

第八章 分式

8.1 分式

8.1 从分数到分式

一、教学目标

1. 了解分式、有理式的概念
2. 理解分式有意义的条件，分式的值为零的条件；能熟练地求出分式有意义的条件，分式的值为零的条件

二、重点、难点

1. **重点：**理解分式有意义的条件，分式的值为零的条件
2. **难点：**能熟练地求出分式有意义的条件，分式的值为零的条件

三、课堂引入

1. 让学生填写 P4[思考]，学生自己依次填出： $\frac{10}{7}$ ， $\frac{s}{a}$ ， $\frac{200}{33}$ ， $\frac{v}{s}$.

2. 学生看 P3 的问题：一艘轮船在静水中的最大航速为 20 千米/时，它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用实践，与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等，江水的流速为多少？

请同学们跟着教师一起设未知数，列方程

设江水的流速为 x 千米/时.

轮船顺流航行 100 千米所用的时间为 $\frac{100}{20 \square v}$ 小时，逆流航行 60 千米所用时间 $\frac{60}{20 \square v}$ 小时，

所以 $\frac{100}{20 \square v} = \frac{60}{20 \square v}$.

3. 以上的式子 $\frac{100}{20 \square v}$ ， $\frac{60}{20 \square v}$ ， $\frac{s}{a}$ ， $\frac{v}{s}$ ，有什么共同点？它们与分数有什么相同点和不同点？

同点？

五、例题讲解

P5 例 1. 当 x 为何值时，分式有意义

[分析] 已知分式有意义，就可以知道分式的分母不为零，进一步解出字母 x 的取值范围.

[提问] 如果题目为：当 x 为何值时，分式无意义. 你知道怎么解题吗？这样可以使学生一题二用，也可以让学生更全面地感受到分式及有关概念

(补充) 例 2. 当 m 为何值时，分式的值为 0？

- (1) (2) (3)

[分析] 分式的值为 0 时，必须同时满足两个条件：①分母不能为零；②分子为零，这样求出的 m 的解集中的公共部分，就是这类题目的解

[答案] (1) $m=0$ (2) $m=2$ (3) $m=1$

六、随堂练习

1. 判断下列各式哪些是整式，哪些是分式？

$$9x+4, \quad \frac{7}{x}, \quad \frac{9 \square y}{20}, \quad \frac{m \square 4}{5}, \quad \frac{8y \square 3}{y^2}, \quad \frac{1}{x \square 9}$$

2. 当 x 取何值时，下列分式有意义？

- (1) (2) (3)

3. 当 x 为何值时, 分式的值为 0?

- (1) (2) (3)

七、课后练习

1. 列代数式表示下列数量关系, 并指出哪些是整式? 哪些是分式?

(1) 甲每小时做 x 个零件, 则他 8 小时做零件_____个, 做 80 个零件需_____小时.

(2) 轮船在静水中每小时走 a 千米, 水流的速度是 b 千米/时, 轮船的顺流速度是_____千米/时, 轮船的逆流速度是_____千米/时.

(3) x 与 y 的差于 4 的商是_____.

2. 当 x 取何值时, 分式_____无意义?

3. 当 x 为何值时, 分式_____的值为 0?

八、答案:

六、1. 整式: $9x+4$, $\frac{9-y}{20}$, $\frac{m-4}{5}$ 分式: $\frac{7}{x}$, $\frac{8y-3}{y^2}$, $\frac{1}{x-9}$

2. (1) $x \neq -2$ (2) $x \neq$ (3) $x \neq \pm 2$

3. (1) $x = -7$ (2) $x = 0$ (3) $x = -1$

七、1. $18x$, $a+b$, $\frac{s}{a-b}$, $\frac{x-y}{4}$; 整式: $8x$, $a+b$, $\frac{x-y}{4}$;

分式: $\frac{80}{x}$, $\frac{s}{a-b}$

2. $x =$ 3. $x = -1$

课后反思:

8.1.2分式的基本性质

一、教学目标

1. 理解分式的基本性质.
2. 会用分式的基本性质将分式变形

二、重点、难点

1. 重点: 理解分式的基本性质
2. 难点: 灵活应用分式的基本性质将分式变形

三、例、习题的意图分析

1. P7的例2是使学生观察等式左右的已知的分母(或分子), 乘以或除以了什么整式, 然后应用分式的基本性质, 相应地把分子(或分母) 乘以或除以了这个整式, 填到括号里作为答案, 使分式的值不变

2. P9的例3、例4地目的是进一步运用分式的基本性质进行约分、通分. 值得注意的是: 约分是要找准分子和分母的公因式, 最后的结果要是最简分式; 通分是要正确地确定各个分母的最简公分母, 一般的取系数的最小公倍数, 以及所有因式的最高次幂的积, 作为最简公分母.

教师要讲清方法, 还要及时地纠正学生做题时出现的错误, 使学生在做提示加深对相应概念及方法的理解.

3. P11习题16.1的第5题是: 不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”号. 这一类题教材里没有例题, 但它也是由分式的基本性质得出分子、分母和分式本身的符号, 改变其中任何两个, 分式的值不变

“不改变分式的值, 使分式的分子和分母都不含‘-’号”是分式的基本性质的应用之一, 所以补充例5.

四、课堂引入

1. 请同学们考虑: $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ 相等吗? $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a \cdot (-c)}{b \cdot (-c)}$ 相等吗? 为什么?

2. 说出 $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a \cdot c}{b \cdot c}$ 之间变形的过程, $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a \cdot (-c)}{b \cdot (-c)}$ 之间变形的过程, 并说出变形依据?

3. 提问分数的基本性质, 让学生类比猜想出分式的基本性质

五、例题讲解

P7例2. 填空:

[分析] 应用分式的基本性质把已知的分子、分母同乘以或除以同一个整式, 使分式的值不变.

P11例3. 约分:

[分析] 约分是应用分式的基本性质把分式的分子、分母同除以同一个整式, 使分式的值不变. 所以要找准分子和分母的公因式, 约分的结果要是最简分式

P11例4. 通分:

[分析] 通分要想确定各分式的公分母, 一般的取系数的最小公倍数, 以及所有因式的最高次幂的积, 作为最简公分母

(补充) 例5. 不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”号 .

$$\frac{\square 6b}{\square 5a}, \quad \square x, \quad \square \frac{2m}{\square n}, \quad \square \frac{\square 7m}{6n}, \quad \square \frac{\square 3x}{\square 4y}.$$

[分析] 每个分式的分子、分母和分式本身都有自己的符号, 其中两个符号同时改变, 分式的值不变.

$$\begin{aligned} \text{解: } \quad \square \frac{6b}{5a} &= \frac{6b}{5a}, & \square \frac{x}{3y} &= \square \frac{x}{3y}, & \square \frac{2m}{\square n} &= \frac{2m}{n}, \\ \square \frac{\square 7m}{6n} &= \frac{7m}{6n}, & \square \frac{\square 3x}{\square 4y} &= \frac{3x}{4y}. \end{aligned}$$

六、随堂练习

1. 填空:

$$(1) \frac{2x^2}{x^2 \square 3x} = \frac{\square \square}{x \square 3} \quad (2) \frac{6a^3 b^2}{8b^3} = \frac{3a^3}{\square \square}$$

$$(3) \frac{b \square 1}{a \square c} = \frac{\square \square}{an \square cn} \quad (4) \frac{x^2 \square y^2}{\square x \square y \square} = \frac{x \square y}{\square \square}$$

2. 约分:

$$(1) \frac{3a^2 b}{6ab^2 c} \quad (2) \frac{8m^2 n}{2m^2 n} \quad (3) \frac{\square 4x^2 yz^3}{16xy^2} \quad (4) \frac{2(x \square y)^3}{y \square x}$$

3. 通分:

$$\begin{aligned} (1) \frac{1}{2ab^3} \text{ 和 } \frac{2}{5a^2 b^2 c} & \quad (2) \frac{a}{2xy} \text{ 和 } \frac{b}{3x^2} \\ (3) \frac{3c}{2ab^2} \text{ 和 } \square \frac{a}{8bc^2} & \quad (4) \frac{1}{y \square 1} \text{ 和 } \frac{1}{y \square 1} \end{aligned}$$

4. 不改变分式的值, 使下列分式的分子和分母都不含“-”号 .

$$(1) \square \frac{\square x^3 y}{3ab^2} \quad (2) \square \frac{\square a^3}{\square 17b^2} \quad (3) \frac{\square 5a}{\square 13x^2} \quad (4) \frac{\square (a \square b)^2}{m}$$

七、课后练习

1. 判断下列约分是否正确:

$$(1) \frac{a \square c}{b \square c} = \frac{a}{b} \quad (2) \frac{x \square y}{x^2 \square y^2} = \frac{1}{x \square y}$$

$$(3) \frac{m \square n}{m \square n} = 0$$

2. 通分:

$$(1) \frac{1}{3ab^2} \text{ 和 } \frac{2}{7a^2 b} \quad (2) \frac{x \square 1}{x^2 \square x} \text{ 和 } \frac{x \square 1}{x^2 \square x}$$

3. 不改变分式的值, 使分子第一项系数为正, 分式本身不带“-”号 .

$$(1) \frac{\square 2a \square b}{\square a \square b} \quad (2) \square \frac{\square x \square 2y}{3x \square y}$$

八、答案:

六、1. (1) $2x$ (2) $4b$ (3) $bn+n$ (4) $x+y$

2. (1) $\frac{a}{2bc}$ (2) $\frac{4m}{n}$ (3) $\frac{x}{4z^2}$ (4) $-2(x-y)^2$

3. 通分:

$$(1) \frac{1}{2ab^3} = \frac{5ac}{10a^2b^3c}, \quad \frac{2}{5a^2b^2c} = \frac{4b}{10a^2b^3c}$$

$$(2) \frac{a}{2xy} = \frac{3ax}{6x^2y}, \quad \frac{b}{3x^2} = \frac{2by}{6x^2y}$$

$$(3) \frac{3c}{2ab^2} = \frac{12c^3}{8ab^2c^2}, \quad \frac{a}{8bc^2} = \frac{ab}{8ab^2c^2}$$

$$(4) \frac{1}{y-1} = \frac{y+1}{(y-1)(y+1)}, \quad \frac{1}{y+1} = \frac{y-1}{(y-1)(y+1)}$$

4. (1) $\frac{x^3y}{3ab^2}$ (2) $\frac{a^3}{17b^2}$ (3) $\frac{5a}{13x^2}$ (4) $\frac{(a-b)^2}{m}$

课后反思:

16. 2分式的运算

16. 2. 1分式的乘除(一)

一、教学目标：理解分式乘除法的法则，会进行分式乘除运算

二、重点、难点

1. 重点：会用分式乘除的法则进行运算
2. 难点：灵活运用分式乘除的法则进行运算.

三、例、习题的意图分析

1. P13本节的引入还是用问题1求容积的高，问题2求大拖拉机的工作效率是小拖拉机的工作效率的多少倍，这两个引例所得到的容积的高是 $\frac{v}{ab} \cdot \frac{m}{n}$ ，大拖拉机的工作效率是

小拖拉机的工作效率的 $\frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n}$ 倍. 引出了分式的乘除法的实际存在的意义，进一步引出

P14[观察]从分数的乘除法引导学生类比出分式的乘除法的法则 但分析题意、列式子时，不易耽误太多时间.

2. P14例1应用分式的乘除法法则进行计算，注意计算的结果如能约分，应化简到最简.

3. P14例2是较复杂的分式乘除，分式的分子、分母是多项式，应先把多项式分解因式，再进行约分.

4. P14例3是应用题，题意也比较容易理解，式子也比较容易列出来，但要注意根据问题的实际意义可知 $a > 1$, 因此 $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 > 2 - 2 + 1$, 即 $(a-1)^2 > 2 - 2 + 1$. 这一点要给学生讲清楚，才能分析清楚“丰收2号”单位面积产量高. (或用求差法比较两代数式的大小)

四、课堂引入

1. 出示 P13本节的引入的问题1求容积的高 $\frac{v}{ab} \cdot \frac{m}{n}$ ，问题2求大拖拉机的工作效率是

小拖拉机的工作效率的 $\frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n}$ 倍.

[引入]从上面的问题可知，有时需要分式运算的乘除 本节我们就讨论数量关系需要进行分式的乘除运算. 我们先从分数的乘除入手，类比出分式的乘除法法则

1. P14[观察] 从上面的算式可以看到分式的乘除法法则

3. [提问] P14[思考] 类比分数的乘除法法则，你能说出分式的乘除法法则？

类似分数的乘除法法则得到分式的乘除法法则的结论

五、例题讲解

P14例1.

[分析] 这道例题就是直接应用分式的乘除法法则进行运算. 应该注意的是运算结果应约分到最简，还应注意在计算时跟整式运算一样，先判断运算符号，在计算结果

P15例2.

[分析] 这道例题的分式的分子、分母是多项式，应先把多项式分解因式，再进行约分. 结果的分母如果不是单一的多项式，而是多个多项式相乘是不必把它们展开

P15例.

[分析] 这道应用题有两问，第一问是：哪一种小麦的单位面积产量最高？先分别求出“丰收 1 号”、“丰收 2 号”小麦试验田的面积，再分别求出“丰收 1 号”、“丰收 2 号”小麦试验田的单位面积产量，分别是 $\frac{500}{a^2-1}$ 、 $\frac{500}{a-1^2}$ ，还要判断出以上两个分式的值，哪一个值更大. 要根据问题的实际意义可知 $a>1$ ，因此 $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 > a^2 - 2 + 1$ ，即 $(a-1)^2 > a^2 - 1$ ，可得出“丰收 2 号”单位面积产量高.

六、随堂练习

计算

$$(1) \frac{c^2}{ab} \cdot \frac{a^2 b^2}{c} \quad (2) \frac{n^2}{2m} \cdot \frac{4m^2}{5n^3} \quad (3) \frac{y}{7x} \cdot \frac{2}{x}$$

$$(4) -8xy \cdot \frac{2y}{5x} \quad (5) \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \cdot \frac{a^2-1}{a^2-4a+4} \quad (6) \frac{y^2-6y+9}{y^2} \cdot (3-y)$$

七、课后练习

计算

$$(1) \frac{x^2 y}{x^3} \cdot \frac{1}{y} \quad (2) \frac{5b^2}{3ac} \cdot \frac{10bc}{21a} \quad (3) \frac{12xy}{5a} \cdot 8x^2 y$$

$$(4) \frac{a^2-4b^2}{3ab^2} \cdot \frac{ab}{a-2b} \quad (5) \frac{x^2-x}{x+1} \cdot (4-x) \quad (6) \frac{42(x^2-y^2)}{x} \cdot \frac{x^2}{35(y-x)^3}$$

八、答案:

六、 (1) ab (2) $\frac{2m}{5n}$ (3) $\frac{y}{14}$ (4) $-20x^2$ (5) $\frac{(a-1)(a-2)}{(a+1)(a+2)}$

(6) $\frac{3-y}{y-2}$

七、 (1) $\frac{1}{x}$ (2) $\frac{7b}{2c^2}$ (3) $\frac{3}{10ax}$ (4) $\frac{a-2b}{3b}$

(5) $\frac{x}{1-x}$ (6) $\frac{6x(x-y)}{5(x-y)^2}$

课后反思:

16. 2. 1 分式的乘除(二)

一、教学目标：熟练地进行分式乘除法的混合运算

二、重点、难点

1. 重点：熟练地进行分式乘除法的混合运算

2. 难点：熟练地进行分式乘除法的混合运算

三、例、习题的意图分析

1. P17页例4是分式乘除法的混合运算. 分式乘除法的混合运算先把除法统一成乘法运算, 再把分子、分母中能因式分解的多项式分解因式, 最后进行约分, 注意最后的结果要是最简分式或整式.

教材 P17例4只把运算统一乘法, 而没有把 $25x^2-9$ 分解因式, 就得出了最后的结果, 教师在见解是不要跳步太快, 以免学习有困难的学生理解不了, 造成新的疑点

2, P17页例4中没有涉及到符号问题, 可运算符号问题、变号法则是学生学习中重点, 也是难点, 故补充例题, 突破符号问题

四、课堂引入

计算

$$(1) \frac{y}{x} \square \frac{x}{y} \square (\square \frac{y}{x}) \quad (2) \quad \frac{3x}{4y} \square (\square \frac{3x}{y}) \square (\square \frac{1}{2x})$$

五、例题讲解

(P17) 例4. 计算

[分析] 是分式乘除法的混合运算. 分式乘除法的混合运算先统一成为乘法运算, 再把分子、分母中能因式分解的多项式分解因式, 最后进行约分, 注意最后的计算结果要是最简的.

(补充) 例. 计算

$$\begin{aligned} (1) & \frac{3ab^2}{2x^3y} \square (\square \frac{8xy}{9a^2b}) \square \frac{3x}{4b} \\ &= \frac{3ab^2}{2x^3y} \square (\square \frac{8xy}{9a^2b}) \square \frac{4b}{3x} \quad (\text{先把除法统一成乘法运算}) \\ &= \frac{3ab^2}{2x^3y} \square \frac{8xy}{9a^2b} \square \frac{4b}{3x} \quad (\text{判断运算的符号}) \\ &= \frac{16b^2}{9ax^3} \quad (\text{约分到最简分式}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \frac{2x \square 6}{4 \square 4x \square 4x^2} \square (x \square 3) \square \frac{(x \square 3)(x \square 2)}{3 \square x} \\ &= \frac{2x \square 6}{4 \square 4x \square 4x^2} \square \frac{1}{x \square 3} \square \frac{(x \square 3)(x \square 2)}{3 \square x} \quad (\text{先把除法统一成乘法运算}) \\ &= \frac{2(x \square 3)}{(2 \square x)^2} \square \frac{1}{x \square 3} \square \frac{(x \square 3)(x \square 2)}{3 \square x} \quad (\text{分子、分母中的多项式分解因式}) \end{aligned}$$

$$= \frac{2(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{1}{x-3} \cdot \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)}$$

$$= \frac{2}{x-2}$$

六、随堂练习

计算

$$(1) \frac{3b^2}{16a} \cdot \frac{bc}{2a^2} \cdot \left(\frac{2a}{b}\right) \quad (2) \frac{5c}{2a^2b^4} \cdot (-6ab^6c^2) \cdot \frac{20c^3}{30a^3b^{10}}$$

$$(3) \frac{3(x-y)^2}{(y-x)^3} \cdot (x-y)^4 \cdot \frac{9}{y-x} \quad (4) (xy-x^2) \cdot \frac{x^2-2xy-y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{x^2}$$

七、课后练习

计算

$$(1) -8x^2y^4 \cdot \frac{3x}{4y^6} \cdot \left(\frac{x^2y}{6z}\right) \quad (2) \frac{a^2-6a+9}{4b^2} \cdot \frac{3-a}{2b} \cdot \frac{a^2}{3a-9}$$

$$(3) \frac{y^2-4y+4}{2y+6} \cdot \frac{1}{y+3} \cdot \frac{12-6y}{9-y^2} \quad (4) \frac{x^2-xy}{x^2-xy} \cdot (x-y) \cdot \frac{xy}{y^2-xy}$$

八、答案：

六. (1) $\frac{3a^2}{4c}$ (2) $-\frac{5}{8c^4}$ (3) $\frac{(x-y)^4}{3}$ (4) $-y$

七. (1) $\frac{36xz}{y^3}$ (2) $\frac{a^2}{b-2}$ (3) $\frac{2-y}{12}$ (4) $-\frac{1}{x}$

课后反思：

16. 2. 1 分式的乘除(三)

一、教学目标：理解分式乘方的运算法则，熟练地进行分式乘方的运算

二、重点、难点

1. 重点：熟练地进行分式乘方的运算

2. 难点：熟练地进行分式乘、除、乘方的混合运算

三、例、习题的意图分析

1. P17例5第(1)题是分式的乘方运算，它与整式的乘方一样应先判断乘方的结果的符号，在分别把分子、分母乘方. 第(2)题是分式的乘除与乘方的混合运算，应对学生强调运算顺序：先做乘方，再做乘除.

2. 教材P17例5中象第(1)题这样的分式的乘方运算只有一题，对于初学者来说，练习的量显然少了些，故教师应作适当的补充练习. 同样象第(2)题这样的分式的乘除与乘方的混合运算，也应相应的增加几题为好.

分式的乘除与乘方的混合运算是学生学习中重点，也是难点，故补充例题，强调运算顺序，不要盲目地跳步计算，提高正确率，突破这个难点

四、课堂引入

计算下列各题：

$$(1) \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} = (\quad) \quad (2) \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} = (\quad)$$

$$(3) \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} \square \frac{a}{b} = (\quad)$$

[提问]由以上计算的结果你能推出 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ (n为正整数)的结果吗?

五、例题讲解

(P17)例5. 计算

[分析]第(1)题是分式的乘方运算，它与整式的乘方一样应先判断乘方的结果的符号，再分别把分子、分母乘方. 第(2)题是分式的乘除与乘方的混合运算，应对学生强调运算顺序：先做乘方，再做乘除.

六、随堂练习

1. 判断下列各式是否成立，并改正

$$(1) \left(\frac{b^3}{2a}\right)^2 = \frac{b^5}{2a^2} \quad (2) \left(\frac{3b}{2a}\right)^2 = \frac{9b^2}{4a^2}$$

$$(3) \left(\frac{2y}{3x}\right)^3 = \frac{8y^3}{9x^3} \quad (4) \left(\frac{3x}{x \square b}\right)^2 = \frac{9x^2}{x^2 \square b^2}$$

2. 计算

$$(1) \left(\frac{5x^2}{3y}\right)^2 \quad (2) \left(\frac{3a^2b}{2c^3}\right)^3 \quad (3) \left(\frac{a^3}{3xy^2}\right)^2 \square \left(\frac{ay}{2x^2}\right)^3$$

$$(4) \left(\frac{x^2y}{z^2}\right)^3 \square \left(\frac{x^3}{z}\right)^2 \quad 5) \left(\frac{x}{y}\right)^2 \square \left(\frac{y^2}{x}\right) \square (\square xy^4)$$

$$(6) \left(\frac{y}{2x}\right)^2 \cdot \left(\frac{3x}{2y}\right)^3 \cdot \left(\frac{3x}{2ay}\right)^2$$

七、课后练习

计算

$$(1) \left(\frac{2b^2}{a^3}\right)^3 \quad (2) \left(\frac{a^2}{b^{n+1}}\right)^2$$

$$(3) \left(\frac{c^3}{a^2b}\right)^2 \cdot \left(\frac{c^4}{a^3b}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (4) \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{b+a}\right)^3 \cdot (a^2 + b^2)$$

八、答案：

六、1. (1) 不成立, $\left(\frac{b^3}{2a}\right)^2 = \frac{b^6}{4a^2}$

(2) 不成立, $\left(\frac{3b}{2a}\right)^2 = \frac{9b^2}{4a^2}$

(3) 不成立, $\left(\frac{2y}{3x}\right)^3 = \frac{8y^3}{27x^3}$

(4) 不成立, $\left(\frac{3x}{x+b}\right)^2 = \frac{9x^2}{x^2 + 2bx + b^2}$

2. (1) $\frac{25x^4}{9y^2}$ (2) $\frac{27a^6b^3}{8c^9}$ (3) $\frac{8a^3x^4}{9y^2}$ (4) $\frac{y^3}{z^4}$

(5) $\frac{1}{x^2}$ (6) $\frac{a^3y^2}{4x^2}$

七、(1) $\frac{8b^6}{a^9}$ (2) $\frac{a^4}{b^{2n+2}}$ (3) $\frac{c^2}{a^2}$ (4) $\frac{a+b}{b}$

课后反思：

16. 2. 2 分式的加减（一）

- 一、教学目标：（1）熟练地进行同分母的分式加减法的运算
（2）会把异分母的分式通分，转化成同分母的分式相加减

二、重点、难点

1. 重点：熟练地进行异分母的分式加减法的运算
2. 难点：熟练地进行异分母的分式加减法的运算

三、例、习题的意图分析

1. P18问题3是一个工程问题，题意比较简单，只是用字母 n 天来表示甲工程队完成一项工程的时间，乙工程队完成这一项工程的时间可表示为 $n+3$ 天，两队共同工作一天完成这项工程的 $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+3}$. 这样引出分式的加减法的实际背景，问题4的目的与问题3一样，

从上面两个问题可知，在讨论实际问题的数量关系时，需要进行分式的加减法运算

2. P19[观察]是为了让学生回忆分数的加减法法则，类比分数的加减法，分式的加减法的实质与分数的加减法相同，让学生自己说出分式的加减法法则

3. P20例6计算应用分式的加减法法则第（1）题是同分母的分式减法的运算，第二个分式的分子是个单项式，不涉及到分子变号的问题，比较简单，所以要补充分子是多项式的例题，教师要强调分子相减时第二个多项式注意变号；

第（2）题是异分母的分式加法的运算，最简公分母就是两个分母的乘积，没有涉及分母要因式分解的题型例6的练习的题量明显不足，题型也过于简单，教师应适当补充一些题，以供学生练习，巩固分式的加减法法则

（4）P21例7是一道物理的电路题，学生首先要有并联电路总电阻 R 与各支路电阻 R_1, R_2, \dots, R_n 的关系为 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$. 若知道这个公式，就比较容易地用含有 R 的式子

表示 R_1 ，列出 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R+50}$ ，下面的计算就是异分母的分式加法的运算了，得到

$\frac{1}{R} = \frac{2R+50}{R(R+50)}$ ，再利用倒数的概念得到 R 的结果. 这道题的数学计算并不难，但是物理的知

识若不熟悉，就为数学计算设置了难点. 鉴于以上分析，教师在讲这道题时要根据学生的物理知识掌握的情况，以及学生的具体掌握异分母的分式加法的运算的情况，可以考虑是否放在例8之后讲.

四、课堂引入

1. 出示P18问题3、问题4，教师引导学生列出答案.

引语：从上面两个问题可知，在讨论实际问题的数量关系时，需要进行分式的加减法运算.

2. 下面我们先观察分数的加减法运算，请你说出分数的加减法运算的法则吗？
3. 分式的加减法的实质与分数的加减法相同，你能说出分式的加减法法则？

4. 请同学们说出 $\frac{1}{2x^2y^3}, \frac{1}{3x^4y^2}, \frac{1}{9xy^2}$ 的最简公分母是什么？你能说出最简公分母的

确定方法吗？

五、例题讲解

(P20) 例 6. 计算

[分析] 第(1)题是同分母的分式减法的运算, 分母不变, 只把分子相减, 第二个分式的分子是个单项式, 不涉及到分子是多项式时, 第二个多项式要变号的问题, 比较简单; 第(2)题是异分母的分式加法的运算, 最简公分母就是两个分母的乘积

(补充) 例. 计算

$$(1) \frac{x+3y}{x^2-y^2} - \frac{x+2y}{x^2-y^2} - \frac{2x+3y}{x^2-y^2}$$

[分析] 第(1)题是同分母的分式加减法的运算, 强调分子为多项式时, 应把多项式看作一个整体加上括号参加运算, 结果也要约分化成最简分式

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{x+3y}{x^2-y^2} - \frac{x+2y}{x^2-y^2} - \frac{2x+3y}{x^2-y^2} \\ & = \frac{(x+3y) - (x+2y) - (2x+3y)}{x^2-y^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2x+2y}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{2(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{2}{x-y}$$

$$(2) \frac{1}{x+3} - \frac{1-x}{6+2x} - \frac{6}{x^2-9}$$

[分析] 第(2)题是异分母的分式加减法的运算, 先把分母进行因式分解, 再确定最简公分母, 进行通分, 结果要化为最简分式

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{x+3} - \frac{1-x}{6+2x} - \frac{6}{x^2-9} \\ & = \frac{1}{x+3} - \frac{1-x}{2(x+3)} - \frac{6}{(x+3)(x-3)} \\ & = \frac{2(x+3) - (1-x)(x+3) - 12}{2(x+3)(x-3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{(x^2-6x+9)}{2(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-3)^2}{2(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{x-3}{2x+6}$$

六、随堂练习

计算

$$(1) \frac{3a+2b}{5a^2b} - \frac{a+b}{5a^2b} - \frac{b+a}{5a^2b} \quad (2) \frac{m+2n}{n+m} - \frac{n}{m+n} - \frac{2m}{n+m}$$

$$(3) \frac{1}{a+3} - \frac{6}{a^2-9}$$

$$(4) \frac{3a+6b}{a+b} - \frac{5a+6b}{a+b} - \frac{4a+5b}{a+b} - \frac{7a+8b}{a+b}$$

七、课后练习

计算

$$(1) \frac{5a+6b}{3a^2bc} - \frac{3b+4a}{3ba^2c} - \frac{a+3b}{3cba^2} \quad (2) \frac{3b+a}{a^2-b^2} - \frac{a+2b}{a^2-b^2} - \frac{3a+4b}{b^2-a^2}$$

$$(3) \frac{b^2}{a+b} - \frac{a^2}{b+a} - a+b-1 \quad (4) \frac{1}{6x+4y} - \frac{1}{6x-4y} - \frac{3x}{4y^2-6x^2}$$

八、答案：

$$\text{四. (1) } \frac{5a+2b}{5a^2b} \quad (2) \frac{3m+3n}{n+m} \quad (3) \frac{1}{a+3} \quad (4) 1$$

$$\text{五. (1) } \frac{2}{a^2b} \quad (2) \frac{a+3b}{a^2-b^2} \quad (3) 1 \quad (4) \frac{1}{3x+2y}$$

课后反思：

16. 2. 2 分式的加减（二）

一、教学目标：明确分式混合运算的顺序，熟练地进行分式的混合运算

二、重点、难点

1. 重点：熟练地进行分式的混合运算

2. 难点：熟练地进行分式的混合运算

三、例、习题的意图分析

1. P21 例 8 是分式的混合运算. 分式的混合运算需要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序：先乘方，再乘除，然后加减. 最后结果分子、分母要进行约分，注意最后的结果要是最简分式或整式.

例 8 只有一道题，训练的力度不够，所以应补充一些练习题，使学生熟练掌握分式的混合运算.

2. P22 页练习 1：写出第 18 页问题 3 和问题 4 的计算结果. 这道题与第一节课相呼应，也解决了本节引言中所列分式的计算，完整地解决了应用问题.

四、课堂引入

1. 说出分数混合运算的顺序.

2. 教师指出分数的混合运算与分式的混合运算的顺序相同.

五、例题讲解

(P21) 例 8. 计算

[分析] 这道题是分式的混合运算，要注意运算顺序，式与数有相同的混合运算顺序：先乘方，再乘除，然后加减. 最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要是最简分式.

(补充) 计算

$$(1) \left(\frac{x+2}{x^2+2x} - \frac{x+1}{x^2+4x+4} \right) \div \frac{4+x}{x}$$

[分析] 这道题先做括号里的减法，再把除法转化成乘法，把分母的“-”号提到分式本身的前边.

$$\begin{aligned} \text{解: } & \left(\frac{x+2}{x^2+2x} - \frac{x+1}{x^2+4x+4} \right) \div \frac{4+x}{x} \\ & = \left[\frac{x+2}{x(x+2)} - \frac{x+1}{(x+2)^2} \right] \cdot \frac{x}{x+4} \\ & = \left[\frac{(x+2)(x+2)}{x(x+2)^2} - \frac{x(x+1)}{x(x+2)^2} \right] \cdot \frac{x}{x+4} \\ & = \frac{x^2+4x^2-x}{x(x+2)^2} \cdot \frac{x}{x+4} \\ & = \frac{1}{x^2+4x+4} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{x}{x^4y} - \frac{y^2}{x^4y^4} - \frac{x^4y}{x^4y^4} - \frac{x^2}{x^2y^2}$$

[分析] 这道题先做乘除，再做减法，把分子的“-”号提到分式本身的前边。

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{x}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} - \frac{x^4 y}{x^4 - y^4} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \\
 &= \frac{x}{x-y} - \frac{y^2}{x-y} - \frac{x^4 y}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)} - \frac{x^2 - y^2}{x^2} \\
 &= \frac{xy^2}{(x-y)(x+y)} - \frac{x^2 y}{x^2 - y^2} \\
 &= \frac{xy(y-x)}{(x-y)(x+y)} \\
 &= -\frac{xy}{x+y}
 \end{aligned}$$

六、随堂练习

计算

$$\begin{aligned}
 (1) & \left(\frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{2-x} \right) - \frac{x-2}{2x} & (2) & \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a} \right) - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\
 (3) & \left(\frac{3}{a-2} - \frac{12}{a^2-4} \right) - \left(\frac{2}{a-2} - \frac{1}{a+2} \right)
 \end{aligned}$$

七、课后练习

1. 计算

$$\begin{aligned}
 (1) & \left(1 - \frac{y}{x-y} \right) \left(1 - \frac{x}{x-y} \right) \\
 (2) & \left(\frac{a-2}{a^2-2a} - \frac{a-1}{a^2-4a+4} \right) - \frac{a-2}{a} - \frac{4-a}{a^2} \\
 (3) & \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right) - \frac{xy}{xy+yz+zx}
 \end{aligned}$$

2. 计算 $\left(\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2} \right) - \frac{4}{a^2}$ ，并求出当 $a=-1$ 的值。

八、答案：

$$\text{六、 (1) } 2x \quad (2) \frac{ab}{a-b} \quad (3) 3$$

$$\text{七、 1. (1) } \frac{xy}{x^2-y^2} \quad (2) \frac{1}{a-2} \quad (3) \frac{1}{z} \quad 2. -\frac{a^2}{a^2-4}, -\frac{1}{3}$$

课后反思：

16. 2. 3 整数指数幂

一、教学目标:

1. 知道负整数指数幂 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$, n 是正整数).
2. 掌握整数指数幂的运算性质
3. 会用科学计数法表示小于1的数.

二、重点、难点

1. 重点: 掌握整数指数幂的运算性质
2. 难点: 会用科学计数法表示小于1的数.

三、例、习题的意图分析

1. P23 思考提出问题, 引出本节课的主要内容负整数指数幂的运算性质
2. P24 观察是为了引出同底数的幂的乘法: $a^m \square a^n \square a^{m+n}$, 这条性质适用于 m, n 是任意整数的结论, 说明正整数指数幂的运算性质具有延续性. 其它的正整数指数幂的运算性质, 在整数范围里也都适用.
3. P24 例 9 计算是应用推广后的整数指数幂的运算性质, 教师不要因为这部分知识已经讲过, 就认为学生已经掌握, 要注意学生计算时的问题, 及时矫正, 以达到学生掌握整数指数幂的运算的教学目的.
4. P25 例 10 判断下列等式是否正确? 是为了类比负数的引入后使减法转化为加法, 而得到负指数幂的引入可以使除法转化为乘法这个结论, 从而使分式的运算与整式的运算统一起来.
5. P25 最后一段是介绍会用科学计数法表示小于1的数. 用科学计数法表示小于1的数, 运用了负整数指数幂的知识. 用科学计数法不仅可以表示小于1的正数, 也可以表示一个负数.
6. P26 思考提出问题, 让学生思考用负整数指数幂来表示小于1的数, 从而归纳出: 对于一个小于1的数, 如果小数点后至第一个非0数字前有几个0, 用科学计数法表示这个数时, 10的指数就是负几.
7. P26 例 11 是一个介绍纳米的应用题, 使学生做过这道题后对纳米有一个新的认识. 更主要的是应用用科学计数法表示小于1的数.

四、课堂引入

1. 回忆正整数指数幂的运算性质:
 - (1) 同底数的幂的乘法: $a^m \square a^n \square a^{m+n}$ (m, n 是正整数);
 - (2) 幂的乘方: $(a^m)^n \square a^{mn}$ (m, n 是正整数);
 - (3) 积的乘方: $(ab)^n \square a^n b^n$ (n 是正整数);
 - (4) 同底数的幂的除法: $a^m \square a^n \square a^{m-n}$ ($a \neq 0$, m, n 是正整数, $m > n$);
 - (5) 商的乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n \square \frac{a^n}{b^n}$ (n 是正整数);
2. 回忆 0 指数幂的规定, 即当 $a \neq 0$ 时, $a^0 \square 1$.

3. 你还记得 1 纳米=10⁹ 米, 即 1 纳米= $\frac{1}{10^9}$ 米吗?

4. 计算当 $a \neq 0$ 时, $a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{a^3}{a^3 \cdot a^2} = \frac{1}{a^2}$, 再假设正整数指数幂的运算性质

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$, m, n 是正整数, $m > n$) 中的 $m > n$ 这个条件去掉, 那么

$a^3 \div a^5 = a^{3-5} = a^{-2}$. 于是得到 $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ ($a \neq 0$), 就规定负整数指数幂的运算性质: 当 n 是

正整数时, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$).

五、例题讲解

(P24) 例 9. 计算

[分析] 是应用推广后的整数指数幂的运算性质进行计算, 与用正整数指数幂的运算性质进行计算一样, 但计算结果有负指数幂时, 要写成分式形式

(P25) 例 10. 判断下列等式是否正确?

[分析] 类比负数的引入后使减法转化为加法, 而得到负指数幂的引入可以使除法转化为乘法这个结论, 从而使分式的运算与整式的运算统一起来, 然后再判断下列等式是否正确

(P26) 例 11.

[分析] 是一个介绍纳米的应用题, 是应用科学计数法表示小于 1 的数.

六、随堂练习

1. 填空

(1) $-2^2 =$ _____ (2) $(-2)^2 =$ _____ (3) $(-2)^0 =$ _____
(4) $2^0 =$ _____ (5) $2^{-3} =$ _____ (6) $(-2)^{-3} =$ _____

2. 计算

(1) $(x^3 y^2)^2$ (2) $x^2 y^2 \cdot (x^{-2} y)^3$ (3) $(3x^2 y^{-2})^2 \div (x^{-2} y)^3$

七、课后练习

1. 用科学计数法表示下列各数:

0. 000 04, -0. 034, 0.000 000 45, 0. 003 009

2. 计算

(1) $(3 \times 10^8) \times (4 \times 10^3)$ (2) $(2 \times 10^3)^2 \div (10^{-3})^3$

八、答案:

六、1. (1) -4 (2) 4 (3) 1 (4) 1 (5) $\frac{1}{8}$ (6) $\frac{1}{8}$

2. (1) $\frac{x^6}{y^4}$ (2) $\frac{y}{x^4}$ (3) $\frac{9x^{10}}{y^7}$

七、1. (1) 4×10^5 (2) 3.4×10^2 (3) 4.5×10^7 (4) 3.009×10^3

2. (1) 1.2×10^5 (2) 4×10^8

课后反思:

16. 3 分式方程(一)

一、教学目标:

1. 了解分式方程的概念, 和产生增根的原因.
2. 掌握分式方程的解法, 会解可化为一元一次方程的分式方程, 会检验一个数是不是原方程的增根

二、重点、难点

1. **重点:** 会解可化为一元一次方程的分式方程, 会检验一个数是不是原方程的增根.
2. **难点:** 会解可化为一元一次方程的分式方程, 会检验一个数是不是原方程的增根.

三、例、习题的意图分析

1. P31 思考提出问题, 引发学生的思考, 从而引出解分式方程的解法以及产生增根的原因.
2. P32的归纳明确地总结了解分式方程的基本思路 and 做法
3. P33思考提出问题, 为什么有的分式方程去分母后得到的整式方程的解就是原方程的解, 而有的分式方程去分母后得到的整式方程的解就不是原方程的解, 引出分析产生增根的原因, 及 P33的归纳出检验增根的方法
4. P34 讨论提出 P33的归纳出检验增根的方法的理论根据是什么?
5. 教材 P38习题第 2 题是含有字母系数的分式方程, 对于学有余力的学生, 教师可以点拨一下解题的思路与解数字系数的方程相似, 只是在系数化 1 时, 要考虑字母系数不为 0, 才能除以这个系数. 这种方程的解必须验根.

四、课堂引入

1. 回忆一元一次方程的解法, 并且解方程 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{6} = 1$
2. 提出本章引言的问题:
一艘轮船在静水中的最大航速为 20 千米/时, 它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用时间, 与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等, 江水的流速为多少?
分析: 设江水的流速为 v 千米/时, 根据“两次航行所用时间相同”这一等量关系, 得到方程 $\frac{100}{20+v} = \frac{60}{20-v}$.
像这样分母中含未知数的方程叫做分式方程

五、例题讲解

- (P34) 例 1. 解方程
- [分析] 找对最简公分母 $x(x-3)$, 方程两边同乘 $x(x-3)$, 把分式方程转化为整式方程, 整式方程的解必须验根
- 这道题还有解法二: 利用比例的性质“内项积等于外项积”, 这样做也比较简便 .
- (P34) 例 2. 解方程
- [分析] 找对最简公分母 $(x-1)(x+2)$, 方程两边同乘 $(x-1)(x+2)$ 时, 学生容易把整数 1 漏

乘最简公分母 $(x-1)(x+2)$ ，整式方程的解必须验根

六、随堂练习

解方程

$$(1) \frac{3}{x} - \frac{2}{x+6} \quad (2) \frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+1} - \frac{6}{x^2+1}$$

$$(3) \frac{x+1}{x+1} - \frac{4}{x^2+1} = 1 \quad (4) \frac{2x}{2x+1} - \frac{x}{x+2} = 2$$

七、课后练习

1. 解方程

$$(1) \frac{2}{5+x} - \frac{1}{1+x} = 0 \quad (2) \frac{6}{3x+8} + 1 = \frac{4x+7}{8+3x}$$

$$(3) \frac{2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2+x} - \frac{4}{x^2+1} = 0 \quad (4) \frac{1}{x+1} - \frac{5}{2x+2} = \frac{3}{4}$$

2. x 为何值时，代数式 $\frac{2x+9}{x+3} - \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x}$ 的值等于2?

八、答案:

六、(1) $x=18$ (2) 原方程无解 (3) $x=1$ (4) $x=\frac{4}{5}$

七、1. (1) $x=3$ (2) $x=3$ (3) 原方程无解 (4) $x=1$ 2. $x=\frac{3}{2}$

课后反思:

16. 3 分式方程(二)

一、教学目标:

1. 会分析题意找出等量关系
2. 会列出可化为一元一次方程的分式方程解决实际问题

二、重点、难点

1. 重点: 利用分式方程组解决实际问题
2. 难点: 列分式方程表示实际问题中的等量关系

三、例、习题的意图分析

本节的 P35例 3 不同于旧教材的应用题有两点: (1) 是一道工程问题应用题, 它的问题是甲乙两个施工队哪一个队的施工速度快? 这与过去直接问甲队单独干多少天完成或乙队单独干多少天完成有所不同, 需要学生根据题意, 寻找未知数, 然后根据题意找出问题中的等量关系列方程. 求得方程的解除了要检验外, 还要比较甲乙两个施工队哪一个队的施工速度快, 才能完成解题的全过程 (2) 教材的分析是填空的形式, 为学生分析题意、设未知数搭好了平台, 有助于学生找出题目中等量关系, 列出方程

P36例 4 是一道行程问题的应用题也与旧教材的这类题有所不同 (1) 本题中涉及到的列车平均提速 v 千米/时, 提速前行驶的路程为 s 千米, 完成. 用字母表示已知数 (量) 在过去的例题里并不多见, 题目的难度也增加了; (2) 例题中的分析用填空的形式提示学生用已知量 v 、 s 和未知数 x , 表示提速前列车行驶 s 千米所用的时间, 提速后列车的平均速度设为未知数 x 千米/时, 以及提速后列车行驶 $(x+50)$ 千米所用的时间.

这两道例题都设置了带有探究性的分析, 应注意鼓励学生积极探究, 当学生在探究过程中遇到困难时, 教师应启发诱导, 让学生经过自己的努力, 在克服困难后体会如何探究, 教师不要替代他们思考, 不要过早给出答案

教材中为学生自己动手、动脑解题搭建了一些提示的平台, 给了设未知数、解题思路和解题格式, 但教学目标要求学生还是要独立地分析、解决实际问题, 所以教师还要给学生一些问题, 让学生发挥他们的才能, 找到解题的思路, 能够独立地完成任务特别是题目中的数量关系清晰, 教师就放手让学生做, 以提高学生分析问题解决问题的能力

四、例题讲解

P35例 3

分析: 本题是一道工程问题应用题, 基本关系是: 工作量=工作效率 \times 工作时间. 这题没有具体的工作量, 工作量虚拟为1, 工作的时间单位为“月”.

等量关系是: 甲队单独做的工作量+两队共同做的工作量=1

P36例 4

分析: 是一道行程问题的应用题, 基本关系是: 速度= $\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$. 这题用字母表示已知数

(量). 等量关系是: 提速前所用的时间=提速后所用的时间

五、随堂练习

1. 学校要举行跳绳比赛, 同学们都积极练习. 甲同学跳 180个所用的时间, 乙同学可以跳 240个; 又已知甲每分钟比乙少跳5个, 求每人每分钟各跳多少个.
2. 一项工程要在限期内完成. 如果第一组单独做, 恰好按规定日期完成; 如果第二组单

独做, 需要超过规定日期 4 天才能完成, 如果两组合作 3 天后, 剩下的工程由第二组单独做, 正好在规定日期内完成, 问规定日期是多少天?

3. 甲、乙两地相距 19 千米, 某人从甲地去乙地, 先步行 7 千米, 然后改骑自行车, 共用了 2 小时到达乙地, 已知这个人骑自行车的速度是步行速度的 4 倍, 求步行的速度和骑自行车的速度.

六、课后练习

1. 某学校学生进行急行军训练, 预计行 60 千米的路程在下午 5 时到达, 后来由于把速度加快 $\frac{1}{5}$, 结果于下午 4 时到达, 求原计划行军的速度.

2. 甲、乙两个工程队共同完成一项工程, 乙队先单独做 1 天后, 再由两队合作 2 天就完成了全部工程, 已知甲队单独完成工程所需的天数是乙队单独完成所需天数的 $\frac{2}{3}$, 求甲、乙两队单独完成各需多少天?

3. 甲容器中有 15% 的盐水 30 升, 乙容器中有 18% 的盐水 20 升, 如果向两个容器个加入等量水, 使它们的浓度相等, 那么加入的水是多少升?

七、答案:

五、1. 15 个, 20 个 2. 12 天 3. 5 千米/时, 20 千米/时

六、1. 10 千米/时 2. 4 天, 6 天 3. 20 升

课后反思:

第十七章 反比例函数

17.1.1 反比例函数的意义

一、教学目标

1. 使学生理解并掌握反比例函数的概念
2. 能判断一个给定的函数是否为反比例函数，并会用待定系数法求函数解析式
3. 能根据实际问题中的条件确定反比例函数的解析式，体会函数的模型思想

二、重、难点

1. 重点：理解反比例函数的概念，能根据已知条件写出函数解析式
2. 难点：理解反比例函数的概念

三、例题的意图分析

教材第 46 页的思考题是为引入反比例函数的概念而设置的，目的是让学生从实际问题出发，探索其中的数量关系和变化规律，通过观察、讨论、归纳，最后得出反比例函数的概念，体会函数的模型思想。

教材第 47 页的例 1 是一道用待定系数法求反比例函数解析式的题，此题的目的一是要加深学生对反比例函数概念的理解，掌握求函数解析式的方法；二是让学生进一步体会函数所蕴含的“变化与对应”的思想，特别是函数与自变量之间的单值对应关系。

补充例 1、例 2 都是常见的题型，能帮助学生更好地理解反比例函数的概念。补充例 3 是一道综合题，此题是用待定系数法确定由两个函数组合而成的新的函数关系式，有一定难度，但能提高分析、解决问题的能力。

四、课堂引入

1. 回忆一下什么是正比例函数、一次函数？它们的一般形式是怎样的？
2. 体育课上，老师测试了百米赛跑，那么，时间与平均速度的关系是怎样的？

五、例习题分析

例 1. 见教材 P47

分析：因为 y 是 x 的反比例函数，所以先设 $y = \frac{k}{x}$ ，再把 $x=2$ 和 $y=6$ 代入上式求出常数 k ，即利用了待定系数法确定函数解析式。

例 1. (补充) 下列等式中，哪些是反比例函数

$$(1) y = \frac{x}{3} \quad (2) y = \frac{\sqrt{2}}{x} \quad (3) xy = 21 \quad (4) y = \frac{5}{x-2} \quad (5) y = \frac{3}{2x}$$
$$(6) y = \frac{1}{x} - 3 \quad (7) y = x - 4$$

分析：根据反比例函数的定义，关键看上面各式能否改写成 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的形式，这里 (1)、(7) 是整式，(4) 的分母不是只单独含 x ，(6) 改写后是 $y = \frac{1-3x}{x}$ ，分子不是常数，只有 (2)、(3)、(5) 能写成定义的形式

例 2. (补充) 当 m 取什么值时，函数 $y = (m-2)x^{3-m^2}$ 是反比例函数？

分析：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的另一种表达式是 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$)，后一种写法中 x 的次数是 -1 ，因此 m 的取值必须满足两个条件，即 $m-2 \neq 0$ 且 $3-m^2 = -1$ ，特别注

意不要遗漏 $k \neq 0$ 这一条件，也要防止出现 $3 - m^2 = 1$ 的错误。

解得 $m = -2$

例 3. (补充) 已知函数 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x = 1$ 时, $y = 4$; 当 $x = 2$ 时, $y = 5$

(1) 求 y 与 x 的函数关系式

(2) 当 $x = -2$ 时, 求函数 y 的值

分析: 此题函数 y 是由 y_1 和 y_2 两个函数组成的, 要用待定系数法来解答, 先根据题意分别设出 y_1 、 y_2 与 x 的函数关系式, 再代入数值, 通过解方程或方程组求出比例系数的值。这里要注意 y_1 与 x 和 y_2 与 x 的函数关系中的比例系数不一定相同, 故不能都设为 k , 要用不同的字母表示。

略解: 设 $y_1 = k_1 x$ ($k_1 \neq 0$), $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$), 则 $y = k_1 x + \frac{k_2}{x}$, 代入数值求得 $k_1 = 2$,

$k_2 = 2$, 则 $y = 2x + \frac{2}{x}$, 当 $x = -2$ 时, $y = -5$

六、随堂练习

1. 苹果每千克 x 元, 花 10 元钱可买 y 千克的苹果, 则 y 与 x 之间的函数关系式为_____

2. 若函数 $y = (3 - m)x^{8 - m^2}$ 是反比例函数, 则 m 的取值是_____

3. 矩形的面积为 4, 一条边的长为 x , 另一条边的长为 y , 则 y 与 x 的函数解析式为_____

4. 已知 y 与 x 成反比例, 且当 $x = -2$ 时, $y = 3$, 则 y 与 x 之间的函数关系式是_____,
当 $x = -3$ 时, $y =$ _____

5. 函数 $y = \frac{1}{x - 2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____

七、课后练习

已知函数 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 $x + 1$ 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 且当 $x = 1$ 时, $y = 0$; 当 $x = 4$ 时, $y = 9$, 求当 $x = -1$ 时 y 的值

答案: $y = 4$

课后反思:

17. 1. 2 反比例函数的图象和性质 (1)

一、教学目标

1. 会用描点法画反比例函数的图象
2. 结合图象分析并掌握反比例函数的性质
3. 体会函数的三种表示方法, 领会数形结合的思想方法

二、重点、难点

1. 重点: 理解并掌握反比例函数的图象和性质
2. 难点: 正确画出图象, 通过观察、分析, 归纳出反比例函数的性质

三、例题的意图分析

教材第 48 页的例 2 是让学生经历用描点法画反比例函数图象的过程, 一方面能进一步熟悉作函数图象的方法, 提高基本技能; 另一方面可以加深学生对反比例函数图象的认识, 了解函数的变化规律, 从而为探究函数的性质作准备。

补充例 1 的目的是一是复习巩固反比例函数的定义, 二是通过对反比例函数性质的简单应用, 使学生进一步理解反比例函数的图象特征及性质。

补充例 2 是一道典型题, 是关于反比例函数图象与矩形面积的问题, 要让学生理解并掌握反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中 $|k|$ 的几何意义。

四、课堂引入

提出问题:

1. 一次函数 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的图象是什么? 其性质有哪些? 正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 呢?
2. 画函数图象的方法是什么? 其一般步骤有哪些? 应注意什么?
3. 反比例函数的图象是什么样呢?

五、例习题分析

例 2. 见教材 P48 用描点法画图, 注意强调:

(1) 列表取值时, $x \neq 0$, 因为 $x = 0$ 函数无意义, 为了使描出的点具有代表性, 可以“0”为中心, 向两边对称式取值, 即正、负数各一半, 且互为相反数, 这样也便于求 y 值

(2) 由于函数图象的特征还不清楚, 所以要尽量多取一些数值, 多描一些点, 这样便于连线, 使画出的图象更精确

(3) 连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接, 切忌画成折线

(4) 由于 $x \neq 0, k \neq 0$, 所以 $y \neq 0$, 函数图象永远不会与 x 轴、 y 轴相交, 只是无限靠近两坐标轴

例 1. (补充) 已知反比例函数 $y = (m-1)x^{m^2-3}$ 的图象在第二、四象限, 求 m 值, 并指出在每个象限内 y 随 x 的变化情况?

分析: 此题要考虑两个方面, 一是反比例函数的定义, 即 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 自变量 x 的指数是 -1 , 二是根据反比例函数的性质: 当图象位于第二、四象限时, $k < 0$, 则 $m-1 < 0$, 不要忽视这个条件

略解: $\because y = (m-1)x^{m^2-3}$ 是反比例函数 $\therefore m^2-3 = -1$, 且 $m-1 \neq 0$

又 \because 图象在第二、四象限 $\therefore m-1 < 0$

解得 $m = \pm\sqrt{2}$ 且 $m < 1$ 则 $m = -\sqrt{2}$

例 2. (补充) 如图, 过反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象上任意两点 A、B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 C、D, 连接 OA、OB, 设 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$ 的面积分别是 S_1 、 S_2 , 比较它们的大小, 可得 ()

- (A) $S_1 > S_2$ (B) $S_1 = S_2$
 (C) $S_1 < S_2$ (D) 大小关系不能确定

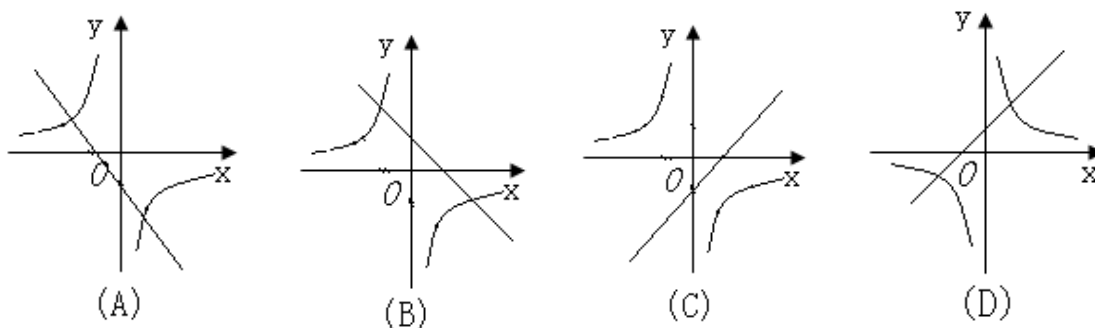
分析: 从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上任一点 P(x, y) 向 x 轴、y 轴作垂线段, 与 x 轴、y 轴所围成的矩形面积 $S = |xy| = |k|$, 由此可得 $S_1 = S_2 = \frac{1}{2}$, 故选 B

六、随堂练习

1. 已知反比例函数 $y = \frac{3-k}{x}$, 分别根据下列条件求出字母 k 的取值范围

- (1) 函数图象位于第一、三象限
 (2) 在第二象限内, y 随 x 的增大而增大

2. 函数 $y = -ax + a$ 与 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象可能是 ()



3. 在平面直角坐标系内, 过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上的一点分别作 x 轴、y 轴的垂线段, 与 x 轴、y 轴所围成的矩形面积是 6, 则函数解析式为 _____

七、课后练习

1. 若函数 $y = (2m-1)x$ 与 $y = \frac{3-m}{x}$ 的图象交于第一、三象限, 则 m 的取值范围是 _____

2. 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 当 $x = -2$ 时, $y =$ _____; 当 $x < -2$ 时; y 的取值范围是 _____; 当 $x > -2$ 时; y 的取值范围是 _____

3. 已知反比例函数 $y = (a-2)x^{a^2-6}$, 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 求函数关系式

答案: 3. $a = \sqrt{5}, y = \frac{\sqrt{5}-2}{x}$

17. 1. 2 反比例函数的图象和性质 (2)

一、教学目标

1. 使学生进一步理解和掌握反比例函数及其图象与性质
2. 能灵活运用函数图象和性质解决一些较综合的问题
3. 深刻领会函数解析式与函数图象之间的联系，体会数形结合及转化的思想方法

二、重点、难点

1. **重点：**理解并掌握反比例函数的图象和性质，并能利用它们解决一些综合问题
2. **难点：**学会从图象上分析、解决问题

三、例题的意图分析

教材第 51 页的例 3 一是让学生理解点在图象上的含义，掌握如何用待定系数法去求解解析式，复习巩固反比例函数的意义；二是通过函数解析式去分析图象及性质，由“数”到“形”，体会数形结合思想，加深学生对反比例函数图象和性质的理解。

教材第 52 页的例 4 是已知函数图象求解析式中的未知系数，并由双曲线的变化趋势分析函数值 y 随 x 的变化情况，此过程是由“形”到“数”，目的是为了培养学生从函数图象中获取信息的能力，加深对函数图象及性质的理解。

补充例 1 目的是引导学生在解有关函数问题时，要数形结合，另外，在分析反比例函数的增减性时，一定要注意强调在哪个象限内。

补充例 2 是一道有关一次函数和反比例函数的综合题，目的是提高学生的识图能力，并能灵活运用所学知识解决一些较综合的问题。

四、课堂引入

复习上节课所学的内容

1. 什么是反比例函数？
2. 反比例函数的图象是什么？有什么性质？

五、例习题分析

例 3. 见教材 P51

分析：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象位置及 y 随 x 的变化情况取决于常数 k 的符号，因此要先求常数 k ，而题中已知图象经过点 $A(2, 6)$ ，即表明把 A 点坐标代入解析式成立，所以用待定系数法能求出 k ，这样解析式也就确定了。

例 4. 见教材 P52

例 1. (补充) 若点 $A(-2, a)$ 、 $B(-1, b)$ 、 $C(3, c)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 图象上，则 a 、 b 、 c 的大小关系怎样？

分析：由 $k < 0$ 可知，双曲线位于第二、四象限，且在每一象限内， y 随 x 的增大而增大，因为 A 、 B 在第二象限，且 $-1 > -2$ ，故 $b > a > 0$ ；又 C 在第四象限，则 $c < 0$ ，所以 $b > a > 0 > c$

说明：由于双曲线的两个分支在两个不同的象限内，因此函数 y 随 x 的增减性就不能连续的看，一定要强调“在每一象限内”，否则，笼统说 $k < 0$ 时 y 随 x 的增大而增大，就会误认为 3 最大，则 c 最大，出现错误。

此题还可以画草图，比较 a 、 b 、 c 的大小，利用图象直观易懂，不易出错，应学会使用。

例 2. (补充) 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-2, 1)$ 、 $B(1, n)$ 两点

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式
- (2) 根据图象写出一一次函数的值大于反比例函数的值的 x 的取值范围

分析：因为 A 点在反比例函数的图象上，可先求出反比例函数的解析式 $y = \frac{2}{x}$ ，又 B 点在反比例函数的图象上，代入即可求出 n 的值，最后再由 A、B 两点坐标求出一次函数解析式 $y = -x - 1$ ，第 (2) 问根据图象可得 x 的取值范围 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ ，这是因为比较两个不同函数的值的大小时，就是看这两个函数图象哪个在上方，哪个在下方。

六、随堂练习

- 若直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、四象限，则函数 $y = \frac{kb}{x}$ 的图象在 ()
 - 第一、三象限
 - 第二、四象限
 - 第三、四象限
 - 第一、二象限
- 已知点 $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 、 (π, y_3) 在双曲线 $y = \frac{k^2 - 1}{x}$ 上，则下列关系式正确的是 ()
 - $y_1 > y_2 > y_3$
 - $y_1 > y_3 > y_2$
 - $y_2 > y_1 > y_3$
 - $y_3 > y_1 > y_2$

七、课后练习

- 已知反比例函数 $y = \frac{2k - 1}{x}$ 的图象在每个象限内函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，且 k 的值还满足 $9 \leq 2(2k - 1) \leq 2k - 1$ ，若 k 为整数，求反比例函数的解析式
- 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图像交于 A、B 两点，且点 A 的横坐标和点 B 的纵坐标都是 -2，求 (1) 一次函数的解析式；(2) $\triangle AOB$ 的面积

答案：

- $y = \frac{1}{x}$ 或 $y = \frac{3}{x}$ 或 $y = \frac{5}{x}$
- (1) $y = -x + 2$, (2) 面积为 6

课后反思：

17. 2 实际问题与反比例函数 (1)

一、教学目标

- 利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2. 渗透数形结合思想, 提高学生用函数观点解决问题的能力

二、重点、难点

1. 重点: 利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2. 难点: 分析实际问题中的数量关系, 正确写出函数解析式

三、例题的意图分析

教材第 57 页的例 1, 数量关系比较简单, 学生根据基本公式很容易写出函数关系式, 此题实际上是利用了反比例函数的定义, 同时也是要让学生学会分析问题的方法。

教材第 58 页的例 2 是一道利用反比例函数的定义和性质来解决的实际问题, 此题的实际背景较例 1 稍复杂些, 目的是为了让学生将实际问题抽象成数学问题的能力, 掌握用函数观点去分析和解决问题的思路。

补充例题一是为了巩固反比例函数的有关知识, 二是为了提高学生从图象中读取信息的能力, 掌握数形结合的思想方法, 以便更好地解决实际问题

四、课堂引入

寒假到了, 小明正与几个同伴在结冰的河面上溜冰, 突然发现前面有一处冰出现了裂痕, 小明立即告诉同伴分散趴在冰面上, 匍匐离开了危险区。你能解释一下小明这样做的道理吗?

五、例题分析

例 1. 见教材第 57 页

分析: (1) 问首先要弄清此题中各数量间的关系, 容积为 10^4 , 底面积是 S , 深度为 d , 满足基本公式: 圆柱的体积 = 底面积 \times 高, 由题意知 S 是函数, d 是自变量, 改写后所得的函数关系式是反比例函数的形式, (2) 问实际上是已知函数 S 的值, 求自变量 d 的取值, (3) 问则是与 (2) 相反

例 2. 见教材第 58 页

分析: 此题类似应用题中的“工程问题”, 关系式为工作总量 = 工作速度 \times 工作时间, 由于题目中货物总量是不变的, 两个变量分别是速度 v 和时间 t , 因此具有反比关系, (2) 问涉及了反比例函数的增减性, 即当自变量 t 取最大值时, 函数值 v 取最小值是多少?

例 1. (补充) 某气球内充满了一定质量的气体, 当温度不变时, 气球内气体的气压 P (千帕) 是气体体积 V (立方米) 的反比例函数, 其图像如图所示 (千帕是一种压强单位)

(1) 写出这个函数的解析式;

(2) 当气球的体积是 0.8 立方米时, 气球内的气压是多少千帕?

(3) 当气球内的气压大于 144 千帕时, 气球将爆炸, 为了安全起见, 气球的体积应不小于多少立方米?

分析: 题中已知变量 P 与 V 是反比例函数关系, 并且图象经过点 A , 利用待定系数法可以求出 P 与 V 的解析式, 得 $P = \frac{96}{V}$, (3) 问中当 P 大于 144 千帕时, 气球会爆炸, 即当 P 不超过 144 千帕时, 是安全范围。根据反比例函数的图象和性质, P 随 V 的增大而减小, 可先求出气压 $P=144$ 千帕时所对应的气体体积, 再分析出最后结果是不小于 $\frac{2}{3}$ 立方米

六、随堂练习

1. 京沈高速公路全长 658km, 汽车沿京沈高速公路从沈阳驶往北京, 则汽车行完全程所需时间 t (h) 与行驶的平均速度 v (km/h) 之间的函数关系式为_____

2. 完成某项任务可获得 500 元报酬, 考虑由 x 人完成这项任务, 试写出人均报酬 y (元) 与人数 x (人) 之间的函数关系式_____

3. 一定质量的氧气, 它的密度 ρ (kg/m^3) 是它的体积 V (m^3) 的反比例函数, 当 $V=10$ 时, $\rho=1.43$. (1) 求 ρ 与 V 的函数关系式; (2) 求当 $V=2$ 时氧气的密度 ρ

答案: $\rho = \frac{14.3}{V}$, 当 $V=2$ 时, $\rho=7.15$

七、课后练习

1. 小林家离工作单位的距离为3600米, 他每天骑自行车上班时的速度为 v (米/分), 所需时间为 t (分)

(1) 则速度 v 与时间 t 之间有怎样的函数关系?

(2) 若小林到单位用15分钟, 那么他骑车的平均速度是多少?

(2) 如果小林骑车的速度最快为300米/分, 那他至少需要几分钟到达单位?

答案: $v = \frac{3600}{t}$, $v=240$, $t=12$

2. 学校锅炉旁建有一个储煤库, 开学初购进一批煤, 现在知道: 按每天用煤0.6吨计算, 一学期(按150天计算)刚好用完. 若每天的耗煤量为 x 吨, 那么这批煤能维持 y 天

(1) 则 y 与 x 之间有怎样的函数关系?

(2) 画函数图象

(3) 若每天节约0.1吨, 则这批煤能维持多少天?

课后反思:

17. 2 实际问题与反比例函数 (2)

一、教学目标

1. 利用反比例函数的知识分析、解决实际问题

2. 渗透数形结合思想, 进一步提高学生用函数观点解决问题的能力, 体会和认识反比例函数这一数学模型

二、重点、难点

1. 重点：利用反比例函数的知识分析、解决实际问题
2. 难点：分析实际问题中的数量关系，正确写出函数解析式，解决实际问题

三、例题的意图分析

教材第 58 页的例 3 和例 4 都需要用到物理知识，教材在例题前已给出了相关的基本公式，其中的数量关系具有反比例关系，通过对这两个问题的分析和解决，不但能复习巩固反比例函数的有关知识，还能培养学生应用数学的意识

补充例题是一道综合题，有一定难度，需要学生有较强的识图、分析和归纳等方面的能力，此题既有一次函数的知识，又有反比例函数的知识，能进一步深化学生对一次函数和反比例函数知识的理解和掌握，体会数形结合思想的重要作用，同时提高学生灵活运用函数观点去分析和解决实际问题的能力

四、课堂引入

1. 小明家新买了几桶墙面漆，准备重新粉刷墙壁，请问如何打开这些未开封的墙面漆桶呢？其原理是什么？

2. 台灯的亮度、电风扇的转速都可以调节，你能说出其中的道理吗？

五、例习题分析

例 3. 见教材第 58 页

分析：题中已知阻力与阻力臂不变，即阻力与阻力臂的积为定值，由“杠杆定律”知变量动力与动力臂成反比关系，写出函数关系式，得到函数动力 F 是自变量动力臂 l 的反比例函数，当 $l=1.5$ 时，代入解析式中求 F 的值；（2）问要利用反比例函数的性质， l 越大 F 越小，先求出当 $F=200$ 时，其相应的 l 值的大小，从而得出结果。

例 4. 见教材第 59 页

分析：根据物理公式 $PR=U^2$ ，当电压 U 一定时，输出功率 P 是电阻 R 的反比例函数，则 $P=\frac{220^2}{R}$ ，（2）问中是已知自变量 R 的取值范围，即 $110 \leq R \leq 220$ ，求函数 P 的取值

范围，根据反比例函数的性质，电阻越大则功率越小，得 $220 \leq P \leq 440$

例 1.（补充）为了预防疾病，某单位对办公室采用药熏消毒法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量 y （毫克）与时间 x （分钟）成为正比例，药物燃烧后， y 与 x 成反比例（如图），现测得药物 8 分钟燃毕，此时室内空气中每立方米的含药量 6 毫克，请根据题中所提供的信息，解答下列问题：

（1）药物燃烧时， y 关于 x 的函数关系式为_____，自变量 x 的取值范围为_____；
药物燃烧后， y 关于 x 的函数关系式为_____。

（2）研究表明，当空气中每立方米的含药量低于 1.6 毫克时员工方可进办公室，那么从消毒开始，至少需要经过_____分钟后，员工才能回到办公室；

（3）研究表明，当空气中每立方米的含药量不低于 3 毫克且持续时间不低于 10 分钟时，才能有效杀灭空气中的病菌，那么此次消毒是否有效？为什么？

分析：（1）药物燃烧时，由图象可知函数 y 是 x 的正比例函数，设 $y=k_1x$ ，将点（8，

6）代入解析式，求得 $y=\frac{3}{4}x$ ，自变量 $0 < x \leq 8$ ；药物燃烧后，由图象看出 y 是 x 的反比例

函数，设 $y=\frac{k_2}{x}$ ，用待定系数法求得 $y=\frac{48}{x}$

（2）燃烧时，药含量逐渐增加，燃烧后，药含量逐渐减少，因此，只能在燃烧后的某