

## 第六届“学用杯”

### 全国数学知识应用竞赛 七年级决赛试题

#### 一、操作实践（本题 20 分）

现今，人们外出的机会越来越多，当随身携带的物品比较贵重时，通常会选择带密码设制功能的保险箱来放物品。某种手提保险箱带有可设制 6 位密码的密码锁，每一个旋钮上显示的数字依次为 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中的任意一个。现规定：只要一个旋钮上转出一个新数字就为一步，逆转或顺转都可以，已知该保险箱设定的密码为 631208，现在显示的号码为 080127，则要打开这个保险箱，至少需要旋转多少步？

#### 二、观察判断（本题 20 分）

如图 1，这是一个中国象棋盘，图中小方格都是相同的正方形（“界河”的宽等于小正方形的边长），假设黑方只有一个“象”，它只能在 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 位置中的一个，红方有两个“相”，它们只能在 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 中的两个位置，问：这三个棋子（一个“象”和两个“相”）各在什么位置时，以这三个棋子为顶点构成的三角形的面积最大？

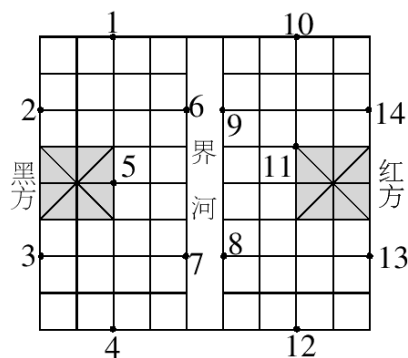


图 1

#### 三、归纳探究（本题 20 分）

在某多媒体电子杂志的一期上刊登了“正方形雪花图案的形成”的演示案例：作一个正方形，设每边长为  $a$ ，将每边四等分，作一凸一凹的两个边长为  $\frac{a}{4}$  的小正方形，如此连续作几次，便可构成一朵绚丽多彩的雪花图案（如图 2（3））。

下列问题。

（1）作一个正方形，设边长为  $a$ （如图 2（1））。

（2）对正方形进行第 1 次分形：将每边四等分，作一凸一凹的两个边长为  $\frac{a}{4}$  的小正方形，得到图 2（2）；

（3）重复上述的作法，图 2（3）经过第\_\_\_\_\_次分形后得到图 2（3）的图形；

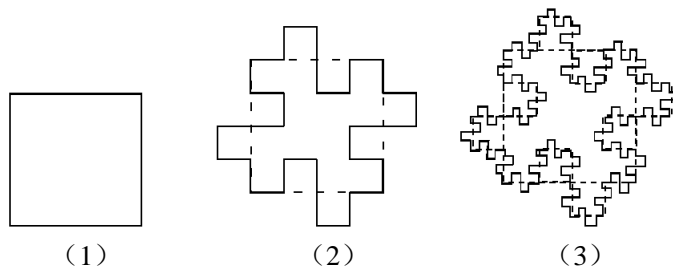


图 2

（4）观察探究：分形过程中，图形的周长有什么变化？面积有什么变化？

#### 四、方案决策（本题 20 分）

某市百货商场举行了“梦想创业大比拼”活动，对梦想创业选手进行创业综合素质比拼。比赛分闭答题和实体店实践两部分进行，其中的一道闭答题是这样的：图 3 是该商场去年下半年毛衣和衬衫的销售统计图，假如你是其中的一名创业选手，请根据这幅图，并结合实际生活分析：实线表示什么的销售情况？虚线表示什么的销售情况？根据去年下半年的销售情况，给本商场经理提供一些今年毛衣和衬衫的进货建议。

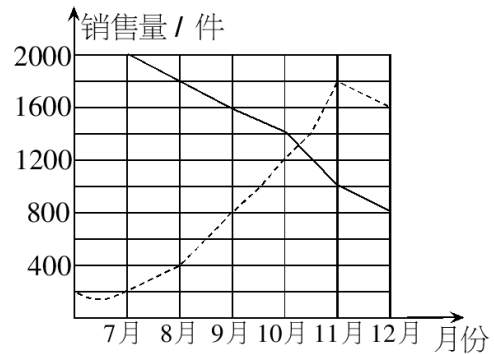


图 3

#### 五、材料作文（本题 30 分）

“鸡兔同笼”类问题在我国民间流传很广，其中有一个这样的问题：“鸡兔同笼三十九，一百条腿地上走，有多少只鸡？多少只兔？”这道题的解法有：

1. 口算加心算：如果每只兔子提起前面两条腿，那么每只鸡和兔子都只有两条腿站在地上，39 只鸡和兔在这时应该是 78 条腿站在地上，比先前的 100 条腿少了 22 条，这些腿是兔子们提起来的。由于每只兔子提起来两条腿，现在共提起来 22 条腿，所以知道兔子一定是 11 只，那么鸡一定是  $(39 - 11) = 28$  只。

2. 列一元一次方程求解：设鸡  $x$  只，则共有鸡腿  $2x$  条，则有兔子腿  $(100 - 2x)$  条，则有兔子  $\frac{100 - 2x}{4}$  只，依题意得  $x + \frac{100 - 2x}{4} = 39$ 。解得  $x = 28$ 。

即有鸡 28 只，兔子  $(39 - 28) = 11$  只。

当然，还可以通过列二元一次方程组求解，今后将会学到。

通过阅读材料，你能得到什么启示？请结合方程学习写一篇 500 字左右的数学小短文（题目自拟）。

#### 六、数学作文（本题 40 分）

1. “0”的畅想曲
2. 浅析字母表示数
3. 学习立体图形改变认识
4. 我经历的合作学习（侧重数学学科）
5. “学用杯”参赛感言

6. 英国哲学家、数学家罗素认为：“数学，如果正确地看它，不但拥有真理，而且也具有至高的美，是一种冷而严肃的美。这种美不是投合我们天性脆弱的方面，这种美没有绘画或者音乐那样华丽的装饰，它可以纯净到崇高的地步，能够达到只有伟大的艺术才能谱写的那种完美的境地。”请你以“数学中有美，美中有数学”为题写一篇作文。

# 第六届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

## 七年级决赛试题 参考答案

一、解：从0转出6，经9，8，7，到6，需4步； .....5分  
从8转出3，需5步； .....10分  
从0到1，从1到2，从8到7，各需1步； .....15分  
从2到0需2步，故共需 $4+5+1+3+2=14$ 步. ....20分

二、我们设每个小方格的边长为1个单位，则每个小方格正方形面积为1平方厘米.  
由于三个顶点都在长方形边上的三角形的面积至多为这个长方形面积的一半，所以要在这些三角形中寻求最大者，只要比较它们顶点所在边构成的三角形面积寻找最大者就可以了.

直观可见，只需比较(3,10,12)或(2,10,12)与(3,10,13)或(2,12,14)这两类三角形的面积.

顶点为(3,10,12)或(2,10,12)的三角形面积为 $8 \times 7 \times 0.5 = 28$ ； .....8分

顶点为(3,10,13)或(2,12,14)的三角形面积为 $9 \times 6 \times 0.5 = 27$ ； .....16分

所以顶点在(3,10,12)或(2,10,12)时三角形的面积最大. ....20分

三、

(3) 2； .....8分

(4) 周长依次为 $4a, 8a, 16a, 32a, \dots, 2^{n+1}a$ ，即无限增加；图形进行分形时，每增加一个小正方形同时又减少一个相同的小正方形，即面积不变，是一个定值 $a^2$ . ...20分

### 四、方案决策

实线代表衬衫销售情况. 虚线代表毛衣销售情况； .....10分

进货建议：不统一，叙述要点：①分析去年下半年的销售情况，如七月衬衫的销售量最高，属于销售旺季，而毛衣的销售量最低，属于销售淡季；②根据统计图提出今年的进货月份及进货数量，参照去年，今年6月份底进货时，在没有余货的情况下，考虑进2000件左右衬衫，进毛衣200件左右，等等. ....20分

五、对比算术方法，结合方程学习谈谈感受.

六、举一个题目进行数学作文即可.