江苏省常州市 2017 年中考数学试题

一、选择题(每小题 3 分，共 10 小题，合计 30 分)

1. -2 的相反数是(　　　).

A．$-\frac{1}{2}$　　　B．$\frac{1}{2}$　　　C．±2　　　D．2

2. 下列运算正确的是(　　　).

A．$m\cdot m=2m$　　　B．$(mn)^3=mn^3$　　　C．$(m^2)^3=m^6$　　　D．$m^6\div a^3=a^3$

3. 右图是某个几何体的三视图，则该几何体是(　　　).

A．圆锥　　　B．三棱柱　　　C．圆柱　　　D．三棱锥

4. 计算:$\frac{x-1}{x}+\frac{1}{x}$的结果是(　　　).

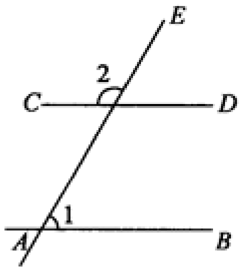
A．$\frac{x+2}{x}$　　　B．$\frac{2}{x}$　　　C．$\frac{1}{2}$　　　D．1

5. 若 $3x>-3y$,则下列不等式中一定成立的是(　　　).

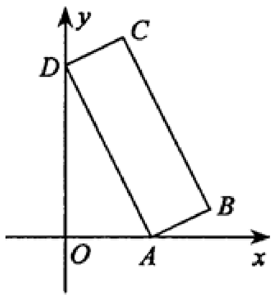
A．$x+y>0$　　　B．$x-y>0$　　　C．$x+y<0$　　　D．$x-y<0$

6. 如图,已知直线 AB、CD 被直线 AE 所截,$AB/\!/CD$, $\angle1=60°$,则$\angle2$ 的度数是(　　　)

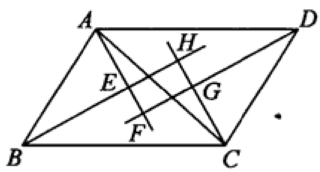
A．100°　　　B．110°　　　C．120°　　　D．130°



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

7. 如图，已知矩形 $ABCD$ 的顶点 A、D 分别落在 x 轴、y 轴上，$OD=2OA=6$，AD：$AB=3:1$，则点 C 的坐标是(　　　).

A．(2,7)　　　B．(3,7)　　　C．(3,8)　　　D．(4,8)

8. 如图，已知▱$ABCD$ 的四个内角的平分线分别相交于点 E、F、G、H，连接 AC，若 $EF=2$,$FG=GC=5$,则 AC 的长是(　　　).

A．12　　　B．13　　　C．$6\sqrt{5}$　　　D．$8\sqrt{3}$

二、填空题：(本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分)

9. 计算：$|-2|+(-2)^0=$______.

10. 若二次根式$\sqrt{x-2}$有意义，则实数 x 的取值范围是______.

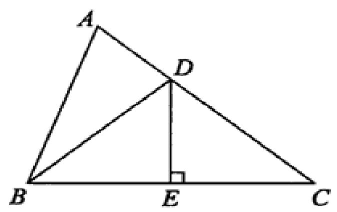
11. 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm,则数据 0.0007 用科学计数法表示为______.

12. 分解因式：$ax^2-ay^2=$______.

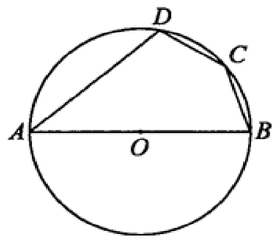
13. 已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $ax^2-2x+3=0$ 的一个根，则 $a=$______.

14. 已知圆锥的底面圆半径是 1,母线长是 3,则圆锥的侧面积是______.

15. 如图,已知在△ABC 中,DE 是 BC 的垂直平分线,垂足为 E,交 AC 于点 D,若 $AB=6$,$AC=9$,则△ABD 的周长是______.



第 15 题图



第 16 题图

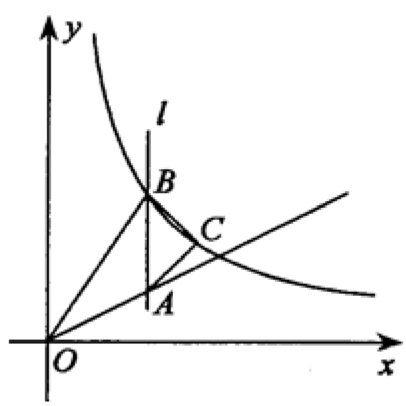
16. 如图,四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,AB 为⊙O 的直径,点 C 为弧 BD 的中点.若∠DAB=40°，则∠ABC=______°.

17. 已知二次函数 $y=ax^2+bx-3$ 自变量 x 的部分取值和对应函数值 y 如下表：

x	…	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	5	0	−3	−4	−3	0	…

则在实数范围内能使得 $y-5>0$ 成立的 x 的取值范围是______.

18. 如图，已知点 A 是一次函数 $y=\frac{1}{2}x(x\geqslant 0)$ 图像上一点，过点 A 作 x 轴的垂线 l，B 是 l 上一点(B 在 A 上方)，在 AB 的右侧以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图像过点 B、C，若△OAB 的面积为 6,则△ABC 的面积是______.



三、解答题：(本大题共 6 个小题，满分 60 分)

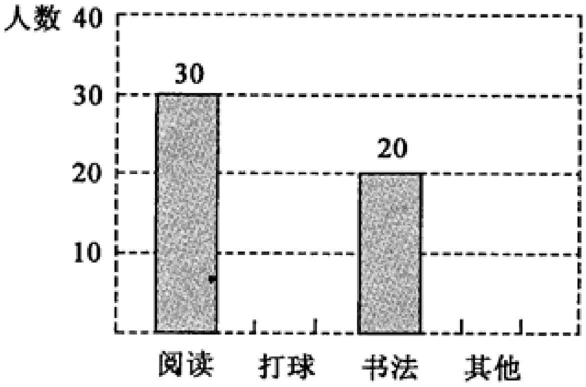
19. (6 分)先化简，再求值：$(x+2)(x-2)-x(x-1)$,其中 $x=-2$.

20. (8 分)解方程和不等式组：

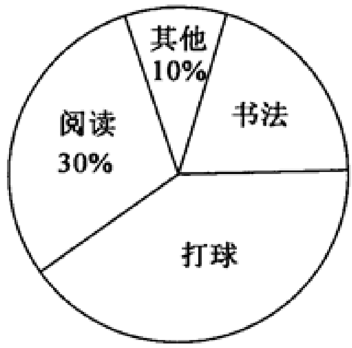
(1) $\dfrac{2x-5}{x-2}=\dfrac{3x-3}{x-2}-3$　　　　(2) $\begin{cases}-2x\le 6\\4x+1<5\end{cases}$

21. (8 分)为了解某校学生的课余兴趣爱好情况，某调查小组设计了“阅读”“打球”“书法”和“其他”四个选项，用随机抽样的方法调查了该校部分学生的课余兴趣爱好情况(每个学生必须选一项且只能选一项)，并根据调查结果绘制了如下统计图：

某校学生课余兴趣爱好抽样调查条形统计图



某校学生课余兴趣爱好抽样调查扇形统计图



根据统计图所提供的信息，解答下列问题：

(1)本次抽样调查中的样本容量是______.

(2)补全条形统计图；

(3)该校共有 2000 名学生，请根据统计结果估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生人数.

22. (8 分)一只不透明的袋子中装有 4 个大小、质地都相同的乒乓球，球面上分别标有数字 1、2、3、4.

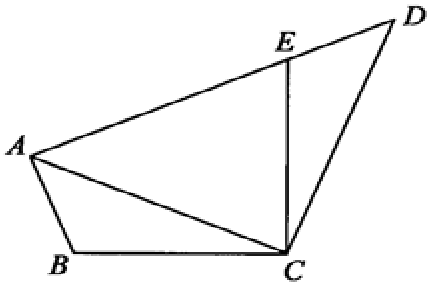
(1)搅匀后从中任意摸出 1 个球，求摸出的乒乓球球面上数字为 1 的概率；

(2)搅匀后先从中任意摸出 1 个球(不放回)，再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球，求 2 次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率.

23. (8 分)如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 AD 上，$\angle BCE=\angle ACD=90°$，$\angle BAC=\angle D$，$BC=CE$.

(1)求证：$AC=CD$;

(2)若 $AC=AE$，求$\angle DEC$的度数.



24. (8 分)某校计划购买一批篮球和足球，已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元，购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元.

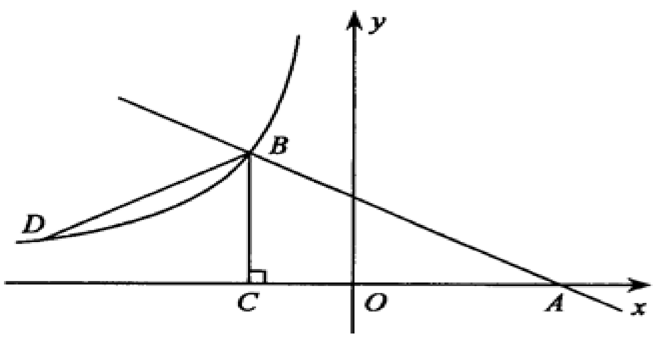
(1)求每个篮球和每个足球的售价；

(2)如果学校计划购买这两种共 50 个，总费用不超过 5500 元，那么最多可购买多少个足球？

25. (8 分)如图，已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ $(x<0)$ 的图像交于点 $B(-2,n)$，过点 B 作 $BC\perp x$ 轴于点 C，点 $D(3-3n,1)$是该反比例函数图像上一点.

(1)求 m 的值；

(2)若$\angle DBC=\angle ABC$，求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式.



26. (10 分)如图 1,在四边形 $ABCD$ 中，如果对角线 AC 和 BD 相交并且相等，那么我们把这样的四边形称为等角线四边形.

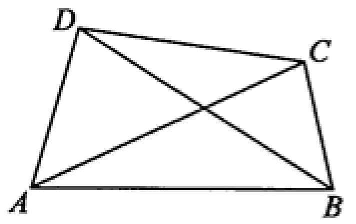
(1)①在“平行四边形、矩形、菱形”中，___一定是等角线四边形(填写图形名称)；

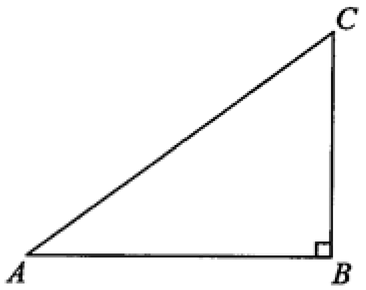
②若 M、N、P、Q 分别是等角线四边形 $ABCD$ 四边 AB、BC、CD、DA 的中点，当对角线 AC、BD 还需要满足______时，四边形 $MNPQ$ 是正方形；

(2)如图 2,已知△ABC 中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$,$BC=3$,D 为平面内一点.

①若四边形 $ABCD$ 是等角线四边形，且 $AD=BD$，则四边形 $ABCD$ 的面积是______；

②设点 E 是以 C 为圆心，1 为半径的圆上的动点，若四边形 $ABED$ 是等角线四边形，写出四边形 $ABED$ 面积的最大值，并说明理由.



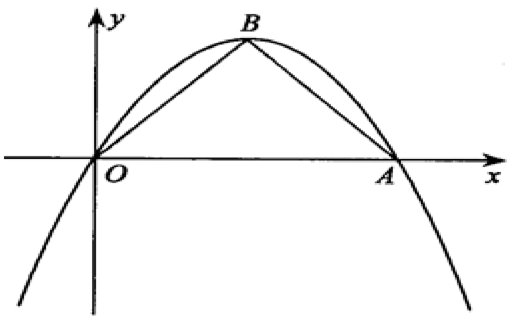


27. (10 分)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 的图像过点 $A(4,0)$,顶点为 B，连接 AB、BO.

(1)求二次函数的表达式；

(2)若 C 是 BO 的中点，点 Q 在线段 AB 上，设点 B 关于直线 CP 的对称点为 B'，当△OCB' 为等边三角形时，求 BQ 的长度；

(3)若点 D 在线段 BO 上，$OD=2BD$，点 E、F 在△OAB 的边上，且满足△DOF 与△DEF 全等，求点 E 的坐标.



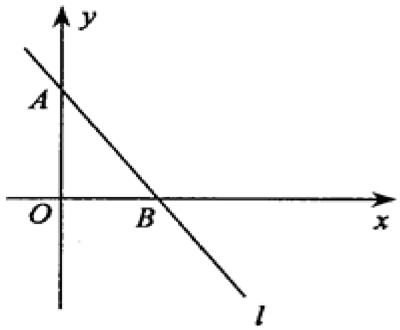
28. (10 分)如图，已知一次函数 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 的图像是直线 l，设直线 l 分别与 y 轴、x 轴交于点 A、B.

(1)求线段 AB 的长度；

(2)设点 M 在射线 AB 上，将点 M 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 到点 N，以点 N 为圆心，NA 的长为半径作⊙N.

①当⊙N 与 x 轴相切时，求点 M 的坐标；

②在①的条件下，设直线 AN 与 x 轴交于点 C，与⊙N 的另一个交点为 D，连接 MD 交 x 轴于点 E. 直线 m 过点 N 分别与 y 轴、直线 l 交于点 P、Q，当△APQ 与△CDE 相似时，求点 P 的坐标.



江苏省常州市2017年中考数学试题(解析版)

一、选择题(每小题3分，共10小题，合计30分)

1. -2的相反数是(　　).

A. $-\dfrac{1}{2}$　　　　*B*. $\dfrac{1}{2}$

C. ±2　　　　*D*. 2

答案：*D*.

解析：数a的相反数是$-a$,所以-2的相反数是2，故选*D*.

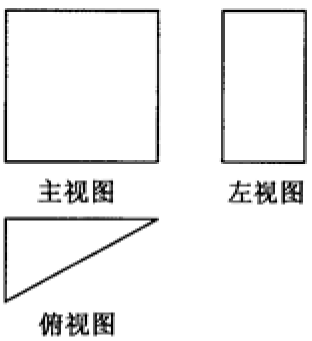
2. 下列运算正确的是(　　).

A. $m\cdot m=2m$　　　　*B*. $(mn)^3=mn^3$

C. $(m^2)^3=m^6$　　　　*D*. $m^6\div a^3=a^3$

答案：*C*.

解析：$m\cdot m=2m^2$，$(mn)^3=m^3n^3$，$(m^2)^3=m^6$，$m^6\div a^3=a^4$,故正确的是*C*，故选*C*.



3. 右图是某个几何体的三视图，则该几何体是(　　).

A. 圆锥　　　　*B*. 三棱柱

C. 圆柱　　　　*D*. 三棱锥

答案：*B*.

解析：由三视图确定几何体，从三视图可以确定此几何体为三棱柱，故选*B*.

4. 计算: $\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{1}{x}$的结果是(　　).

A. $\dfrac{x+2}{x}$　　　　*B*. $\dfrac{2}{x}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　　　*D*. 1

答案：*D*.

解析：本题考查分式的加法，同分母分式，分子相加减，原式$=\dfrac{x-1+1}{x}=1$，故选*D*.

5.若 $3x>-3y$,则下列不等式中一定成立的是(　　).

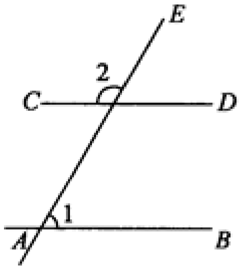
A. $x+y>0$　　　　B. $x-y>0$

C. $x+y<0$　　　　D. $x-y<0$

答案：A.

解析：不等式的两边都除以 3 得 $x>-y$,移项得 $x+y>0$,故选 A.

6.如图，已知直线 AB、CD 被直线 AE 所截，$AB/\!/CD$, $\angle 1=60°$,则$\angle 2$ 的度数是(　　).

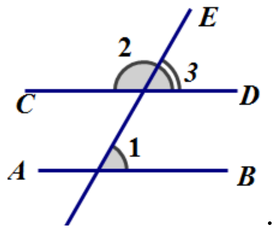


A. 100°　　　　B. 110°

C. 120°　　　　D. 130°

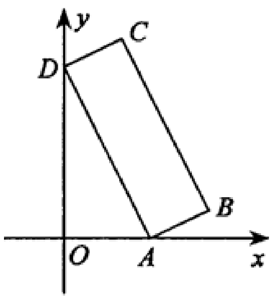
答案：C.

解析：$\because AB/\!/CD$, $\angle 1=60°$, $\therefore \angle 3=\angle 1=60°$,所以$\angle 2=180°-60°=120°$,故选 C



.

7.如图，已知矩形 $ABCD$ 的顶点 A、D 分别落在 x 轴、y 轴上，$OD=2OA=6$, AD:



$AB=3:1$, 则点 C 的坐标是(　　).

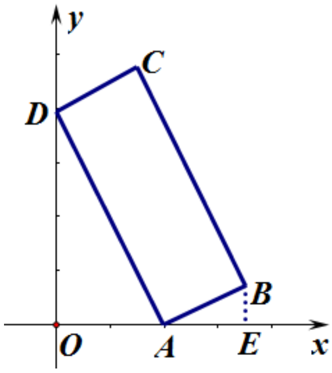
A. (2,7)　　　　B. (3,7)

C. (3,8)　　　　D. (4,8)

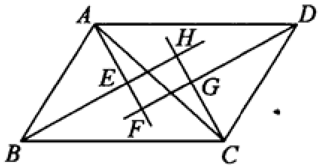
答案：A.

解析：作 $BE\perp x$ 轴于 E，由题意知$\triangle ABE\backsim\triangle DAO$，因为 $OD=2OA=6$,所以 $OA=3$,由勾股定理得 $AD=3\sqrt{5}$,因为 AD：$AB=3$：1,所以 $AB=\sqrt{5}$，所以 $BE=1$,$AE=2$,由矩形的性质知，将点 D 向上平移一个单位，向

右平移 2 个单位得到点 C，所以点 C 的坐标为(2,7),故选 A.



8.如图，已知▱$ABCD$ 的四个内角的平分线分别相交于点 E、F、G、H，连接



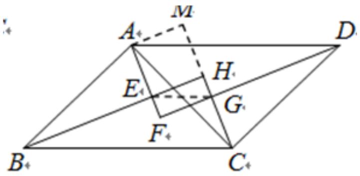
AC，若 $EF=2$, $FG=GC=5$,则 AC 的长是(　　).

A. 12　　　　B. 13

C. $6\sqrt{5}$　　　　D. $8\sqrt{3}$

答案：B.

解析：作 $AM\perp CH$ 交 CH 的延长线于 H，因为四条内角平分线围成的四边形 $EFGH$ 为矩形，所以



$AM=FG=5$, $MH=AE=CG=5$,所以 $CM=12$,由勾股定理得 $AC=13$，故选 B.

二、填空题：(本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分)

9.计算：$|-2|+(-2)^0=$______.

答案：3.

解析：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0,非零数的零次方都等于 1,依此规则原式=2+1=3.

10.若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是______.

答案：$x\geqslant 2$.

解析：二次根式有意义需要满足被开方数为非负数，所以 $x-2\geqslant 0$,解得 $x\geqslant 2$.

11.肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.0007mm,则数据 0.0007 用科学计数法表示为______.

答案：7×10^{-4}.

解析：用科学记数法表示较小的数，0.0007=7×10^{-4}.

12.分解因式：ax^2-ay^2=______.

答案：$a(x+y)(x-y)$.

解析：原式=$a(x^2-y^2)=a(x+y)(x-y)$.

13.已知 x=1 是关于 x 的方程 $ax^2-2x+3=0$ 的一个根，则 a=______.

答案：-1.

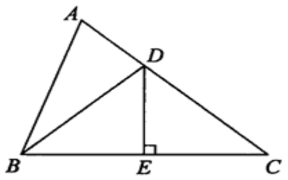
解析：将 x=1 代入方程 $ax^2-2x+3=0$ 得 $a-2+3=0$,解得 $a=-1$.

14.已知圆锥的底面圆半径是 1,母线长是 3,则圆锥的侧面积是______.

答案：3π.

解析：圆锥的侧面积=$\frac{1}{2}$×扇形半径×扇形弧长=$\frac{1}{2}\times l\times(2\pi r)=\pi rl=\pi\times1\times3=3\pi$. 设圆锥的母线长为 l，设圆锥的底面半径为 r，则展开后的扇形半径为 l，弧长为圆锥底面周长($2\pi R$). 我们已经知道，扇形的面积公式为：$S=\frac{1}{2}$×扇形半径×扇形弧长=$\frac{1}{2}\times l\times(2\pi r)=\pi rl$. 即圆锥的侧面积等于底面半径与母线和 π 的乘积. $\pi\times1\times3=3\pi$.

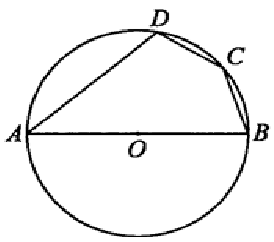
15.（2017 常州，15，2 分）如图，已知在△ABC 中，DE 是 BC 的垂直平分线，垂足为 E，交 AC 于点 D，若 AB=6,AC=9,则△ABD 的周长是______.



答案：15.

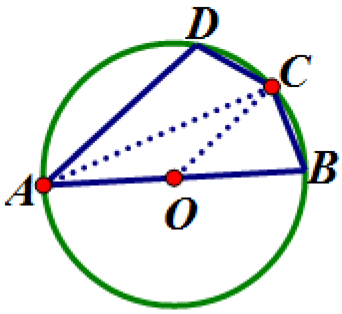
解析：因为 DE 垂直平分 BC，所以 $DB=DC$，所以△ABD 的周长=$AD+AB+BD=AB+AD+CD=AB+AC$=6+9=15.

16.如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AB 为⊙O 的直径，点 C 为弧 BD 的中点.若∠DAB＝40°，则∠ABC＝______°.



答案：70°.

解析：连接 AC，OC，因为 C 是弧 BD 的中点，∠DAB＝40°，所以∠CAB＝20°，所以∠COB＝40°，由三角形内角和得∠B＝70°.



17.已知二次函数 $y=ax^2+bx-3$ 自变量 x 的部分取值和对应函数值 y 如下表：

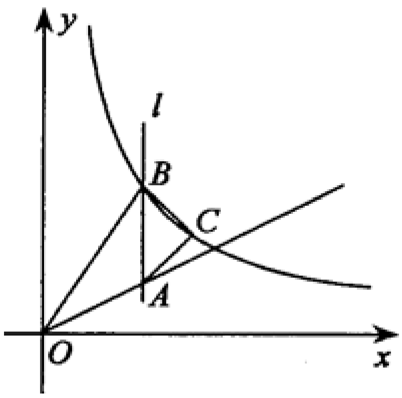
X	…	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…	5	0	−3	−4	−3	0	…

则在实数范围内能使得 $y-5>0$ 成立的 x 的取值范围是______.

答案：$x>4$ 或 $x<-2$.

解析：将点(−1, 0)和(1, −4)代入 $y=ax^2+bx-3$ 得 $\begin{cases}0=a-b-3\\-4=a+b-3\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}$，所以该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$，若 $y>5$，则 $x^2-2x-3>5$，$x^2-2x-8>0$，解一元二次方程 $x^2-2x-8=0$，得 $x=4$ 或 $x=-2$．根据函数图象判断 $y-5>0$ 成立的 x 的取值范围是 $x>4$ 或 $x<-2$．

18.如图，已知点 A 是一次函数 $y=\frac{1}{2}x(x\geqslant 0)$ 图像上一点，过点 A 作 x 轴的垂线 l，B 是 l 上一点(B 在 A 上方)，在 AB 的右侧以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(k)0)$ 的图像过点 B、C，若△OAB 的面积为 6，则△ABC 的面积是______.



答案：18.

解析：设点 $A(4a, 2a)$，$B(4a, 2b)$，则 C 点的横坐标为 $4a+\frac{1}{2}(2b-2a)$，C 点的坐标为 $(3a+b,\ a+b)$．所以 $4a\cdot 2b=(3a+b)(a+b)$，$(3a-b)(a-b)=0$，解得：$a=b$(舍去) 或 $b=3a$.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}(2b-2a)\cdot 4a=8a^2=6$，$k=4a\cdot 2b=24a^2=18$.

三、解答题：(本大题共 6 个小题，满分 60 分)
19.(6 分)先化简，再求值：$(x+2)(x-2)-x(x-1)$,其中 $x=-2$.

思路分析：先化简，再代入求值.

解：原式$=x^2-4-x^2+x=x-4$,当 $x=-2$ 时，原式$=-2-4=-6$.

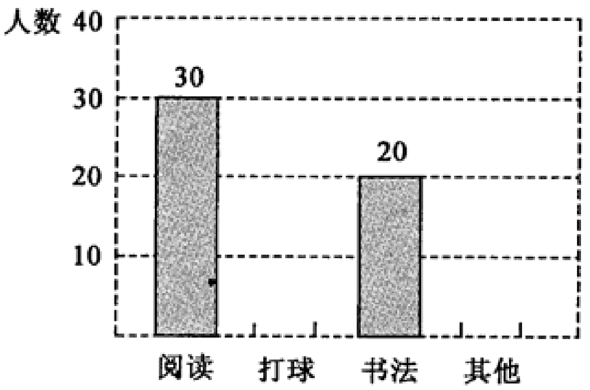
20.(8 分)解方程和不等式组：

(1) $\frac{2x-5}{x-2}=\frac{3x-3}{x-2}-3$

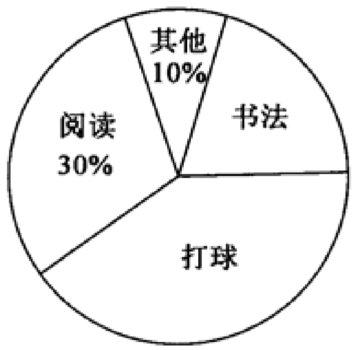
(2) $\begin{cases}-2x\le 6\\ 4x+1<5\end{cases}$

思路分析：(1)解分式方程，检验方程的解是否为增根；
(2)分别解两个不等式再确定不等式组的解集.
解：(1)去分母得 $2x-5=3x-3-3(x-2)$,去括号移项合并同类项得，$2x=-8$,解得 $x=-4$,经检验 $x=4$ 是原方程的根，所以原方程的根是 $x=4$；
(2)解不等式①得 $x\geqslant-3$，解不等式②得 $x<1$，所以不等式组的解集是$-3\leqslant x<1$.
21.(8 分)为了解某校学生的课余兴趣爱好情况，某调查小组设计了“阅读”“打球”“书法”和“其他”四个选项，用随机抽样的方法调查了该校部分学生的课余兴趣爱好情况(每个学生必须选一项且只能选一项)，并根据调查结果绘制了如下统计图：

某校学生课余兴趣爱好抽样调查条形统计图



某校学生课余兴趣爱好抽样调查扇形统计图



根据统计图所提供的信息，解答下列问题：

(1)本次抽样调查中的样本容量是______.
(2)补全条形统计图；
(3)该校共有 2000 名学生，请根据统计结果估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生人数.
思路分析：(1)利用爱好阅读的人数与占样本的百分比计算，30÷30%=100；
(2)其他 100×10%=10 人，打球 100-30-20-10=40 人；
(3)利用样本中的数据估计总体数据.
解：(1)100；
(2)其他 10 人，打球 40 人；
(3)$2000\times\frac{40}{100}=800$,所以估计该校课余兴趣爱好为“打球”的学生为数为 800 人.
22.(8 分)一只不透明的袋子中装有 4 个大小、质地都相同的乒乓球，球面上分别标有数字 1、2、3、4.

(1)搅匀后从中任意摸出 1 个球，求摸出的乒乓球球面上数字为 1 的概率；

(2)搅匀后先从中任意摸出 1 个球(不放回)，再从余下的 3 个球中任意摸出 1 个球，求 2 次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率.

思路分析：(1)列举法求概率；

(2)画树状图法求概率.

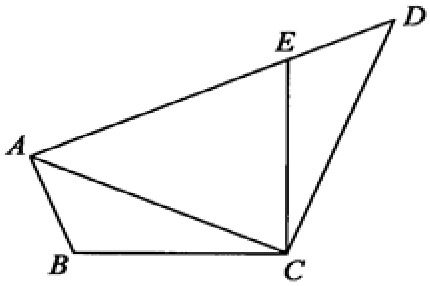
解：(1)从 4 个球中摸出一个球，摸出的球面数字为 1 的概率是 $\frac{1}{4}$；

(2)用画树状图法求解，画树状图如下：

第一个球		1			2			3			4	
第二个球	4	2	3	1	3	4	1	2	4	1	2	3
数字之和	5	3	4	3	5	6	4	5	7	5	6	7

从树状图分析两次摸球共出现 12 种可能情况，其中两次摸出的乒乓球球面上数字之和为偶数的概率为：$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

23.(8 分)如图，已知在四边形 $ABCD$ 中，点 E 在 AD 上，$\angle BCE=\angle ACD=90°$，$\angle BAC=\angle D$，$BC=CE$.



(1)求证：$AC=CD$；

(2)若 $AC=AE$，求$\angle DEC$的度数.

思路分析：(1)证明$\triangle ABC\cong\triangle DEC$；

(2)由$\angle EAC=45°$ 通过等腰三角形的性质求解.

解：(1)证明：$\because\angle BCE=\angle ACD=90°$，$\therefore\angle ACB=\angle DCE$，

又$\because\angle BAC=\angle D$，$BC=CE$，$\therefore\triangle ABC\cong\triangle DEC$，$\therefore AC=CD$.

(2)$\because\angle ACD=90°$，$AC=CD$，$\therefore\angle EAC=45°$，

$\because AE=AC\therefore\angle AEC=\angle ACE=\frac{1}{2}\times(180°-45°)=67.5°$，

$\therefore\angle DEC=180°-67.5°=112.5°$.

24.(8 分)某校计划购买一批篮球和足球，已知购买 2 个篮球和 1 个足球共需 320 元，购买 3 个篮球和 2 个足球共需 540 元.

(1)求每个篮球和每个足球的售价；

(2)如果学校计划购买这两种共 50 个，总费用不超过 5500 元，那么最多可购买多少个足球？

思路分析：(1)根据等量关系列方程组求解；

(2)根据不等关系列不等式求解.

解：(1)解设每个篮球售价 x 元，每个足球售价 y 元，根据题意得：

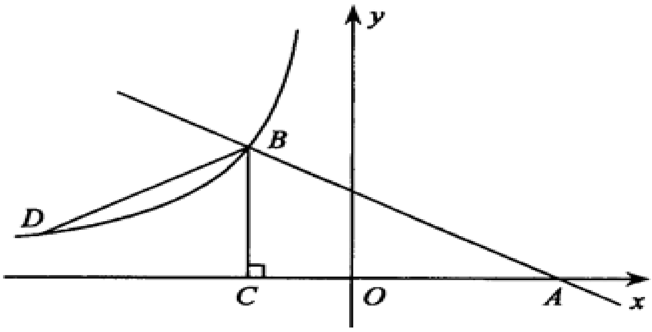
$\begin{cases}2x+y=320\\3x+2y=540\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=100\\y=120\end{cases}$

答：每个篮球售价 100 元，每个足球售价 120 元.

(2)设学校最多可购买 a 个足球，根据题意得

$100(50-a)+120a\leqslant 5500$，解得：$a\leqslant 25$. 答：学校最多可购买 25 个足球.

25.（8 分）如图，已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$（$x<0$）的图像交于点 $B(-2,n)$，过点 B 作 $BC\perp x$ 轴于点 C，点 $D(3-3n,1)$ 是该反比例函数图像上一点.



(1) 求 m 的值；

(2) 若 $\angle DBC=\angle ABC$，求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式.

思路分析：(1) 将点 B、D 坐标代入反比例函数解析式求解 m 的值；

(2) 先求 BD 的解析式，再由线段垂直平分线的性质求得点 A 坐标，最后求 AB 的解析式.

解：(1) 把 $B(-2,n)$，$D(3-3n,1)$ 代入反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 得，

$\begin{cases}-2n=m\\3-3n=m\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}m=-6\\n=3\end{cases}$，所以 m 的值为-6.

(2) 由 (1) 知 B、D 两点坐标分别为 $B(-2,3)$，$D(-6,1)$，

设 BD 的解析式为 $y=px+q$，所以 $\begin{cases}-2p+q=3\\-6p+q=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}p=\dfrac{1}{2}\\q=4\end{cases}$

所以一次函数的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+4$，与 x 轴的交点为 $E(-8,0)$

延长 BD 交 x 轴于 E，∵$\angle DBC=\angle ABC$，$BC\perp AC$，∴BC 垂直平分 AC，

∴$CE=6$，∴点 $A(4,0)$，将 A、B 点坐标代入 $y=kx+b$ 得

$\begin{cases}-2k+b=3\\4k+b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\b=2\end{cases}$，所以一次函数的表达式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

26.（10 分）如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，如果对角线 AC 和 BD 相交并且相等，那么我们把这样的四边形称为等角线四边形.

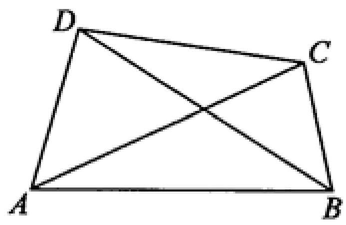
(1) ①在“平行四边形、矩形、菱形”中，____一定是等角线四边形（填写图形名称）；

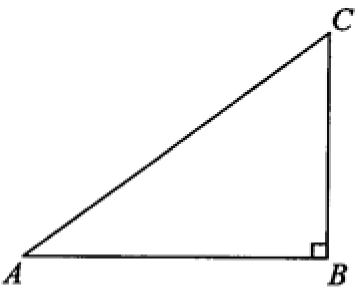
②若 M、N、P、Q 分别是等角线四边形 $ABCD$ 四边 AB、BC、CD、DA 的中点，当对角线 AC、BD 还需要满足______时，四边形 $MNPQ$ 是正方形；

(2) 如图 2，已知△ABC 中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，D 为平面内一点.

② 若四边形 $ABCD$ 是等角线四边形，且 $AD=BD$，则四边形 $ABCD$ 的面积是______；

②设点 E 是以 C 为圆心，1 为半径的圆上的动点，若四边形 $ABED$ 是等角线四边形，写出四边形 $ABED$ 面积的最大值，并说明理由.





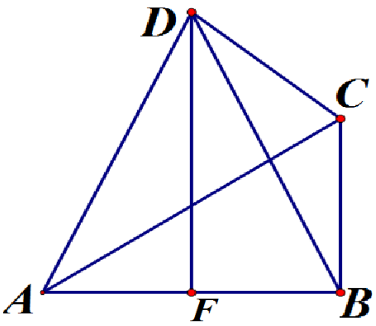
思路分析：(1)①矩形是对角线相等的四边形；
②四边形的中点四边形是平行四边形，等角线四边形的中点四边形是菱形，当对角线 AC、BD 互相垂直时四边形 $MNPQ$ 是正方形；
(2)①根据题意画出图形，根据图形分析确定 DF 垂直平分 AB，从而计算面积 $S_{ABED}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}$；
②如图四边形 $ABED$ 面积的最大值时点 E 在直线 AC 上，点 D 是以 AE 为斜边的等腰直角三角形的直角顶点，进而求得四边形 $ABED$ 面积的最大值.

解：(1)①矩形；②$AC\perp BD$；

(2)①∵$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，∴$BD=AC=5$，作 $DF\perp AB$ 于 F，∵$AD=BD$，∴DF 垂直平分 AB，

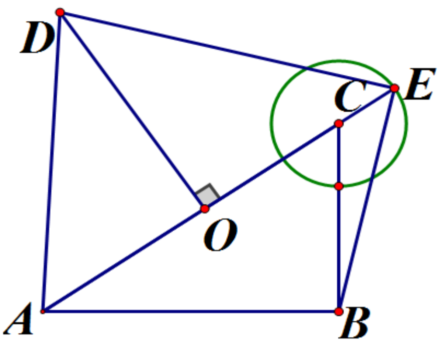
∴$BF=2$，由勾股定理得 $DF=\sqrt{21}$，

由题意知 $S_{ABED}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times AB\times DF+\frac{1}{2}\times BC\times BF=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{21}+\frac{1}{2}\times 3\times 2=2\sqrt{21}+3$；



②如图四边形 $ABED$ 面积的最大值时点 E 在直线 AC 上，点 D 是以 AE 为斜边的直角三角形的直角顶点，所以 $AE=6$，$DO=3$，在△ABC 中，由面积公式得点 B 到 AC 的距离为 $\frac{12}{5}$，所以四边形 $ABED$ 面积的最大值

$=S_{\triangle AED}+S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\times 6\times 3+\frac{1}{2}\times 6\times\frac{12}{5}=16.2$.

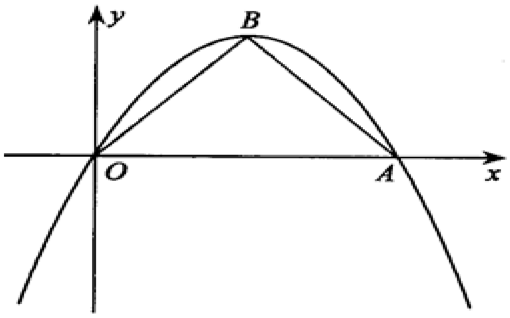


27.(10 分)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 的图像过点 $A(4,0)$，顶点为 B，连接 AB、BO.

(1)求二次函数的表达式;

(2)若 C 是 BO 的中点，点 Q 在线段 AB 上，设点 B 关于直线 CP 的对称点为 B'，当△OCB' 为等边三角形时，求 BQ 的长度;

(3)若点 D 在线段 BO 上，$OD=2BD$，点 E、F 在△OAB 的边上，且满足△DOF 与△DEF 全等，求点 E 的坐标.



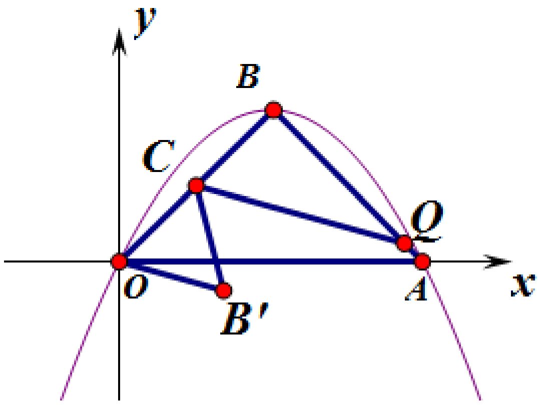
思路分析：(1)将 A 点坐标代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 求得二次函数的表达式;

(2)根据题意画出图形，根据图形分析，若△OCB' 为等边三角形，则∠OCB' =∠QCB' =∠QCB=60°，由∠B=90°，根据特殊三角函数值求得 BQ 的长;

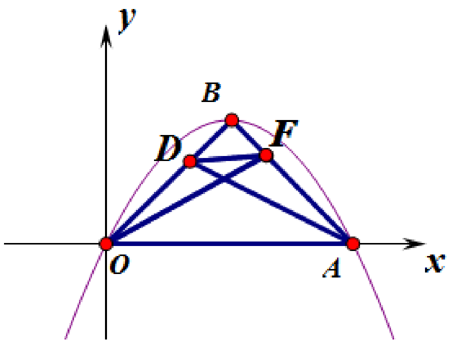
(3)按点 F 在 OB 上和点 B 在 OA 上进行讨论确定点 E 的位置，当点 F 在 BA 上，点 E 与点 A 重合时△DOF 与△DEF 全等；当 F 在 OA 上，DE// AB 时△DOF 与△DEF 全等，点 O 关于 DF 的对称点落在 AB 上时△DOF 与△DEF 全等.

解：(1)将 $A(4,0)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx$ 得，$-\frac{1}{2}\times 4^2+b\times 4=0$，解得 $b=2$，

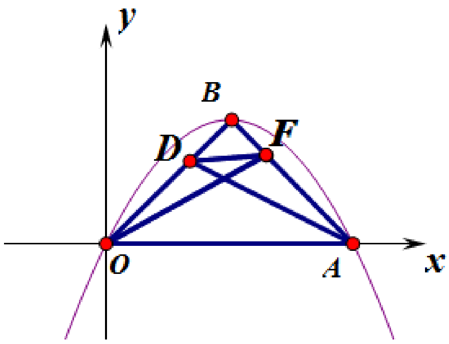
所以二次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$;



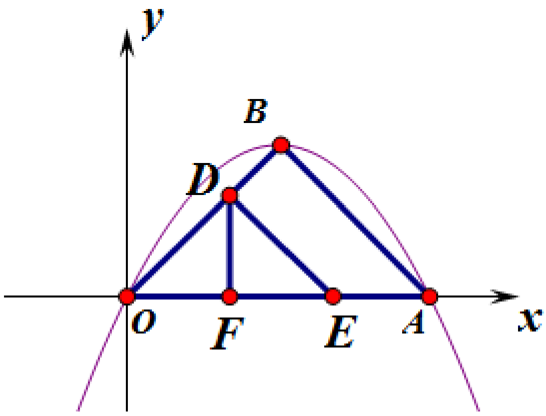
(2)根据题意画出图形，二次函数 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ 的顶点坐标为 $B(2,2)$，与两坐标轴的交点坐标为 $O(0,0)$、$A(4,0)$. 此时 $OB=2\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{2}$，若△OCB' 为等边三角形，则∠OCB' =∠QCB' =∠QCB=60°，因为∠B=90°，所以 $\tan$∠$QCB=QB:CB=\sqrt{3}$，所以 $QB=\sqrt{6}$;



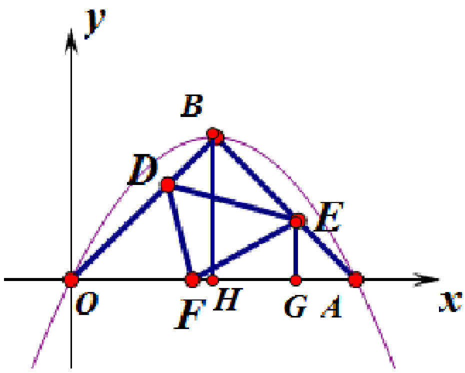
(3) ①当点 F 在 OB 上时，如图，当且仅当 $DE// OA$，即点 E 与点 A 重合时△DOF≌△FED，此时点 E 的坐标为 $E(4,0)$；



②点 F 在 OA 时，如图 $DF\perp OA$，当 $OF=EF$ 时△DOF≌△DEF，由于 $OD=2BD$，所以点 D 坐标为($\frac{4}{3}$，$\frac{4}{3}$)，点 F 坐标为($\frac{4}{3}$，0)，点 E 坐标为($\frac{8}{3}$，0)；



点 F 在 OA 时，如图,点 O 关于 DF 的对称点落在 AB 上时，△DOF≌△DEF，此时 $OD=DE=2BD=\frac{4}{3}\sqrt{2}$，$BE=\frac{2}{3}\sqrt{6}$，作 $BH\perp OA$ 于 H，$EG\perp OA$ 于 G，由相似三角形的性质求得 $HG=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，所以点 E 坐标为($2+\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$2-\frac{2}{3}\sqrt{3}$)．



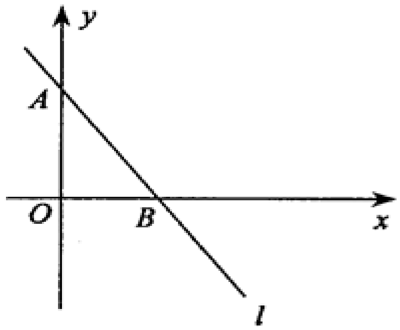
综上满足条件的点 E 的坐标为(4, 0)、($\frac{8}{3}$，0)、($2+\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$2-\frac{2}{3}\sqrt{3}$).

28.(10 分)如图，已知一次函数 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 的图像是直线 l，设直线 l 分别与 y 轴、x 轴交于点 A、B.

(1)求线段 AB 的长度;

(2)设点 M 在射线 AB 上，将点 M 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 到点 N，以点 N 为圆心，NA 的长为半径作⊙N.

①当⊙N 与 x 轴相切时，求点 M 的坐标；②在①的条件下，设直线 AN 与 x 轴交于点 C，与⊙N 的另一个交点为 D，连接 MD 交 x 轴于点 E. 直线 m 过点 N 分别与 y 轴、直线 l 交于点 P、Q，当△APQ 与△CDE 相似时，求点 P 的坐标.



思路分析：(1) 求 A、B 两点坐标，由勾股定理求得 AB 的长度；

(2)①根据题意画出图形，根据△AOB∽△NHA，△HAN≌△FMA 计算出线段 FM 与 OF 的长；

②分点 P 位于 y 轴负半轴上和点 P 位于 y 轴正半轴上两种情况进行分析，借助于相似三角形的对应线段比等于相似比列方程求得交点 Q 坐标，再将点 Q 坐标代入 AB 及 NP 解析式求得交点 P 的坐标.

解：(1)函数 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 中，令 $x=0$ 得 $y=4$，令 $y=0$ 得，$x=3$，所以 $A(0,4)$，$B(3,0)$. $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

(2)①由图 1 知，当⊙N 与 x 轴相切于点 E 时，作 $NH\perp y$ 轴于 H，则四边形 $NHOE$ 为矩形，$HO=EN=AM=AN$，

∵∠HAN+∠OAB=90°，∠HNA+∠HAN=90°，∴∠OAB=∠HAN，因为 $AM\perp AN$，所以△AOB∽△NHA，

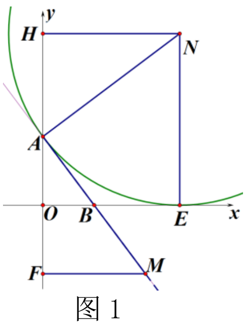


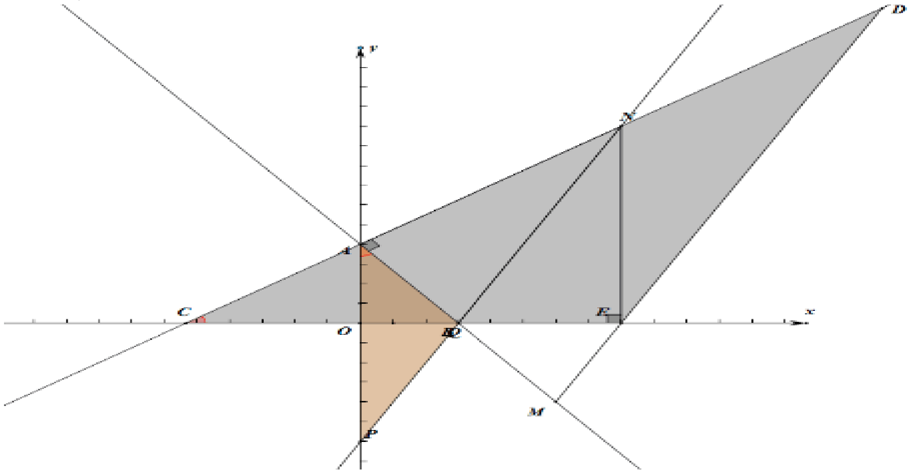
图 1

∴ $\frac{AH}{OB}=\frac{HN}{AO}=\frac{AN}{AB}$，设 $AH=3x$，则 $HN=4x$，$AN=NE=OH=5x$，∵$OH=OA+AH$，∴$3x+4=5x$，∴$x=2$，

∴$AH=6$, $HN=8$, $AN=AM=10$. ∵$AM=AN$, $\angle OAB=\angle HAN$, ∴$Rt\triangle HAN\cong Rt\triangle FMA$, ∴$FM=6$, $AF=8$, $OF=4$, ∴$M(6,-4)$.

②当点P位于y轴负半轴上时，设直线AN的解析式为$y=kx+b$，将$A(0,4)$，$N(8,10)$代入得$\begin{cases}b=4\\8k+b=10\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1\\b=\dfrac{3}{4}\end{cases}$，所以直线$AN$的解析式为$y=\dfrac{3}{4}x+4$. 所以点$C$坐标为$(-\dfrac{16}{3}, 0)$，过$D$

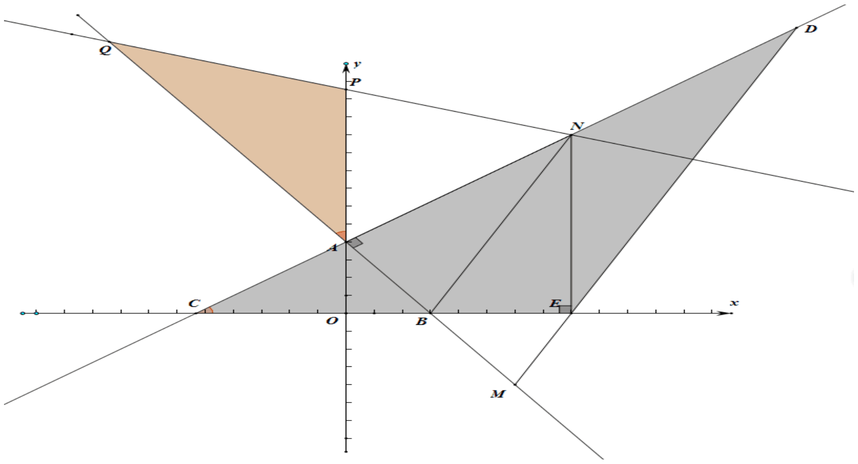


作x轴的垂线可得点$D(16, 16)$. 设点P坐标为$(0,-p)$，$N(8, 10)$则直线NP解析式为$y=\dfrac{10+p}{8}x-p$，

作$EF\perp CD$于F，$CE=\dfrac{16}{3}+8=\dfrac{40}{3}$，$AC=\dfrac{20}{3}$，$CD=\dfrac{20}{3}+20=\dfrac{80}{3}$，由相似三角形性质可得$EF=8$，$\triangle CDE\backsim\triangle APQ$，

则$\dfrac{4+p}{\frac{80}{3}}=\dfrac{\text{点Q横坐标绝对值}}{8}$，解得点$Q$的横坐标绝对值为$\dfrac{3(4+p)}{10}$，将点$Q$横坐标绝对值代入

AB及NP解析式得$\dfrac{10+p}{8}\cdot\dfrac{3(4+p)}{10}-p=\dfrac{3(4+p)}{10}\cdot(-\dfrac{4}{3})+4$，解得$p_1=-4$(舍去)，$p_2=6$，所以$P(0,-6)$.



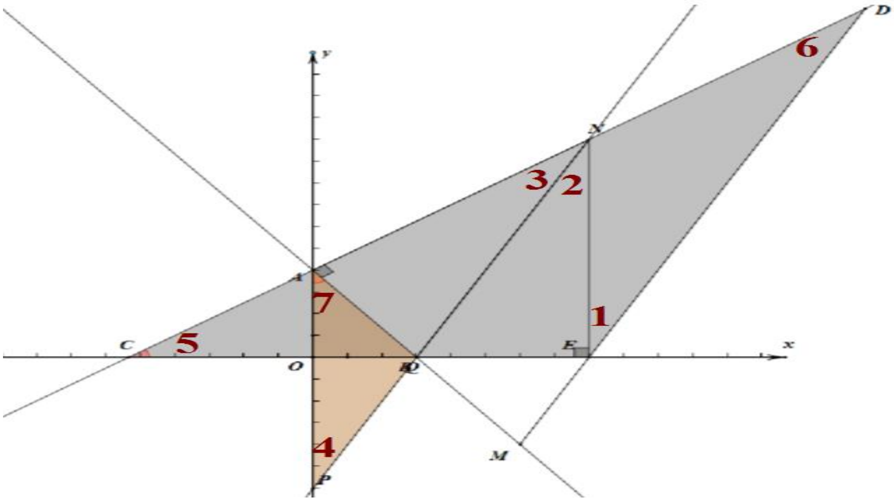
当点P位于y轴正半轴上时，设点P坐标为$(0,4+p)$，$N(8,10)$，$D(16,16)$则直线NP解析式为$y=\dfrac{6-p}{8}$

$x+4+p$，$\triangle CDE\backsim\triangle AQP$，则$\dfrac{p}{\frac{40}{3}}=\dfrac{\text{点Q横坐标绝对值}}{16}$，解得点$Q$的横坐标绝对值为，将点$Q$横坐标绝

对值代入 *AB* 及 *NP* 解析式得 $\frac{6-p}{8}$ •（-$\frac{6p}{5}$）+4+*p*=（-$\frac{6p}{5}$）•（-$\frac{4}{3}$）+4，解得 *p*=10，所以 *P*(0,14).

法二：把 M（6,-4）,D（16,16）代入 y=kx+b 得 $\begin{cases}16k+b=16\\6k+b=-4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=2\\b=-16\end{cases}$，∴直线 MD 的解析式为 y=2x-16,当 x=8 时，y=0，点 E（8,0）在直线 DE 上。

①当 P 位于 y 轴负半轴上时，△*CDE*∽△*APQ*，则∠7=∠5，∠4=∠6，∵ND=NE=r，∴∠1=∠6,∵OA∥NE，∴∠2=∠4，∴∠2=∠1，∴NP∥ND，∴∠3=∠6，∴∠3=∠4，∴AN=NP=10，∵OA=4，∴OP=6，∴点 P 坐标为（0,-6）



②当 P 位于 y 轴正半轴上时，△*CDE*∽△*AQP*,则∠1=∠2=∠3，∠APQ=∠CED，∴∠5=∠6，∵ND=NE=r，∴∠4=∠7，∠8=∠Q=90°，∠8=∠9，∠E=∠Q∴∠9+∠4=90°，∴NQ⊥DE，∴∠9=∠6，∴∠5=∠8,∴AN=NP=10，∵OA=4，∴OP=14，∴点 P 坐标为（0,14）