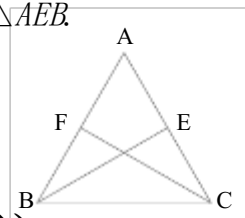


8. 如图， $\angle BAC = \angle ABD$ ，请你添加一个条件：\_\_\_\_\_，使 $OC = OD$ （只添一个



即可）。

9. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $BE$ 、 $CF$ 是中线，则由\_\_\_\_\_可得 $\triangle AFC \cong \triangle AEB$ 。



### § 11. 2. 3 三角形全等的条件（三）

主备人：别斯托别乡中学:王亚峰

课型：新授

教学目标：

- 知识技能
- 1、掌握三角形全等的“角边角”“角角边”条件
  2. 能运用全等三角形的条件，解决简单的推理证明问题

过程与方法：通过作图、对比、发现，小结得出三角形的判定方法。

情感态度价值观：在探究中感受推理的魅力，在成功中获得喜悦，在分析中提升思维能力。

## 教学重点

已知两角一边的三角形全等探究.

## 教学难点

灵活运用三角形全等条件证明.

教学方法: 讨论法, 讲授法

教具准备: 多媒体课件, 三角板, 圆规

预习导航: 1 探究已知两角一边是否可以判断两三角形全等。

2、会利用新的判定方法判定两个三角形全等。

## 教学过程

(一). 提出问题, 创设情境

1. 复习: (1) 三角形中已知三个元素, 包括哪几种情况?

三个角、三个边、两边一角、两角一边.

(2) 到目前为止, 可以作为判别两三角形全等的方法有几种?

各是什么?

三种: ①定义; ②SSS; ③SAS.

2. 在三角形中, 已知三个元素的四种情况中, 我们研究了三种, 今天我们接着探究已知两角一边是否可以判断两三角形全等呢?

(二). 新课讲解

问题 1: 三角形中已知两角一边有几种可能?

1. 两角和它们的夹边.
2. 两角和其中一角的对边.

问题 2: 三角形的两个内角分别是 $60^\circ$ 和 $80^\circ$ , 它们的夹边为4cm, 你能画一个三角形同时满足这些条件吗? 将你画的三角形剪下, 与同伴比较, 观察它们是不是全等, 你能得出什么规律?

将所得三角形重叠在一起, 发现完全重合, 这说明这些三角形全等.

提炼规律: 两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等(可以简写成“角边角”或“ASA”).

问题 3: 我们刚才做的三角形是一个特殊三角形, 画任意一个三角形ABC, 能不能作一个 $\triangle A'B'C'$ , 使 $\angle A = \angle A'$ 、 $\angle B = \angle B'$ 、 $AB = A'B'$ 呢?

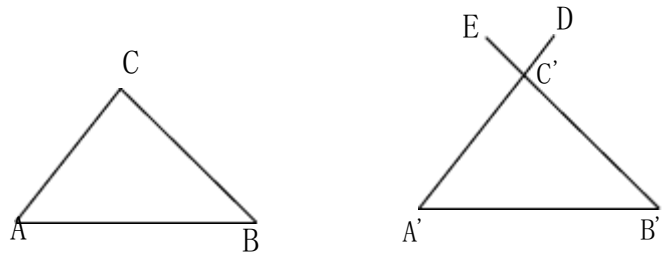
作法 ① 作线段 $A'B'$ , 使 $A'B' = AB$

② 分别以  $A'$ 、 $B'$  为顶点， $A'B'$  为一边在同一侧作  $\angle DA'B'$ 、 $\angle EB'A'$ ，使  $\angle D'A'B' = \angle CAB$ ， $\angle EB'A' = \angle CBA$ 。

③ 射线  $A'D$  与  $B'E$  交于一点，记为  $C'$  即可得到  $\triangle A'B'C'$ 。

将  $\triangle A'B'C'$  与  $\triangle ABC$  重叠，发现两三角形全等。

两角和它们的夹边对应相等的两三角形全等（可以简写成“角边角”或“ASA”）。



思考：在一个三角形中两角确定，第三个角一定确定。我们是不是可以不作图，用“ASA”推出“两角和其中一角的对边对应相等的两三角形全等”呢？

**问题 4：**如图，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $BC = EF$ ， $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  全等吗？能利用角边角条件证明你的结论吗？

证明： $\because \angle A + \angle B + \angle C = \angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$$

$$\therefore \angle A + \angle B = \angle D + \angle E$$

$$\therefore \angle C = \angle F$$

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中

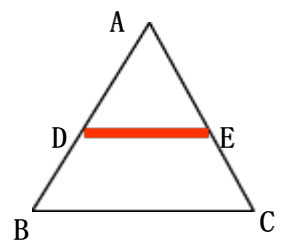
$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BC = EF \\ \angle C = \angle F \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)} .$$

两个角和其中一角的对边对应相等的两个三角形全等（可以简写成“角角边”或“AAS”）。

5. 探究：对于三个角对应相等的两个三角形全等吗？

如图， $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中，如果  $DE \parallel AB$ ，则  $\angle A = \angle A$ ， $\angle B = \angle ADE$ ， $\angle C = \angle AED$ ，但  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  不重合，所以不全等。三个角对应相等的两个三角形不一定全等



[例] 如下图， $D$  在  $AB$  上， $E$  在  $AC$  上， $AB = AC$ ， $\angle B = \angle C$ 。

求证： $AD = AE$ 。

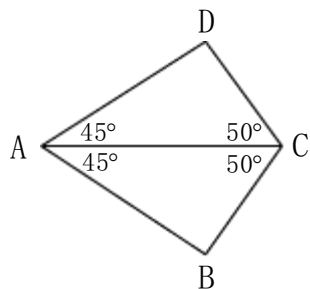
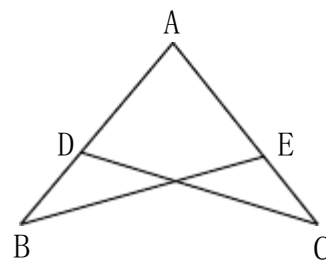
[分析]AD 和 AE 分别在  $\triangle ADC$  和  $\triangle AEB$  中, 所以要证  $AD=AE$ , 只需证明  $\triangle ADC \cong \triangle AEB$  即可.

(三). 随堂练习

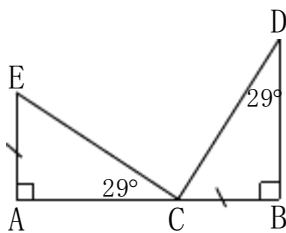
1. 课本 P13 练习 1、2.

2. 补充练习

图中的两个三角形全等吗? 请说明理由.



(1)



(2)

答案: 图 (1) 中由 “ASA” 可证得  $\triangle ACD \cong \triangle ACB$ . 图 (2) 由 “AAS” 可证得  $\triangle ACE \cong \triangle BDC$ .

(四). 课时小结

至此, 我们有五种判定三角形全等的方法:

1. 全等三角形的定义

2. 判定定理: 边边边 (SSS) 边角边 (SAS) 角边角 (ASA) 角角边 (AAS)

推证两三角形全等时, 要善于观察, 寻求对应相等的条件, 从而获得解题途径.

(五). 作业

1. 课本习题 11. 2—5、6 题.

板书设计

11. 2. 3 三角形全等的条件 (三)

一、两角一边  $\left\{ \begin{array}{l} \text{两角及其夹边} \\ \text{两角和其中一角的对边} \end{array} \right.$

二、三角形全等的条件

1. 两角及其夹边对应相等的两三角形全等 (ASA)

2. 两角和其中一角的对边对应相等的两三角形全等 (AAS)

教学反思:



## 全等三角形的判定练习课

一. 填空题:

1. 如图 1, 若  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ,  $\angle EAC = 35^\circ$ , 则  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_ 度.

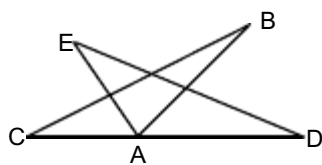


图1



图 2

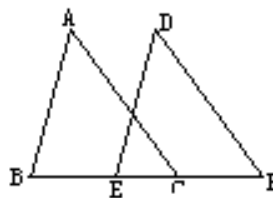


图 3

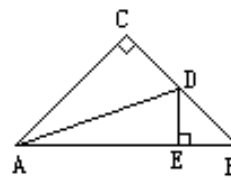


图 4

2. 如图 2,  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $OE = OF$ , 图中全等三角形共有 \_\_\_\_\_ 对.

3. 已知: 如图 3,  $\angle ABC = \angle DEF$ ,  $AB = DE$ , 要说明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,

(1) 若以“SAS”为依据, 还须添加的一个条件为 \_\_\_\_\_.

(2) 若以“ASA”为依据, 还须添加的一个条件为 \_\_\_\_\_.

(3) 若以“AAS”为依据, 还须添加的一个条件为 \_\_\_\_\_.

4. 如图 4, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $DE \perp AB$  于  $E$ , 则  $\triangle$  \_\_\_\_\_  $\cong$   $\triangle$  \_\_\_\_\_.

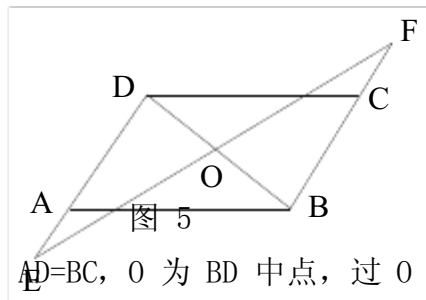


图 5

5. 如图 5,  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ ,  $O$  为  $BD$  中点, 过  $O$  点作直线与  $DA$ 、 $BC$  延长线交于  $E$ 、 $F$ , 若  $\angle ADB = 60^\circ$ ,  $EO = 10$ , 则  $\angle DBC =$  \_\_\_\_\_,  $FO =$  \_\_\_\_\_.

二. 选择题

6. 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  中, 下列各组条件中, 不能保证:  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  的是 ( )

①  $AB = A'B'$     ②  $BC = B'C'$     ③  $AC = A'C'$

④  $\angle A = \angle A'$     ⑤  $\angle B = \angle B'$     ⑥  $\angle C = \angle C'$

A. 具备①②③

B. 具备①②④

C. 具备③④⑤

D. 具备②③⑥

7. 如果两个三角形中两条边和其中一边上的高对应相等，那么这两个三角形的第三条边所对的角的关系是 ( )

A. 相等    B. 不相等    C. 互余或相等    D. 互补或相等

8. 如图，已知  $AB = DC$ ， $AD = BC$ ， $E, F$  在  $DB$  上两点且  $BF = DE$ ，

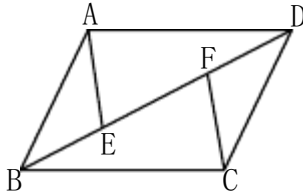
若  $\angle AEB = 120^\circ$ ， $\angle ADB = 30^\circ$ ，则  $\angle BCF =$  ( )

A.  $150^\circ$

B.  $40^\circ$

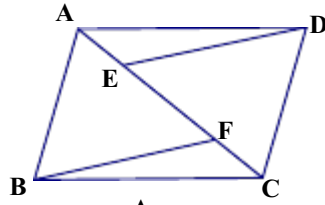
C.  $80^\circ$

D.  $90^\circ$

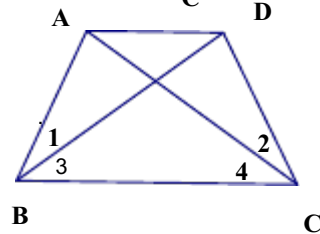


三. 解答题

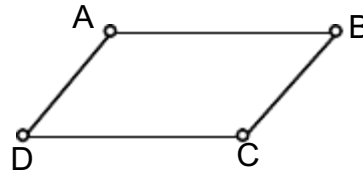
9. 如图， $A, E, F, C$  在一条直线上， $\triangle AED \cong \triangle CFB$ ，你能得出哪些结论？



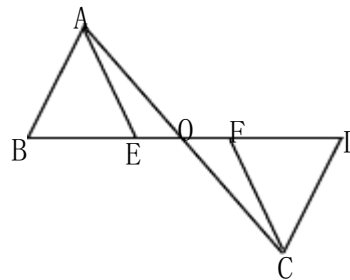
10. 如图，已知  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ， $AB$  与  $CD$  相等吗？请你说明理由。



11. 如图， $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，那么  $AD = BC$ ， $AB = DC$ ，你能说明其中的道理吗？(可添加辅助线)



12. 已知如图， $E, F$  在  $BD$  上，且  $AB = CD$ ， $BF = DE$ ， $AE = CF$ ，求证： $AC$  与  $BD$  互相平分。



### § 11. 2. 3 三角形全等的条件——直角三角形全等的判定(四)

主备人：别斯托别中学：陶冬兰

课型：新授

教学目标

知识与技能 1、掌握直角三角形全等的条件，并能运用其解决一些实际问题

过程与方法 2、经历探索直角三角形全等条件的过程，体会利用操作、归纳获得数学结论的过程；

情感态度价值观:3、在学习过程中，通过交流合作，使学生体会成功的喜悦。

教学重点

运用直角三角形全等的条件解决一些实际问题。

教学难点

熟练运用直角三角形全等的条件解决一些实际问题。

教学方法： 讨论法，讲授法

教具准备： 三角尺

预习导航： 直角三角形的判定方法有哪些？

直角三角形的判定方法中哪种方法是直角三角形所独有的？

它独特之处是什么？

教学过程

(一) . 提出问题，复习旧知

1、判定两个三角形全等的方法：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_

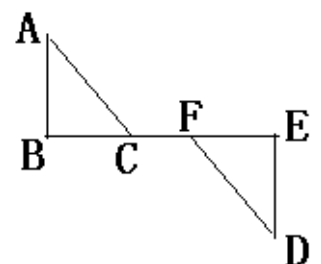
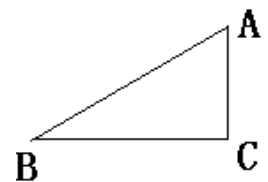
2、如图，Rt $\triangle ABC$  中，直角边是\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_，  
斜边是\_\_\_\_\_

3、如图， $AB \perp BE$  于  $C$ ， $DE \perp BE$  于  $E$ ，

(1) 若  $\angle A = \angle D$ ， $AB = DE$ ，

则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  \_\_\_\_\_ (填“全等”或“不全等”)

根据 \_\_\_\_\_ (用简写法)



(2) 若  $\angle A = \angle D$ ,  $BC = EF$ ,

则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  \_\_\_\_\_ (填“全等”或“不全等”)

根据 \_\_\_\_\_ (用简写法)

(3) 若  $AB = DE$ ,  $BC = EF$ ,

则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  \_\_\_\_\_ (填“全等”或“不全等”)

根据 \_\_\_\_\_ (用简写法)

(4) 若  $AB = DE$ ,  $BC = EF$ ,  $AC = DF$

则  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  \_\_\_\_\_ (填“全等”或“不全等”)

根据 \_\_\_\_\_ (用简写法)

## (二) . 情境导入:

舞台背景的形状是两个直角三角形, 工作人员想知道这两个直角三角形是否全等, 但每个三角形都有一条直角边被花盆遮住无法测量.

(1) 你能帮他想个办法吗?

方法一: 测量斜边和一个对应的锐角. (AAS)

方法二: 测量没遮住的一条直角边和一个对应的锐角. (ASA) 或 (AAS)

(2) 如果他只带了一个卷尺, 能完成这个任务吗?

工作人员测量了每个三角形没有被遮住的直角边和斜边, 发现它们分别对应相等, 于是他就肯定“两个直角三角形是全等的”. 你相信他的结论吗? 下面我们来验证一下吧.

## (三) . 新知探究:

探索练习: (动手操作):

已知线段  $a$ ,  $c$  ( $a$  和一个直角  $\alpha$  利用尺规作一个  $Rt\triangle ABC$ , 使  $\angle C = \angle \alpha$ ,

$AB = c$ ,  $CB = a$

1、按步骤作图:

$a$  \_\_\_\_\_  $c$  \_\_\_\_\_

① 作  $\angle MCN = \angle \alpha = 90^\circ$ ,

② 在射线  $CM$  上截取线段  $CB = a$ ,

③ 以  $B$  为圆心,  $C$  为半径画弧, 交射线  $CN$  于点  $A$ ,

$\alpha$  \_\_\_\_\_

④ 连结  $AB$

2、与同桌重叠比较, 是否重合?

3、从中你发现了什么?

斜边与一直角边对应相等的两个直角三角形全等. (HL)

4. 直角三角形的判定方法有哪些?

三角形判定全等的方法: SAS、ASA、AAS、SSS,

还有直角三角形特殊的判定方法——“HL”

## (四) 例题讲解:

如图,  $B$ 、 $E$ 、 $F$ 、 $C$  在同一直线上,  $AF \perp BC$  于  $F$ ,  $DE \perp BC$  于  $E$ ,

$AB = DC$ ,  $BE = CF$ , 你认为  $AB$  平行于  $CD$  吗? 说说你的理由

