考场＿＿＿＿ 准考证号＿＿＿＿、联系电话＿＿＿＿ 学校＿＿＿＿ 父母姓名＿＿＿＿ 年级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 赛区＿＿＿＿ 装 订 线

第14届世界奥林匹克数学竞赛（中国区）选拔赛

考生须知：

1. 每位考生将获得考卷一份。考试期间，不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共120分，选择题每小题4分，填空题每小题5分，解答题共5小题，共50分。
3. 请将答案写在答题卡上。考试完毕时，试卷、答题卡及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数，请化至最简。

七年级全国总决赛复赛

（本试卷满分120分，考试时间90分钟）

一、**选择题**（每小题4分，共40分）

1. 已知 $x<0$，且 $2x+|x|+3=0$，则 x 的值是（　　）

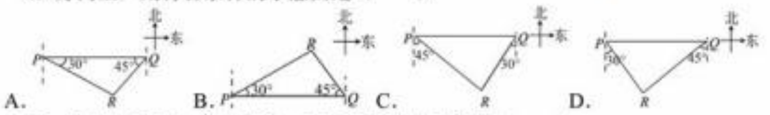
A. -1　　B. -2　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. -3

2. $a°b'c''$ 化成以度为单位的形式是（　　）

A. $(\frac{3600a+60b+c}{60})°$　　B. $(3600a+60b+c)°$

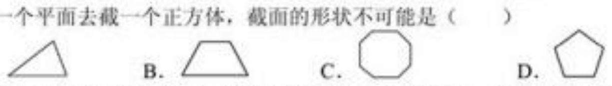
C. $(\frac{3600a+b+c}{3600})°$　　D. $(\frac{3600a+60b+c}{3600})°$

3. 已知岛 P 位于岛 Q 的正西方，由岛 P，Q 分别测得船 R 位于南偏东30°和南偏西45°方向上，则符合条件的示意图是（　　）



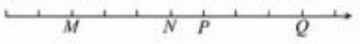
A.　　B.　　C.　　D.

4. 用一个平面去截一个正方体，截面的形状不可能是（　　）



A.　　B.　　C.　　D.

5. 数轴上标出若干个整数点，每相邻两点相距一个单位，点 M，N，P，Q 分别表示整数 m，n，p，q，且 $q-3m=15$，则原点 O 的位置在（　　）

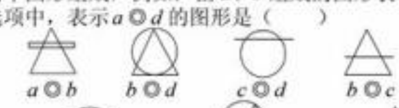


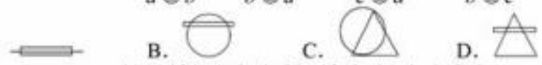
A. M 点　　B. N 点　　C. P 点　　D. Q 点

6. 若 a，b 均为整数，且 $a+9b$ 能被5整除，则下列式子也能被5整除的是（　　）

A. $a+b$　　B. $8a+3b$　　C. $5a+7b$　　D. $8a+7b$

7. 在下面四个图中，每个图均由四种简单图形 a、b、c、d（三角形、长方形、圆、直线）中的某两个图形组成，例如：由 a、b 组成的图形表示为 $a◎b$，那么由此可知，下面选项中，表示 $a◎d$ 的图形是（　　）





A.　　B.　　C.　　D.

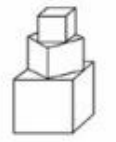
8. 若 $a+b+c=0$，则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|ab|}{ab}+\frac{|bc|}{bc}+\frac{|ac|}{ac}+\frac{|abc|}{abc}$ 的值为（　　）

A. -7　　B. -1　　C. 1　　D. 7

9. 媛媛有两支同样长的蜡烛，一支点燃能单独燃烧4小时，另一支点燃能单独燃烧3小时．一次遇到停电，媛媛同时点燃这两支蜡烛，来电后同时吹灭，发现此时其中的一支蜡烛的长度是另一支的一半，那么停电时间为（　　）

A. 2小时　　B. 3小时　　C. $\frac{12}{5}$ 小时　　D. $\frac{5}{2}$ 小时

10. 有一塔形几何体由若干个正方体组成，组成方式如图所示：上层正方体底面的四个顶点恰好是下层正方体上底面各边的中点．已知最底层正方体的棱长为2，且该塔形几何体的表面积（含最底层正方体的底面面积）超过39，则该几何体中正方体至少有（　　）

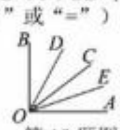


A. 7个　　B. 6个　　C. 5个　　D. 4个

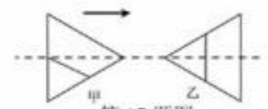
二、**填空题**（每小题5分，共30分）

11. 若 x、y 互为相反数，a、b 互为负倒数，则代数式 $\frac{y}{2x}-ab$ 的值为＿＿＿＿＿．

12. 如图，$\angle AOB=90°$，OD 平分 $\angle BOC$，$\angle DOE=45°$，则 $\angle AOE$＿＿＿＿$\angle COE$．（填“>”“<”或“=”）



第12题图



第15题图

13. 规定一种新运算：$a*b=a+b$，$a\#b=a-b$，其中 a，b 为有理数，则当 $a=-5$，$b=3$ 时，$(a^2b*3ab)+2(5a^2\#4ab)$ 的值是＿＿＿＿＿．

14. 若方程 $\frac{2(kx+3)}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5(2x+3)}{6}$ 有无数个解，则 $k=$＿＿＿＿＿．

15. 有甲、乙两个大小相同的等边三角形，各画出了一条两边中点的连线，如图．甲、乙位置左右对称，但甲、乙内部所画线段的位置不对称，从图中所示的位置开始，甲向右水平移动，直至两个三角形重叠后再离开．在移动过程中的每个位置，甲与乙所组成的图形中都有若干个三角形，那么三角形个数最多的位置，图形中有＿＿＿＿＿个三角形．

16. 若 $1\times2^2-2\times3^2=-1\times2\times7$；
$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)=-2\times3\times11$；
$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+(5\times6^2-6\times7^2)=-3\times4\times15$；
则 $(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+\cdots+[(2n-1)(2n)^2-2n(2n+1)^2]=$＿＿＿＿＿．

三、**解答题**（共5小题，共50分）

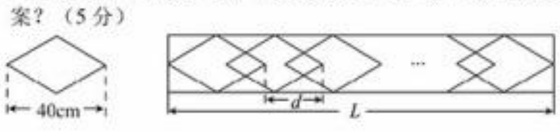
17. $\dfrac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}+\dfrac{\frac{1}{3}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})}+\dfrac{\frac{1}{4}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})(1+\frac{1}{4})}+\cdots+\dfrac{\frac{1}{2046}}{(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})\cdots(1+\frac{1}{2046})}$．（9分）

18. 已知直线 AB 和 BC 在同一条直线上，线段 $AB=9$cm，$BC=4$cm，点 M、N 分别是线段 AB 的三等分点，点 D 是线段 BC 的中点，求线段 MD 的长．（9分）

19. 马路护栏纹饰部分设计成若干个相同的菱形图案，每个菱形的横向对角线长为40cm（如左图），每增加一个菱形图案，纹饰长度就增加 $d$cm（如右图）．

（1）若该纹饰要221个菱形图案，试用含 d 的代数式表示纹饰的长度 L；当 $d=30$ 时，求该纹饰的长度 L；（5分）

（2）当 $d=25$ 时，若保持（1）中纹饰长度不变，则一共需要多少个这样的菱形图案？（5分）



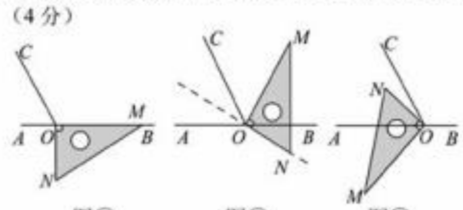
20. 甲、乙两个鱼缸里都放有水，第一次把甲鱼缸里的水往乙鱼缸里倒，使乙鱼缸里的水增加一倍；第二次把乙鱼缸里的水往甲鱼缸里倒，使甲鱼缸所剩的水增加一倍；第三次又把甲鱼缸里的水往乙鱼缸里倒，使乙鱼缸里所剩的水增加一倍，这样一来，两鱼缸里各有水64L，则甲、乙两鱼缸里原来各有水多少升？（10分）

21. 如图①，点 O 为直线 AB 上一点，过点 O 作射线 OC，使 $\angle BOC=120°$．将一直角三角板的直角顶点放在点 O 处，一边 OM 在射线 OB 上，另一边 ON 在直线 AB 的下方．

（1）将图①中的三角板绕点 O 逆时针旋转至图②的位置，使一边 OM 在 $\angle BOC$ 的内部，且恰好平分 $\angle BOC$．问：此时直线 ON 是否平分 $\angle AOC$？请说明理由；（4分）

（2）将图①中的三角板绕点 O 以每秒6°的速度按逆时针方向旋转一周，在旋转的过程中，第 t 秒时，直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$，则 t 的值为＿＿＿＿＿（直接写出结果）；（4分）

（3）将图①中的三角板绕点 O 顺时针旋转至图③的位置，使 ON 在 $\angle AOC$ 的内部，求 $\angle AOM-\angle NOC$ 的度数．（4分）



图①　　图②　　图③

第 14 届全国总决赛 7 年级复赛答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.D　2.D　3.D　4.C　5.C　6.D　7.B　8.B　9.C　10.B

5.若原点是 M，则 $m=0$，$q=7$，此时 $q-3m=7$，与已知不符，排除；
若原点是 N，则 $m=-3$，$q=4$，此时 $q-3m=13$，与已知不符，排除；
若原点是 P，则 $m=-4$，$q=3$，此时 $q-3m=15$，与已知相符.

6.$8a+7b=8(a+9b)-65b$，$8(a+9b)$ 和 $65b$ 都是 5 的倍数，所以 $8a+7b$ 可以被 5 整除. 其他选项用同样的方法可以说明其不能被 5 整除.

7.根据题意，知 a 代表长方形，b 代表三角形，c 代表直线，d 代表圆，所以记作 a◎d 的图形是长方形和圆的组合.

8.$\because a+b+c=0$，$\therefore a$，b，c 中两正一负或一正两负，
假设 $a>0$，$b>0$，$c<0$，原式$=1+1-1+1-1-1-1=-1$，其他情况同理值为-1；
假设 $a>0$，$b<0$，$c<0$，原式$=1-1-1-1-1+1+1=-1$，其他情况同理值为-1.

9.设停电时间为 x 小时，根据题意可得：$1-\frac{1}{4}x=2\times\left(1-\frac{1}{3}x\right)$，解得：$x=\frac{12}{5}$.
故停电时间为 $\frac{12}{5}$ 小时.

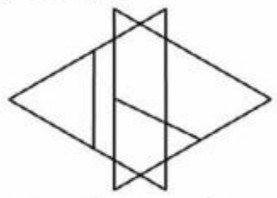
10.由题意可知，上一层的正方体中正方形的面积都是下一层正方体中正方形面积的一半.
则最底层正方体的表面积为：$4\times5+4\times\frac{1}{2}=22$，倒数第二个正方体的表面积为：$2\times4+2\times\frac{1}{2}=9$，倒数第三个正方体的表面积为：$1\times4+1\times\frac{1}{2}=4\frac{1}{2}$，倒数第四个正方体的表面积为：$\frac{1}{2}\times4+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\frac{1}{4}$，倒数第五个正方体的表面积为：$\frac{1}{4}\times5=\frac{5}{4}$，此时所搭成的几何体的表面积为 $22+9+4\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=39$，则使得其表面积超过 39 的正方体至少有 6 个.

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11.$\frac{1}{2}$　12.=　13. 400　14.$\frac{5}{2}$　15.11　16. $-n(n+1)(4n+3)$

14.将方程化简得：$(4k-10)x=0$，由方程有无数个解，得 $4k-10=0$，解得：$k=\frac{5}{2}$.

15.通过画图可知，当甲、乙两三角形移动到如下图所示的位置时，三角形的个数最多，共有 11 个.



16.$\because 1\times2^2-2\times3^2=-1\times2\times7=-1\times2\times(4\times1+3)$；
$(1\times2^2-2\times3^2)(3\times4^2-4\times5^2)=-2\times3\times11=-2\times3\times(4\times2+3)$；
$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+(5\times6^2-6\times7^2)=-3\times4\times15=-3\times4\times(4\times3+3)$；
…
则 $(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+\cdots+[(2n-1)(2n)^2-2n(2n+1)^2]=-n(n+1)(4n+3)$.

三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

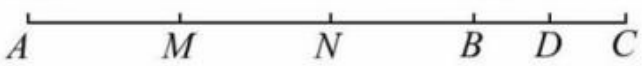
17.解：原式$=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}+\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}}+\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}}+\cdots+\dfrac{\frac{1}{2046}}{\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{2047}{2046}}$

$=\dfrac{2}{2\times3}+\dfrac{2}{3\times4}+\dfrac{2}{4\times5}+\cdots+\dfrac{2}{2046\times2047}$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{2046}-\dfrac{1}{2047}\right)=2\times\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2047}\right)=\dfrac{2045}{2047}$.

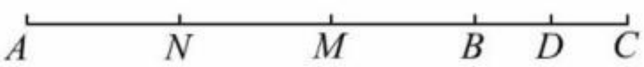
18.解：①当点 C 在射线 AB 上时，

情形一：点 M 在点 N 的左侧，如下图所示：



由题意得：$AM=MN=BN=\dfrac{1}{3}AB=3$cm，$BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=2$cm，$\therefore MD=3+3+2=8$（cm）；

情形二：点 M 在点 N 的右侧，如下图所示：



由题意得：$AN=NM=BM=\dfrac{1}{3}AB=3$cm，$BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=2$cm，$\therefore MD=3+2=5$（cm）；

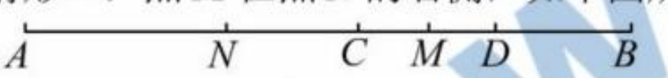
②当点 C 在线段 AB 上时，

情形一：点 M 在点 N 的左侧，如下图所示：

由题意得：$AM=MN=BN=\dfrac{1}{3}AB=3$cm，$BD=CD=\dfrac{1}{2}BC=2$cm，

$\therefore AC=5$cm，$CN=1$cm，$\therefore CM=2$cm，$\therefore MD=CM+CD=4$cm.

情形二：点 M 在点 N 的右侧，如下图所示：



由题意得：$BM=\dfrac{1}{3}AB=3$cm，$BD=\dfrac{1}{2}BC=2$cm，$\therefore MD=BM-BD=1$cm.

19.解：（1）因为以后每增加一个就加 $d$cm，$L=40+(221-1)d$，当 $d=30$cm 时，

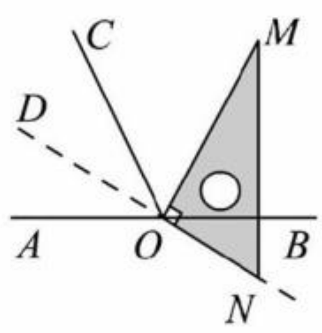
$L=40+(221-1)\times30=6640$（cm）；

（2）当 $d=25$ 时，需要菱形图案的个数$=\dfrac{6640-40}{25}+1=265$.

20.解：设乙鱼缸里原有水 x 升，那么甲鱼缸里原有水（$128-x$）升，倒了第一次后，乙有：$2x$ 升，甲剩：$(128-x)-x=(128-2x)$ 升；倒了第二次后，甲有：$2(128-2x)$ 升，乙剩：$2x-(128-2x)=(4x-128)$ 升；倒了第三次后，乙有：$2(4x-128)$ 升，则可列方程为：$2(4x-128)=64$，解得 $x=40$，$128-x=128-40=88$.

答：甲、乙两鱼缸里原来各有水 88 升、40 升.

21.解：（1）直线 ON 平分$\angle AOC$.



理由如下：设线段 ON 的反向延长线为 OD，如图.

$\because OM$ 平分$\angle BOC$，$\therefore\angle MOC=\angle MOB$，

又$\because OM\perp ON$，$\therefore\angle MOD=\angle MON=90°$，$\therefore\angle COD=\angle BON$，

又$\because\angle AOD+\angle AON=180°$，$\angle BON+\angle AON=180°$，

$\therefore\angle AOD=\angle BON$，

$\therefore\angle COD=\angle AOD$，$\therefore OD$ 平分$\angle AOC$，即直线 ON 平分$\angle AOC$.

（2）$\because\angle BOC=120°$，$\therefore\angle AOC=60°$，$\therefore\angle BON=\angle COD=30°$，

即旋转 60°时 ON 平分$\angle AOC$，由题意得，$6t=60°$或 240°，$\therefore t=10$ 或 40；

（3）$\because\angle MON=90°$，$\angle AOC=60°$，$\therefore\angle AOM=90°-\angle AON$，$\angle NOC=60°-\angle AON$，

$\therefore\angle AOM-\angle NOC=(90°-\angle AON)-(60°-\angle AON)=30°$.