

第六届“学用杯”

全国数学知识应用竞赛 八年级初赛试题（A）卷

（本题满分 150 分，考试时间 120 分钟）

| | | | | | |
|----|---|---|---|---|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 | | | | | |

温馨提示：亲爱的同学们，这份试卷将记录你的自信、沉着与智慧。愿你能够放松心情，认真审题，缜密思考，细心演算，交一份满意的答卷。

（注：可使用计算器）

一、选择题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 唐伯虎点秋香的故事家喻户晓了，现在我们来做一个推理：

“唐伯虎点秋香”

【规则】下面有四个人，其中一个人是秋香，请你通过下面提示辨别出谁是秋香。

友情提示：这四个人分别是：春香、夏香、秋香、冬香。

【所给人物】A、B、C、D

- ①A 不是秋香，也不是夏香；
- ②B 不是冬香，也不是春香；
- ③如果 A 不是冬香，那么 C 不是夏香；
- ④D 既不是夏香，也不是春香；
- ⑤C 不是春香，也不是冬香。

若上面的命题都是真命题，则秋香是（ ）

- A. A B. B C. C D. D

2. 如图 1，在一个规格为 6×12 （即 6×12 个小正方形）的球台上，有两个小球 A、B。若击打小球 A，经过球台边的反弹后，恰好击中小球 B，那么小球 A 击出时，应瞄准球台边上的点（ ）

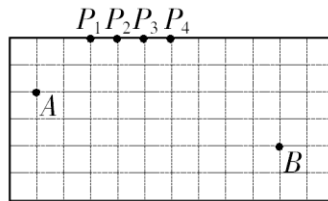
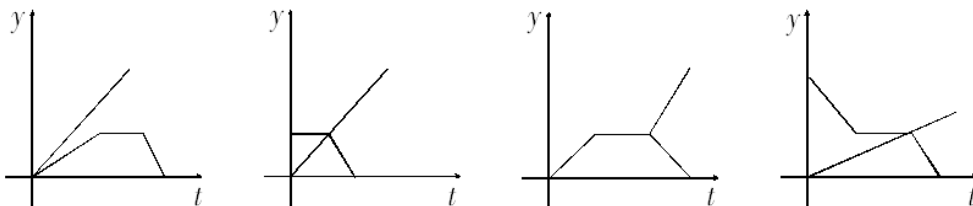


图 1

- A. P_1 B. P_2 C. P_3 D. P_4

3. 时至父亲节，某大学校园“文苑”专栏登出了一位同学回忆父亲的小诗：“同辞家门赴车站，别时叮咛语千万，学子满载信心去，老父怀抱希望还。”如果用纵轴 y 表示父亲和学子在行进中离家的距离，横轴 t 表示父子同时离家后的时间，那么下面与上述诗意大致相吻合的图象是（ ）



- A. B. C. D.

4. 如图 2, 小明和小亮玩一种“机器人迈步游戏”, 某一个机器人在图中的 1 号位置上, 按顺时针方向, 第一次跳一步到 2 号位置上, 第二次跳两步跳到 4 号位置上, 第三次跳三步又跳到了 1 号位置上, 第四次跳四步……一直进行下去, 那么如果第 2006 次跳 2006 步, 所跳到的位置号是()

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

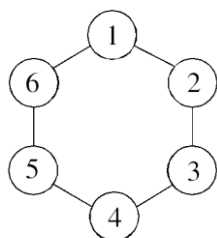


图 2

5. 某市进行青年歌手大奖赛预赛, 评委给每位选手打分时, 最高分不超过 10 分, 所有评委的评分中去掉一个最高分, 去掉一个最低分后的平均分即为选手的最后得分. 李华的最后得分为 9.68 分, 若只去掉一个最低分, 李华的得分为 9.72 分, 若只去掉一个最高分, 李华的得分为 9.66 分, 那么可以算出这次比赛的评委有()

- A. 9 名 B. 10 名 C. 11 名 D. 12 名

二、填空题 (每小题 6 分, 共 30 分)

6. 卡车司机小张开车在高速公路上以 100km/h 的速度行驶, 听到车后有另一汽车的喇叭声, 他即刻从反射镜中看到车后约 40 米处有一辆轿车疾驰而来, 他让开快车道, 轿车很快赶上并超越了小张的卡车. 若从小张的反射镜中看到轿车到轿车和卡车并行时经过了 7 秒钟, 设轿车的速度为 x km/h, 那么, 它应当满足方程_____.

7. 学校广播室要从八年级 (2) 班选一名广播员, 小明、小华和小英普通话都不相上下, 并且都争着要去. 老师决定用抽签的办法确定, 结果三个人都争着先抽, 以为第一个抽签的人抽中的可能性大一些; 这时, 小华从兜里拿出两枚一元的硬币, 并说将两枚硬币同时向上抛出, 如果两个都是正面朝上, 小明去; 如果两个都是反面朝上, 小英去; 如果两个一正一反, 小华自己去. 那么, 你认为_____ (填“老师”或“小华”) 的办法公平合理, 理由是_____.

8. 在一张长 26cm, 宽 19cm 的绘图纸上按 1:100 的比例尺绘制出某一池塘的图形 (不规则). 现将这张图纸复印数张, 称得总质量为 20g, 再将称过质量的这些图纸沿池塘边缘剪掉多余部分后, 称得质量为 13g. 那么根据这些数据, 我们可以算出池塘的实际面积为_____ m^2 (假设复印纸与图纸材料相同, 结果精确到 0.1).

9. 某水库正常情况下, 每天流入一定量的河水, 可供城市用水 80 天, 今年因天气干旱流入量减少 20%, 每天按原供水量只能用 60 天, 如果仍计划用 80 天, 每天供水量需要减少_____ (填百分比); 当库存水量剩一半时, 由于雨季到来流入量比正常时增加了 20%, 若仍按天旱时的供水量供水还可供水_____天.

10. 小明的爸爸想买股票, 星期一, 他发现证券交易所中有三种股票情况如下:

| 种类 | 面值 (元) | 现价 (元) | 股息周期 | 股息比率 |
|----|--------|--------|------|------|
| 甲 | 50 | 48 | 季 | 3% |
| 乙 | 100 | 104 | 半年 | 6.5% |
| 丙 | 500 | 600 | 年 | 15% |

晚上回家后，他想考考小明，让他计算一下假如一年前投入相同的资金购买这三种股票，现在同时出售，_____种股票（填“甲”、“乙”或“丙”）所得的收益最多。

三、解答题（每小题 15 分，共 60 分）

11. **判断说理：**元旦联欢会上，八年级（1）班的同学们在礼堂四周摆了一圈长条桌子，其中北边条桌上摆满了苹果，东边条桌上摆满了香蕉，礼堂中间 B 处放了一把椅子，游戏规则是这样的：甲、乙二人从 A 处（如图 3）同时出发，先去拿苹果再去拿香蕉，然后回到 B 处，谁先坐到椅子上谁赢。

张晓和李岚比赛，比赛一开始，只见张晓直奔东北两张条桌的交点处，左手抓苹果，右手拿香蕉，回头直奔 B 处，可是还未跑到 B 处，只见李岚已经手捧苹果和香蕉稳稳地坐在 B 处的椅子上了。如果李岚不比张晓跑得快，张晓若想获胜有没有其他的捷径？若有，请说明你的捷径，若没有，请说明理由。

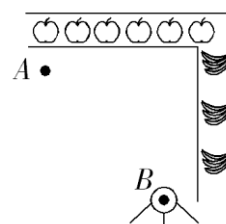


图 3

12. **信息处理：**2006 年 8 月 25 日颜老师带身份证去中国银行取女婿李建的跨国劳务工资 6 300 美元，银行告知身份证的名字与汇款名字不符，“李建”写成了“李健”。颜老师将这一情况转告李建，李建等原汇款退回之后，于 9 月 25 日将工资重新汇款到国内（汇费另付），由于这几天人民币的升值，颜老师赶紧将美元兑换成了人民币，然后转存成 3 年定期存款。已知 8 月 25 日、9 月 25 日 100 美元分别兑换人民币 797.15 元、791.96 元，美元从国外汇到国内需要付汇款金额的 1%，即最低 50 元、最高 260 元人民币的手续费，另外收取电讯费 150 元人民币。已知 3 年定期存款的利率为 3.69%，且需付 20% 的利息税，请问李建这次汇费与损失折算成人民币共多少元？

13. **方案设计：**新疆是我国风力资源最丰富的地区之一，风力发电也将成为新疆未来重要的替代能源。新疆某地一年内日平均风速不小于 3 米/秒的时间共约 160 天，其中平均风速不小于 6 米/秒的时间约占 60 天。为了充分利用“风能”这种“绿色能源”，该地拟建一个小型风力发电厂，决定选用 A 、 B 两种型号的风力发电机。根据产品说明，这两种风力发电机在各种风速下的日发电量（即一天的发电量）如下表：

| 日平均风速 v | | $v < 3$ | $3 \leq v < 6$ | $v \geq 6$ |
|---------------|----------|---------|----------------|------------|
| 日发电量 (千瓦时) | A 型发电机 | 0 | ≥ 36 | ≥ 150 |
| | B 型发电机 | 0 | ≥ 24 | ≥ 90 |

根据上面的数据回答：

(1) 若这个发电厂购买 x 台 A 型风力发电机, 则预计这些 A 型风力发电机一年的发电总量至少为多少千瓦时?

(2) 已知 A 型风力发电机每台 0.3 万元, B 型风力发电机每台 0.2 万元, 该发电厂欲购置风力发电机共 10 台, 希望购机的费用不超过 2.6 万元, 而建成的风力发电厂每年的发电量不少于 102 000 千瓦时, 请你提供符合条件的购机方案.

14. **实践探究:** 八年级(7)班为了从张帆、杨君两位同学中选出班长, 进行了一次演讲答辩与民主测评, 请数学、语文、政治、历史、英语科目的五位老师作为评委, 对“演讲答辩”情况进行评价, 全班 50 位同学参与了民主测评. 结果如下表所示:

表 1 演讲答辩得分表(单位: 分)

| | 数学老师 | 语文老师 | 政治老师 | 历史老师 | 英语老师 |
|----|------|------|------|------|------|
| 张帆 | 99 | 92 | 94 | 95 | 88 |
| 杨君 | 89 | 96 | 87 | 94 | 91 |

表 2 民主测评票统计表(单位: 张)

| | “好”票数 | “较好”票数 | “一般”票数 |
|----|-------|--------|--------|
| 张帆 | 40 | 7 | 3 |
| 杨君 | 42 | 4 | 4 |

规定: 演讲答辩得分按“去掉一个最高分和一个最低分再算平均分”的方法确定:

民主测评得分=“好”票数 $\times 2$ 分+“较好”票数 $\times 1$ 分+“一般”票数 $\times 0$ 分

综合得分=演讲答辩得分 $\times (1-a)$ +民主测评得分 $\times a(0.5 \leq a \leq 0.8)$

(1) 当 $a=0.6$ 时, 张帆的综合得分是多少?

(2) a 在什么范围内, 张帆的综合得分高? a 在什么范围内, 杨君的综合得分高?

四、开放题(本题 30 分)

15. 2006 年 10 月 20 日,《数学专页》顾问、中科院院士林群到报社指导工作时, 谈及“为什么学数学”这个话题, 举了一个这样的例子: 测一棵树高, 如果没有数学, 必须把树砍倒, 或爬到树尖, 而一旦有了数学, 只需用直尺和测角仪就可计算出树的高度.

一个小小的例子就让我们大家明白了“为什么学数学”, 也告诉了我们生活处处有数学. 现在请你联想实际编写一道生活中的数学问题, 并解释用了什么样的数学道理.

第六届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级初赛试题(A)卷参考答案

一、选择题（每小题 6 分，共 30 分）

1. C 2. B 3. C 4. B 5. A

二、选择题（每小题 6 分，共 30 分）

6. $\frac{1\ 000x}{3\ 600} \times 7 = \frac{100\ 000}{3\ 600} \times 7 + 40$

7. 老师. 因为老师的办法, 不管谁先抽均有 $\frac{1}{3}$ 的机会; 小华的办法中, 小明和小英的机会各占 $\frac{1}{4}$, 而小华的机会占 $\frac{1}{2}$. (注: 本题只要说明老师的办法中, 三人的机会相等, 而小华的办法中, 三人机会不均等即可得分.)

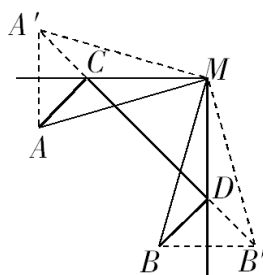
8. 321.1m^2

9. 12.5%, 120

10. 甲

三、解答题（每小题 15 分，共 60 分）

11. 解: 如下图, 假设北边和东边条桌各为一个平面镜, 光线经过两次反射到达 B 点. 因此, 分别以北条桌和东条桌为对称轴, 找到 A, B 的对称点 A', B' , 连接 $A'B'$, 交两长条桌于 C, D 两点, 则折线 $ACDB$ 就是捷径.



(本题说出方案可得 10 分, 再画上图可给满分, 若只画出图可给 10 分, 其他较近捷径可适当给分.)

12. 解: 第一次汇费: $6\ 300 \times 7.971\ 5 \times 1\% + 150 \approx 200.22$ (元);2 分

第二次汇费: $6\ 300 \times 7.919\ 6 \times 1\% \approx 49.89$ (元) < 50 元,

因此第二次汇费为 200 元.6 分

两次汇率差造成的损失:

$6\ 300 \times (7.971\ 5 - 7.919\ 6) = 326.97$ (元).9 分

一个月利息:

$6\ 300 \times 7.971\ 5 \times 3.69\% \times \frac{1}{12} \times (1 - 20\%) \approx 123.54$ (元).12 分

$200.22 + 200 + 326.97 + 123.54 = 850.73$ (元).14 分

答: 李建这次汇费和损失折算成人民币共 850.73 元.15 分

13. 解: (1) $[36 \times (160 - 60) + 150 \times 60] x = 12\ 600x$ (千瓦时);4 分

(2) 设购买 A 型发电机 x 台, 则购买 B 型发电机 $(10 - x)$ 台. 根据题意, 得

$$\begin{cases} 0.3x + 0.2(10 - x) \leq 2.6, & \dots\dots\dots 5 \text{分} \\ 12\ 600x + [24 \times (160 - 60) + 90 \times 60](10 - x) \geq 102\ 000. & \dots\dots\dots 9 \text{分} \end{cases}$$

解得 $5 \leq x \leq 6$13 分

所以可购 A 型发电机 5 台, B 型发电机 5 台; 或购 A 型发电机 6 台, B 型发电机 4 台.
.....15 分

14. 解: 设综合得分为 T , 演讲得分为 T_1 , 民主测评得分为 T_2 .

(1) 张帆同学: $T_1 \approx 93.67$, $T_2 = 87$,4 分

$a = 0.6$ 时, $T_{\text{张帆}} = 93.67 \times (1 - 0.6) + 87 \times 0.6 \approx 90$;6 分

(2) 杨君同学: $T_1 \approx 91.33$, $T_2 = 88$,10 分

$$T_{\text{杨君}} = 91.33(1 - a) + 88a = 91.33 - 3.33a,$$

又 $\because T_{\text{张帆}} = 93.67(1 - a) + 87a = 93.67 - 6.67a$,12 分

若 $T_{\text{张帆}} > T_{\text{杨君}}$, 则有 $93.67 - 6.67a > 91.33 - 3.33a$.

解得 $a < 0.7$14 分

$\therefore 0.5 \leq a < 0.7$ 时, 张帆的综合得分高, $0.7 \leq a \leq 0.8$ 时, 杨君的综合得分高.15 分

四、开放题 (本题 30 分)

15. 答案不惟一. (本题编写出题目可给 15 分, 解释了其中的道理或给出详解可得满分, 其他情况可酌情给分.)