

第六届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级初赛(B)卷试题

一、选择题（每小题6分，共30分）

1. 王老师组织学生举行了一次手抄报活动，最后把十名优秀者的手抄报粘合在一起，在教室里展出。如图1，已知每张报纸长为38cm，宽为28cm，粘合部分的纸为2cm宽，则这10张报纸粘合后的长度为（ ）

- A. 360cm B. 362cm C. 364cm D. 380cm

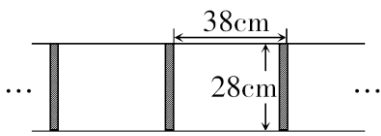


图1

A	B	C	⚑
	2	2	

图2

2. 电脑上有一个有趣的“扫雷”游戏，图2是扫雷游戏的一部分，说明：图中数字2表示在以该数字为中心的周边8个方格中有2个地雷，小旗表示该方格已被探明有地雷，现在还剩下A、B、C三个方格未被探明，其它地方为安全区（包括有数字的方格），则A、B、C三个方格中有地雷的概率最大的方格是（ ）

- A. A B. B C. C D. 无法确定

3. 紧跟2006年第十八届世界杯足球赛的步伐，师大学生也举行了足球比赛，下表是师范大学四个系举行足球单循环赛的成绩：

成绩 \ 球队	数学	中文	教育	化学
数学	×	0:1②	3:2	0:0
中文	1:0①	×	1:1	3:0
教育	2:3	1:1	×	4:1
化学	0:0	0:3	1:4	×

表中成绩栏中的比为行中所有球队比赛的进球之比。如①表示中文系与数学系的比赛中，中文系以1:0获胜；②表示与①同一场比赛，数学系输给了中文系。按规定，胜一场得3分，平一场得1分，负一场得0分，按得分由多到少排名次，则此次比赛的冠军队是（ ）

- A. 数学系 B. 中文系 C. 教育系 D. 化学系

4. 如图3，A、B、C是固定在桌子上的三根立柱，其中A柱上穿有三个大小不同的圆片，下面圆片的直径总比上面的大。现将这三个圆片移到B柱上，要求每次只能移动一片(叫移动一次)，被移动的圆片只能放入A、B、C三个柱之一且较大的圆片不能叠在小圆片的上面，那么完成这件事至少要移动圆片的次数是（ ）

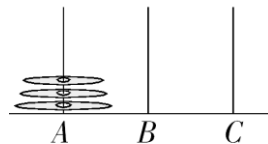


图3

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

5. 秋天的一个周末，王明的大学同学去帮王明家收梨子，上午大家全部摘梨，下午一半同学（包括王明）继续摘梨，一半同学把梨搬运到果园外的车上以备运走，结果梨都摘完了，而需搬运的梨还留下一个人一天的工作量。如果每个人每搬运两筐梨的时间就能摘一筐梨，那么王明和他的同学共（ ）

- A. 4人 B. 6人 C. 8人 D. 10人

二、填空题(每小题 6 分, 共 30 分)

6. 王英和张昊今年 6 月份刚毕业, 同去一家公司进行面试, 主管人员对王英和张昊的打分如下表:

	王英	张昊
专业知识	18	16
工作经验	16	18
仪表形象	18	21

已知此公司对专业知识、工作经验和仪表形象这三方面的重要性要求是 6 : 3 : 1, 那么____被录用的可能性大.

7. 如图 4, 高娃承包了一块三角形草地, 他把草地分成东、南、西、北四块分别牧羊, 一段时间后他发现: 西边的草地可以放牧 5 只羊, 南边的草地可以放牧 10 只羊, 东边的草地可以放牧 8 只羊, 则北边那块草地可以放牧_____只羊.

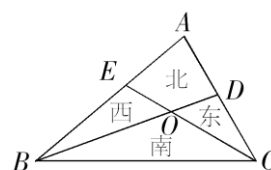


图 4

8. 为了美化环境, 净化城市的天空, 某市要将建在西里(城中村)的一座高 50m 的烟囱拆除, 由于烟囱附近的房子密集, 拆除只能采取分段拆除, 若烟囱折断时, 顶端下来正好砸在距烟囱底部 10m 的地方最安全, 那么按以上要求该烟囱应从底部向上_____米处折断.

9. 弹子盘为长方形 ABCD, 四角有洞, 弹子从 A 出发, 路线与小正方形的边成 45° 角, 撞到边界即反弹(如图 5 所示). AB=4, AD=3, 弹子最后落入 B 洞. 那么, 当 AB=9, AD=8 时, 弹子最后落入_____洞, 在落入洞之前, 撞击 BC 边_____次.

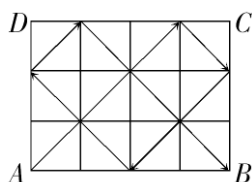


图 5

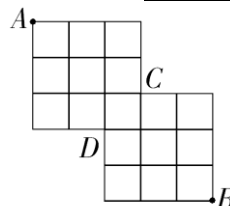


图 6

10. In figure 6, Suppose A is Mary's home. B is Mary's school. Mary walks to school every day. From the map we know that there are many shortest ways to the school. How many do you know?(Just from A to B)

Answer:_____.

三、解答题(每小题 15 分, 共 60 分)

11. 李红和张静的移动电话收费方式不同, 她们都认为自己所用的卡收费低. 已知李红用的“便民卡”与张静用的“如意卡”每月(30天)的通话时间 x(分钟)与通话费 y(元)的关系如图 7.

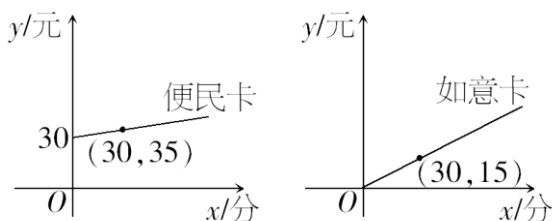


图 7

请你计算一下, 李红和张静的说法谁对? 根据一个月内使用情况分析哪种卡便宜?

12. 如图 8 是一层楼梯 ABC 的剖面示意图, 请你用学过的数学知识解释, 为什么楼的每层楼梯 ABC 的往复转折处的回廊 BD 都在每层楼高 EF 的中间位置, 这样的设计有什么现实意义?

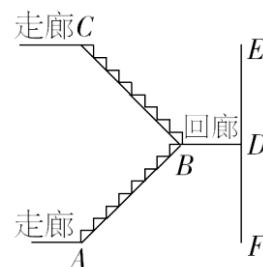


图 8

13. 建筑业有这样一个规定: 房屋的窗户面积应小于房屋内地面的面积. 根据采光标准, 窗户面积与地面面积的比应不小于 10%, 并且这个比例越大, 住宅的采光条件越好.

问: (1) 如果同时增加相等的窗户和地面的面积, 房屋的采光条件是变好还是变坏? 请说明理由.

(2) 通过 (1) 的解答, 你发现其中蕴含的数学结论是什么? 请写出来.

14. 如图 9, 某班进行拔河比赛, 一共有两个老师, 一个男老师, 一个女老师, 六个学生, 三个男学生, 三个女学生. 其中每个男学生的力量相同, 每个女学生的力量相同.

如果有三场比赛的结果是:

第一场: 一个男老师为一方, 五个同学(两男三女)为另一方进行比赛, 男老师输了;

第二场: 女老师为一方, 五个同学(一男四女)为另一方进行比赛, 女老师赢了;

第三场: 男老师加一个男同学为一方, 女老师与三个女同学为另一方进行比赛, 男老师一方赢了.



图 9

问: 女老师加两个男同学与男老师加上三个女同学进行比赛, 结果将会怎么样? 为什么?

四、开放题(本题 30 分)

15. 中国古代的兵法是我国前人无数心血与智慧的结晶, 它里面也蕴含着许多的数学思想, 如“李代桃僵”.

原文是“桃生露井上, 李树生桃旁, 虫来啮根, 李树代桃僵. 树木身相代, 兄弟还相忘?”原话说, 李树替桃树受虫蛀, 原比喻兄弟间应友爱相帮, 后来转喻为互相替代, 代换. 在军事谋略中, 这是常用之计. 等量代换也是思考数学问题的常用方法.

那么, 请同学们编写一道用等量代换的思考方式解题的数学题目, 并说明解题思路, 写出详细的解题过程.

第六届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级初赛(B)卷试题参考答案

一、1. B

2. A

3. B

4. B

5. C

二、6. 王英

7. 22

8. 24

9. D, 4

10. 200

三、11. 解：设便民卡的通话时间与通话费用的函数关系为 $y_1 = k_1x + b_1$,

由 y_1 过 $(0, 30)$, $(30, 35)$ 两点可得

$$y_1 = \frac{1}{6}x + 30 (x \geq 0).$$

设如意卡的通话时间与通话费用的函数关系为 $y_2 = k_2x + b_2$,

由 y_2 过 $(0, 0)$, $(30, 15)$ 两点可得

$$y_2 = \frac{1}{2}x (x \geq 0).$$

当 $y_1 = y_2$ 时, $\frac{1}{6}x + 30 = \frac{1}{2}x$, 解得 $x = 90$.

当 $y_1 > y_2$ 时, $\frac{1}{6}x + 30 > \frac{1}{2}x$, 解得 $x < 90$.

当 $y_1 < y_2$ 时, $\frac{1}{6}x + 30 < \frac{1}{2}x$, 解得 $x > 90$.

因此李红和张静的说法都不正确.

当一个月内通话时间为 90 分钟时, 使用两种卡费用一样;

当一个月内通话时间少于 90 分钟时, 使用如意卡(张静用的卡)便宜;

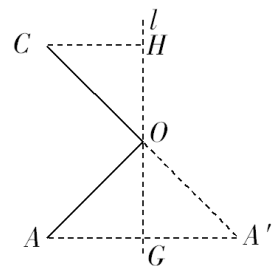
当一个月内通话时间多于 90 分钟时, 使用便民卡(李红用的卡)便宜;

12. 如右图, 过回廊 BD 的端点 B 作 BD 的垂线 l , 并作点 A 关于直线 l 的对称点 A' , 连接 $A'C$ 交直线 l 于 O 点, 连接 AO , 分别过 A 、 C 作 AG 、 CH 垂直于 l , 垂足分别为 G 、 H .

则有 $\angle COH = \angle A'OG$, $\angle AGO = \angle CHO = 90^\circ$,

根据实际情况, 应有 $CH = AG$.

由轴对称性质可知:



$$AO = A'O, AG = A'G, \angle AOG = \angle A'OG,$$

由此可得 $\triangle COH \cong \triangle A'OG$.

所以 $OH = OG, CO = A'O$.

即 O 为 GH 的中点时, 折线 AOC 为最短(两点 C, A' 之间线段 CA' 最短)

现实意义: 只有当楼梯 ABC 的往复转折处的回廊 BD 建在每层楼高的中间位置时, 楼梯 ABC 的长度最短, 这样就最省料, 最经济(造价最低).

13. (1) 房屋的采光条件变好. 理由: 设原来窗户的面积为 x , 地面的面积为 y , 且 $x < y$,

当窗户的面积和地面的面积同时增加的面积为 z 时, $\frac{x}{y}$ 变为 $\frac{x+z}{y+z}$, 而

$$\frac{x+z}{y+z} - \frac{x}{y} = \frac{z(y-x)}{y(y+z)} > 0, \text{ 所以采光条件变好.}$$

(2) 结论: 对于一个分式, $\frac{y}{x} (x > y > 0)$, 如果这个分式的分子, 分母同时增加 $z (z > 0)$,

分式的值将增大.

14. 解: 女老师加两男同学一方将战胜男老师加三个女同学一方.

理由: 设 A 代表男老师, B 代表女老师, C 代表男同学, D 代表女同学; 不等式中较大的一端代表获胜方.

$$\text{已知 } 2C + 3D > A \tag{1}$$

$$B > C + 4D \tag{2}$$

$$\text{①、②两式相加, 得 } B + 2C + 3D > A + C + 4D \tag{3}$$

$$\text{从③式两端同时减去 } C + 3D, \text{ 得 } B + C > A + D \tag{4}$$

$$\text{又已知 } A + C > B + 3D, \tag{5}$$

$$\text{④、⑤两式相加, 得 } A + B + 2C > A + B + 4D \tag{6}$$

$$\text{从⑥式两端同时减去 } A + B, \text{ 得 } 2C > 4D, \text{ 即 } C > 2D \tag{7}$$

$$\text{④、⑦两式相加, 得 } B + 2C > A + 3D.$$

四、15. 答案不惟一

(此题为开放题, 要求题目的解法中须用到等量代换, 编写出符合题意的题目即可得 15 分, 说明解题思路得 20 分, 写出详细过程, 得满分)