

第七届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级初赛B. 卷试题

一、选择题（每小题6分，共30分）

1. 图1是石家庄市中华大街与二环路交叉口的转盘示意图. 在周日某时段车流高峰期, 单位时间内进出路口A, B, C, D的机动车数量如图1所示, 请你计算该高峰期单位时间内通过路段AB, BC, CD, DA (假设单位时间内, 在上述路段中, 同一路口驶入与驶出的车辆数固定) 车辆最多的是 ()

- A. AB B. BC C. CD D. DA

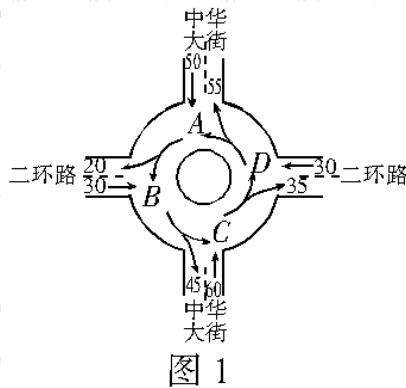


图1

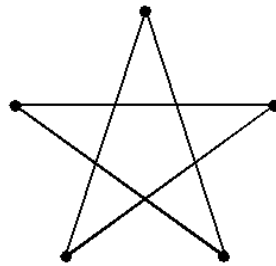


图2

2. 手工课上, 小明用螺栓将两端打有孔的5根长度相等的木条, 首尾连接制作了一个五角星, 他发现五角星的形状不稳定, 稍微一动五角星就变形了. 于是他想在木条交叉点处再加上若干个螺栓, 使其稳定不再变形, 他至少需要添加的螺栓数为 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. 骑电动自行车出行是很多人的选择, 电动自行车比脚踏自行车省力, 比摩托车环保, 可谓好处多多, 当然价格居高不下也是因为这些好处. 受市场影响, 某品牌同种价位的电动车在三个商场都进行了两次提价 (第二次提价的百分比是以第一次提价后的价格为基础的), A商场第一次提价的百分比为 x , 第二次提价的百分比为 y ; B商场两次提价的百分比都是 $\frac{x+y}{2}$; C商场第一次提价的百分比为 y , 第二次提价的百分比为 x , 如果 $x > y > 0$, 则提价最多的商场是 ()

- A. A商场 B. B商场 C. C商场 D. 无法确定

4. 小张和小李听说某商场在“十一”期间举行特价优惠活动, 两人约好前去购物, 当他们到的时候, 只剩两种商品还在搞特价, 每件商品单价分别是8元和9元, 于是他们各自选购了这两种商品数件, 已知两人购买商品的件数相同, 且两人购买商品一共花了172元, 请问两人共购买了几件商品 ()

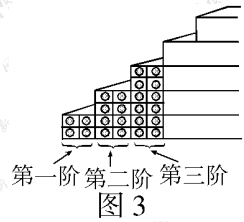
- A. 18件 B. 19件 C. 20件 D. 21件

5. 师范大学学生张丽、王云、李玲三人一起去银行柜员机取钱, 张丽取款一次, 王云取款两次, 李玲取款三次, 假设每取款一次所用时间相同, 请问她们三人按什么样的顺序取款, 才能使三人所花总时间最少 (包括等待时间) ()

- A. 张丽, 王云, 李玲 B. 李玲, 张丽, 王云
C. 张丽, 李玲, 王云 D. 王云, 李玲, 张丽

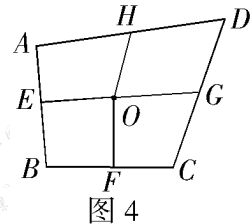
二、填空题 (每小题 6 分, 共 30 分)

6. 如图 3, 有一楼梯每一阶的长度、宽度与增加的高度都一样. 有一工人在此楼梯的一侧贴上大小相同的正方形磁砖, 第一阶贴了 4 块, 第二阶贴了 8 块, …… 依此规律共贴了 144 块磁砖后, 刚好贴完楼梯的一侧. 则此楼梯共有_____阶.



7. 华云中学在 20 周年校庆时, 有 100 位老同学聚会, 他们中有 73 人家住河北省内, 有 78 人住在城市里, 有 68 人购买了住房, 95 人有笔记本电脑, 假设至少有 x 人和不超过 y 人住在河北省的城市里, 且有自己的住房和笔记本电脑, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.

8. 小李家有一块四边形菜地 $ABCD$, 这块菜地里有一口井 O , 从 O 向四边的中点挖了四条水渠, 分别是 OE, OF, OG, OH , 把四边形菜地分成四块 (如图 4 所示), 已知四边形 $AEOH$ 的面积等于 30m^2 , 四边形 $EOFB$ 的面积为 40m^2 , 四边形 $OFCG$ 的面积为 50m^2 , 那么



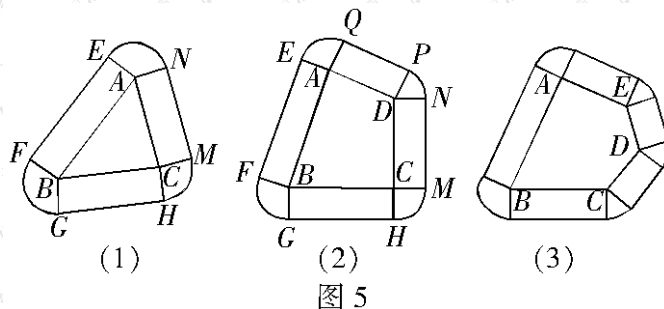
请你算一算四边形 $DGOH$ 的面积是_____ m^2 .

9. 学校田径运动会快要举行了, 小刚用自己平时积攒的零花钱买了一双运动鞋, 他发现鞋码与脚的大小不是 1:1 的关系, 爱动脑筋的他就想研究一下, 到底鞋码与脚的大小是怎样一种关系, 于是小刚回家量了量妈妈 36 码的鞋子, 内长是 23cm, 量了量爸爸 42 码的鞋子, 内长是 26cm, 又量了量自己刚买的鞋子内长是 24.5cm, 他认真思考, 觉得鞋子内长 x 与鞋子号码 y 之间隐约存在一种一次函数关系, 你能帮助小刚求出这个一次函数关系式吗? _____, 并说出小刚刚买的鞋是_____码.

10. 长期以来, 地域偏远、交通不便一直是制约经济发展的重要因素, “要想富, 先修路”, 某地政府为实施辖区内偏远地区的开发, 把一条原有铁路延伸了一段, 并在沿途建立了一些新车站, 因此铁路局要印制 46 种新车票, 这段铁路线上新老车站加起来不超过 20 个. 请问该地一共新建了_____个车站, 原有_____个车站.

三、解答题 (每小题 15 分, 共 60 分)

11. 如图 5 (1), 某住宅小区有一三角形空地 (三角形 ABC), 周长为 2500m, 现规划成休闲广场且周围铺上宽为 3m 的草坪, 求草坪面积. (精确到 1m^2)



由题意知，四边形 $AEFB$ ， $BGHC$ ， $CMNA$ 是 3 个矩形，其面积为 $2500 \times 3 \text{ m}^2$ ，而 3 个扇形 EAN ， FBG ， HCM 的面积和为 $\pi \times 3^2 \text{ m}^2$ ，于是可求出草坪的面积为 $7500 + 9\pi \approx 7528 (\text{m}^2)$ 。

(1) 若空地呈四边形 $ABCD$ ，如图 5(2)，其他条件不变，你能求草坪面积吗？若能，请你求出来；若不能，请说明理由；

(2) 若空地呈五边形 $ABCDE$ ，如图 5(3)，其他条件不变，还能求出草坪面积吗？若能，请你求出来；若不能，请说明理由；

(3) 若空地呈 $n(n \geq 3)$ 边形，其他条件不变，这时你还能求出草坪面积吗？若能，请你求出来。

12. 集体供暖有燃料的利用率高、供暖效果好和环保等明显特点，被越来越多的人所接受，2007 年 11 月，市统计部门随机抽查 100 户家庭供暖方式，以及集体供暖用户对供热的认可情况，制成统计图如图 6 (1)，图 6 (2)，试回答下列问题。

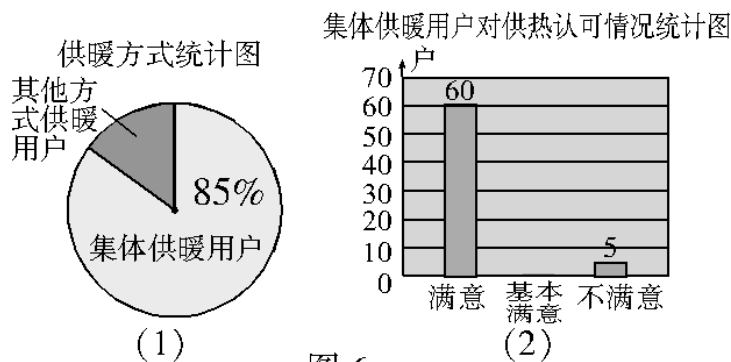


图 6

(1) 在被抽查的 100 户中，采用其他供暖方式的户有_____户。

(2) 补充完整条形统计图。

(3) 如果该城市大约有 12 万户，请你估计大约有多少集体供暖用户对供热认可为基本满意或满意。

(4) 请你对市政府或热力公司提出一条合理化建议。

13. 2007 年 8 月 22 日，中国人民银行再次上调存款基准利率，这是央行本年内第 4 次加息，根据决定，一年期存款基准利率上调 0.27 个百分点，由现行的 3.33% 提高到 3.60%，活期存款不变，仍是以前上调后的基准，利率为 0.81%。

(1) 李红现有 5000 元，若在 8 月 22 日存入银行，按活期存入，一年后本息共多少？按一年期存入，一年后本息又是多少元？

(2) 王明曾在 2007 年 5 月 29 日调息时存入 20000 元一年期定期存款，为获得更大的利息收益，在 8 月 22 日，是否有必要转存为调整后的一年期定期存款？

(提示：2007 年 8 月 15 日之前利息税率为 20%，8 月 15 日利息税率改为 5%，若转存，转存前的天数的利息按活期利率计算，且一年存款按 365 天计算)。

14. 奥威汽车俱乐部举行沙漠拉力训练，每组两辆车，两辆车从同一地点出发，沿同一个方向直线行驶，每车最多只能携带 30 桶汽油，每桶汽油可以使一辆汽车行进 80km，两车都必须返回出发点，但可以先后返回，且两车可以相互赠用双方的汽油，为了使其中一辆车尽可能的远离出发点，请问另一辆车应在离出发点多远处返回？远行的那辆车往返最多能行驶多

少千米？

四、开放题(本题 30 分)

15. 著名数学家华罗庚先生说：“数形结合百般好，隔离分家万事休”。事实上，有些代数问题，通过构造图形来解，常使人茅塞顿开，突破常规思维，进入新的境界；还有三国时期数学家赵爽创制了一幅“勾股圆方图”，用数形结合的方法，给出了勾股定理的详细证明——他用几何图形的截、割、拼、补来证明代数式之间的恒等关系，既具严密性，又具直观性，由此可见，“数形结合思想”在解决数学问题中占有重要地位，请你根据所学的数学知识自己编写一道用数形结合思想解决的实际问题，说明解题思路，给出解答过程。同学们展开你的想象力，试试吧！

第七届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级初赛(B)卷试题参考答案

一、1. C. (理由：假设该高峰期 AB 路段上行驶的车辆数为 x .)

则 BC 上行驶的车辆数为 $x-20+30=x+10$.

CD 上行驶的车辆数为 $x+10-45+60=x+25$.

DA 上行驶的车辆数为 $x+25-35+30=x+20$.

据此判断可得此时 CD 上行驶的车辆数最多.)

2. A

3. B (取特殊值代入验证即可得出答案)

4. C (设每人购买了 n 件商品，两人共购买了单价为 8 元的商品 x 件，单价为 9 元的商品 y 件.)

$$\text{则} \begin{cases} x+y=2n, \\ 8x+9y=172. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=18n-172, \\ y=172-16n. \end{cases}$$

因为 $x \geq 0$, $y \geq 0$, 所以 $9\frac{5}{7} \leq n \leq 10\frac{3}{4}$, n 取整数, 故 $n=10$, 所以共购买了 20 件.)

5. A

二、6. 8.

7. 14, 68. (提示：根据已知解得，有 27 人不住在河北省，22 人不住在城市，32 人没有自己的住房，5 人没有笔记本电脑，这个总数是 86。他们在四项中至少缺一项，所以至少有 14 人具有四项中的每一项。因为仅有 68 人拥有自己的住房，而拥有其他项的人数都大于 68，所以具有四项条件的人数最多为 68 人.)

8. 40

9. $y=2x-10$, 39.

10. 2, 11 (提示：设原有车站 x 个，新车站有 y 个。则每个新车站需要印制的车票有 $(x+y-1)$ 种， y 个新车站要印 $(x+y-1)y$ 种，对于 x 个老车站，要印 xy 种。

根据题意，有 $(x+y-1)y+xy=46$ ，即 $y(2x+y-1)=46$ 。

由于 $46=1 \times 46=2 \times 23$ ，因为 x, y 必须取正整数，加之新车站合起来不超过 20 个，则有

$$\begin{cases} y = 2, \\ 2x + y - 1 = 23. \end{cases} \text{符合题意, 解得} \begin{cases} x = 11, \\ y = 2. \end{cases} \text{即新建 2 个, 原有 11 个.}$$

三、11. 解: (1) 如图 5(2), 空地呈四边形 $ABCD$ 时, 其草坪面积为:

$S_{\text{草}} = S_{\text{矩形} ABFE} + S_{\text{矩形} BGHC} + S_{\text{矩形} CMND} + S_{\text{矩形} DPQA} + 4$ 个小扇形的面积的和.

$\therefore 4$ 个小扇形可以组成一个圆.

$$\therefore S_{\text{草地}} = 2\,500 \times 3 + 9\pi \approx 7\,528 \text{ (m}^2\text{)}.$$

(2) \therefore 空地呈五边形时, 5 个小扇形可以组成一个圆.

$$\therefore S_{\text{草地}} = 2\,500 \times 3 + 9\pi \approx 7\,528 \text{ (m}^2\text{)}.$$

(3) \therefore 空地呈 n 边形时, n 个小扇形也可以组成一个圆.

$$\therefore S_{\text{草地}} = 2\,500 \times 3 + 9\pi \approx 7\,528 \text{ (m}^2\text{)}.$$

答: 不论空地呈三角形、四边形还是五边形, \dots , 还是 $n(n \geq 3)$ 边形, 其面积都是 $7\,528\text{m}^2$.

12. 解: (1) 15;

(2) 略;

(3) 9.69 万户;

(4) 不惟一, 示例: 对市政府可以是继续进行热力改造, 扩大集体供暖用户的数量; 对热力公司改进服务质量, 提高老百姓的认可率.

13. 解: (1) 按活期存入, 一年后的本息和为:

$$5\,000 \times (1 + 0.81\% \times 95\%) = 5\,038.475 \text{ (元)};$$

按一年期存入, 一年后的本息和为:

$$5\,000 \times (1 + 3.60\% \times 95\%) = 5\,171 \text{ (元)}.$$

(2) 王明若从 5 月 29 日起存入 20 000 元, 一年期定期存款不转存, 则可以得到利息为:

$$20\,000 \times 3.33\% \times \frac{78}{365} \times 0.8 + 20\,000 \times 3.33\% \times \frac{287}{365} \times 0.95 \approx 611.35 \text{ (元)}.$$

若在 8 月 22 日转存, 王明从 5 月 29 日起一年后获得的利息为:

$$20\,000 \times \frac{78}{365} \times 0.81\% \times 0.8 + 20\,000 \times \frac{7}{365} \times 0.81\% \times 0.95 + 20\,000 \times \frac{365-85}{365} \times 3.60\% \times 0.95 \approx$$

555.36(元).

由于 $611.35 > 555.36$, 所以王明没有必要转存自己于 5 月 29 日的存款.

14. 解: 设两车中, 甲车应在离出发点 $x\text{km}$ 处即返回, 乙车最远能离出发点 $y\text{km}$, 因而甲

车能赠给乙车的汽油为 $(30 - \frac{2x}{80})$ 桶, 由题意可得

$$\left\{ \begin{aligned} \left(30 - \frac{2x}{80}\right) + \left(30 - \frac{x}{80}\right) &\leq 30, & \text{①} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2y}{80} &= 30 + \left(30 - \frac{2x}{80}\right), & \text{②} \end{aligned} \right.$$

解不等式①, 得 $x \geq 800$.

由方程②, 得 $y = (2\,400 - x)$.

要使 y 最大, 则需 x 取最小值.

故当 $x=800$ 时, $y_{\text{最大}} = 1\,600$.

因而往返全程最多为 $2y = 2 \times 1\,600 = 3\,200(\text{km})$.

即甲车行驶至 800km 处应返回，乙车往返最多可行驶 3 200km.

四、15. 答案不惟一. 略.