

第 15 届 WMO 世界奥林匹克数学竞赛 (中国区) 选拔赛

考生须知:

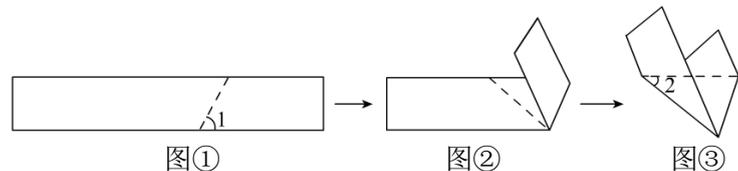
1. 每位考生将获得考卷一份。考试期间, 不得使用计算工具或手机。
2. 本卷共 120 分, 选择题每小题 4 分, 填空题每小题 5 分, 解答题共 5 小题, 共 50 分。
3. 请将答案写在本卷上。考试完毕时, 考卷及草稿纸会被收回。
4. 若计算结果是分数, 请化至最简。

七年级地方晋级赛复赛 B 卷

(本试卷满分 120 分, 考试时间 90 分钟)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. 若 $-\frac{a}{3} \leq -\frac{a}{2}$, 则 a 一定满足 ()
A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a \geq 0$ D. $a \leq 0$
2. 正数 a 的两个平方根是方程 $3x+2y=2$ 的一组解, 则 a 的值为 ()
A. 1 B. 2 C. 9 D. 4
3. 甲、乙两种茶叶, 以 $x:y$ (重量比) 混合制成一种混合茶, 甲种茶叶的价格每公斤 50 元, 乙种茶叶的价格每公斤 40 元, 现在甲种茶叶的价格上调了 10%, 乙种茶叶的价格下调了 10%, 但混合茶的价格不变, 则 $x:y$ 等于 ()
A. 1:1 B. 5:4 C. 4:5 D. 5:6
4. 已知 $x = -2015$, 计算 $|x^2+2014x+1|+|x^2+2016x-1|$ 的值为 ()
A. 4030 B. 4031 C. 4032 D. 4033
5. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x+y=1-\frac{m}{4} \\ x-2y=\frac{-3-8m}{4} \end{cases}$ 的解满足 $3x-1 < y$, 则 m 的取值范围是 ()
A. $m < -\frac{1}{3}$ B. $m > -\frac{1}{3}$ C. $m < -\frac{2}{3}$ D. $m > -\frac{2}{3}$
6. 如图, 长方形纸片按图①中的虚线第一次折叠得图②, 折痕与长方形的一边形成的 $\angle 1 = 65^\circ$, 再按图②中的虚线进行第二次折叠得到图③, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

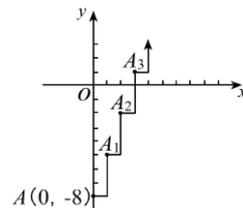


- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

7. 如图, 在坐标平面上, 小七从点 $A(0, -8)$ 出发, 每天都是先向右走 1 个单位, 再向上

走 3 个单位. 小七第一天由 A 点走到 A_1 点, 第二天由 A_1 点走到 A_2 点, \dots . 那么小七第二十九天走到的点的坐标是 ()

- A. $(28, 70)$ B. $(28, 79)$ C. $(29, 70)$ D. $(29, 79)$



第 7 题图

		2	3	
3			A	B
1		?	C	1

第 8 题图

8. 有一种“扫雷”游戏如图, 方格内的数字表示与它相邻的方格内总共有“地雷”数, 例如: 右下角的数字 1 表示 A, B, C 中只有一个“地雷”. 通过推理, 请判断“?”处应填的数字是 ()
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
9. 已知有一列数 a_1, a_2, \dots, a_n 满足: 后面的这个数依次比前面的这个数大 k (k 为定值), 且 $3(a_3+a_5)+2(a_7+a_{10}+a_{13})=24$, 则 $a_1+a_2+\dots+a_{13}$ 的值为 ()
A. 22 B. 24 C. 26 D. 30
10. 已知正整数 a, b, c 满足 $a > b > c$, 且 $34-6(a+b+c)+(ab+bc+ac)=0$, $79+(ab+bc+ac)-9(a+b+c)=0$, 则 abc 的值是 ()
A. 60 B. 45 C. 24 D. 14

二、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

11. 在平面直角坐标系中点 A, B 的坐标分别是 $(-1, 3), (-1, -2)$, 那么 A, B 两点间的距离是_____.
12. 当 $4-\sqrt{a-1}$ 有最大值时, $-a^{2n}$ 的值为_____.
13. 已知线段 AB 的中点 O 及线段 AB 上任意一点 M , 则 $MO:|AM-BM|$ =_____.
14. 树上结满了桃子, 小猴子第一天吃掉树上所有桃子的 $\frac{2}{5}$, 还扔掉了 4 个; 第二天吃掉的桃子数再加 3 个就等于第一天所剩桃子数的 $\frac{5}{8}$, 这时候树上至少还剩_____个桃子.
15. 算式 $(2014^{2014}+2013^{2013}) \times 342^{342}$ 的结果的尾数是_____.
16. 在一次数学游戏中, 老师在 A, B, C 三个盘子里分别放了一些糖果, 糖果数依次为 a_0, b_0, c_0 , 记为 $G_0 = (a_0, b_0, c_0)$. 游戏规则如下: 若三个盘子中的糖果数不完全相同, 则从糖果数最多的一个盘子中拿出两个, 给另外两个盘子各放一个 (若有两个盘子中的糖果数相同, 且都多于第三个盘子中的糖果数, 则从这两个盘子字母序在前的盘子中取糖果), 记为一次操作. 若三个盘子中的糖果数都相同, 游戏结束. n 次操作后的糖果数记为 $G_n = (a_n, b_n, c_n)$. 小晓发现: 如果 $G_0 = (4, 8, 18)$, 那么游戏将永远无法结束, 则此时



WMO 世界奥林匹克数学竞赛（中国区）选拔赛

G2015=_____.

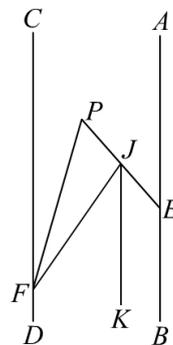
姓名_____ 年级_____ 学校_____ 准考证号_____ 考场_____
赛区_____ 父母姓名_____、_____ 联系电话_____、_____
装_____订_____线_____

三、解答题（共 5 小题，共 50 分）

17. 已知 $\frac{a+b+c}{b} = \frac{15}{4}$, $\frac{a+b-c}{b} = \frac{11}{4}$, 求 $\frac{b}{c}$ 的值. (8分)

18. 若实数 a 满足不等式 $2(a-3) < \frac{2-a}{3}$, 试求不等式 $\frac{a(x-4)}{5} < x-a$ 的解集. (8分)

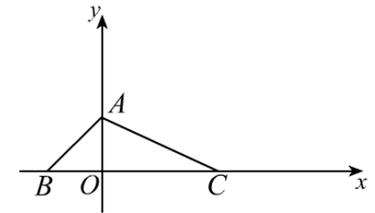
19. 已知, 点 E, F 分别在直线 AB, CD 上, 点 P 在 AB, CD 之间, 连接 EP, FP , 已知 $AB \parallel CD$, 将射线 FC 沿 FP 折叠, 交 PE 于点 J , 若 JK 平分 $\angle EJP$, 且 $JK \parallel AB$, 则 $\angle BEP$ 与 $\angle EPF$ 之间有何数量关系, 并证明你的结论. (10分)



20. 如图, 已知在平面直角坐标系中, $\triangle ABO$ 的面积为 8, $OA=OB$, $BC=12$, 点 P 的坐标是 $(a, 6)$.

(1) $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 A (____, ____), B (____, ____), C (____, ____); (6分)

(2) 是否存在点 P , 使得 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle ABC}$? 若存在, 求出满足条件的所有点 P 的坐标. (6分)



21. 排球比赛中, 甲、乙两方上场的各 6 名队员面对排球网, 分别站在排球场的一边, 6 名队员一般站成两排, 从排球场右下角开始, 分别为 1 号位、2 号位、3 号位、4 号位、5 号位、6 号位 (如图).

比赛中每一次换发球的时候有位置轮换, 简单说就是第一轮发球是比赛开始由甲方 1 号位的选手发球, 得分则继续发球, 失分则乙方发球, 再轮到甲方选手发球时是第二轮发球. 甲方全体队员按顺时针方向转一个位置 (转一圈), 即 1 号位的队员到 6 号位置, 6 号位到 5 号位, 以此类推, 2 号位队员到 1 号位置发球, 得分则继续发球, 失分则乙方发球, 再轮到甲方选手发球的时候, 甲方全体队员按顺时针方向转一个位置 (转一圈), 随后以此类推...

如果甲方选手小花上场时 (这场比赛最多发 21 轮球) 站在 6 号位置, 那么,

- (1) 第五轮发球时, 她站在几号位置? (3分)
- (2) 第几轮发球时, 她站在 3 号位置? (4分)
- (3) 第 n 轮发球时, 她站在几号位置? (5分)

