

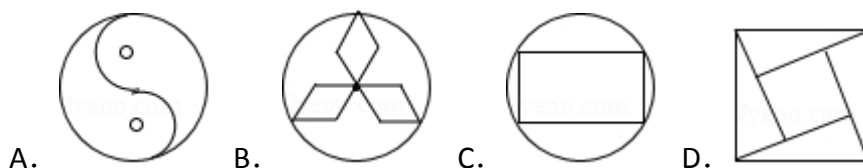
2017 年江苏省徐州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -5 的倒数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.00000071 米，数字 0.00000071 用科学记数法表示为 ()

- A. 7.1×10^7 B. 0.71×10^{-6} C. 7.1×10^{-7} D. 71×10^{-8}

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a - (b+c) = a - b + c$ B. $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^5$ C. $a^3 + a^3 = 2a^6$ D. $(x+1)^2 = x^2 + 1$

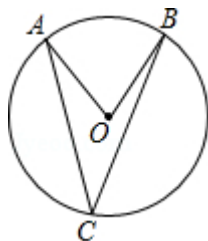
5. (3 分) 在“朗读者”节目的影响下，某中学开展了“好书伴我成长”读书活动，为了解 5 月份八年级 300 名学生读书情况，随机调查了八年级 50 名学生读书的册数，统计数据如下表所示：

册数	0	1	2	3	4
人数	4	12	16	17	1

关于这组数据，下列说法正确的是 ()

- A. 中位数是 2 B. 众数是 17 C. 平均数是 2 D. 方差是 2

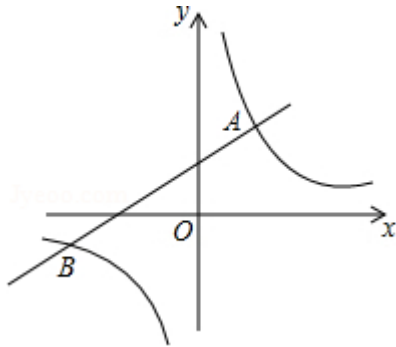
6. (3 分) 如图，点 A, B, C 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB = 72^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 等于 ()



- A. 28° B. 54° C. 18° D. 36°

7. (3 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq$

0) 的图象相交于点 A (2, 3), B (-6, -1), 则不等式 $kx+b > \frac{m}{x}$ 的解集为 ()



A. $x < -6$ B. $-6 < x < 0$ 或 $x > 2$ C. $x > 2$ D. $x < -6$ 或 $0 < x < 2$

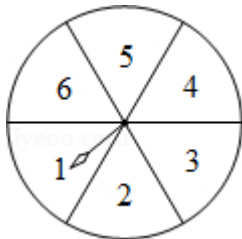
8. (3分) 若函数 $y = x^2 - 2x + b$ 的图象与坐标轴有三个交点, 则 b 的取值范围是 ()

A. $b < 1$ 且 $b \neq 0$ B. $b > 1$ C. $0 < b < 1$ D. $b < 1$

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

9. (3分) 4 的算术平方根是_____.

10. (3分) 如图, 转盘中 6 个扇形的面积相等, 任意转动转盘 1 次, 当转盘停止转动时, 指针指向的数小于 5 的概率为_____.



11. (3分) 使 $\sqrt{x-6}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

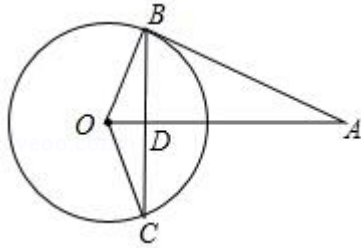
12. (3分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M (-2, 1), 则 $k =$ _____.

13. (3分) $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 AB, AC 的中点, $DE = 7$, 则 $BC =$ _____.

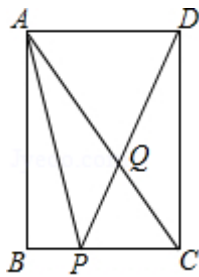
14. (3分) 已知 $a+b=10$, $a-b=8$, 则 $a^2 - b^2 =$ _____.

15. (3分) 正六边形的每个内角等于_____°.

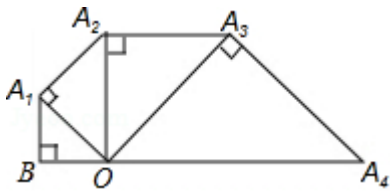
16. (3分) 如图, AB 与 $\odot O$ 相切于点 B, 线段 OA 与弦 BC 垂直, 垂足为 D, $AB = BC = 2$, 则 $\angle AOB =$ _____°.



17. (3分) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=3$, 点 Q 在对角线 AC 上, 且 $AQ=AD$, 连接 DQ 并延长, 与边 BC 交于点 P, 则线段 $AP=$ _____.



18. (3分) 如图, 已知 $OB=1$, 以 OB 为直角边作等腰直角三角形 A_1BO , 再以 OA_1 为直角边作等腰直角三角形 A_2A_1O , 如此下去, 则线段 OA_n 的长度为_____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 86 分)

19. (10分) 计算:

(1) $(-2)^2 - (\frac{1}{2})^{-1} + 2017^0$

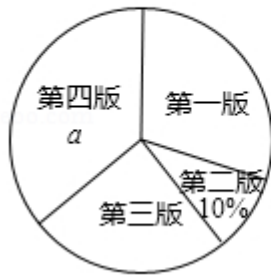
(2) $(1 + \frac{4}{x-2}) \div \frac{x+2}{x^2-4x+4}$

20. (10分) (1) 解方程: $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$

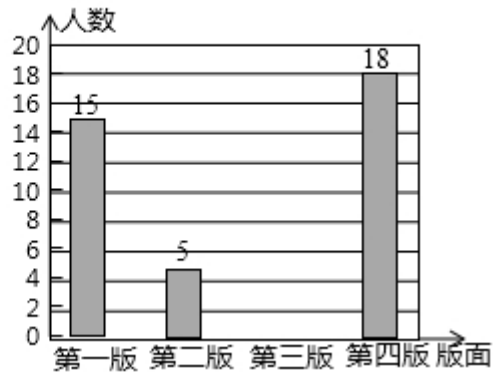
(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x > 0 \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

21. (7分) 某校园文学社为了解本校学生对本社一种报纸四个版面的喜欢情况, 随机抽查部分学生做了一次问卷调查, 要求学生选出自己最喜欢的一个版面, 将调查数据进行了整理、绘制成部分统计图如下:

各版面选择人数的扇形统计图



各版面选择人数的条形统计图



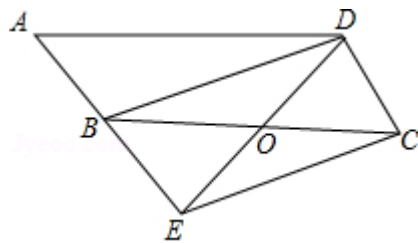
请根据图中信息，解答下列问题：

- (1) 该调查的样本容量为_____， $a=$ _____%， “第一版”对应扇形的圆心角为_____°；
- (2) 请你补全条形统计图；
- (3) 若该校有 1000 名学生，请你估计全校学生中最喜欢“第三版”的人数。

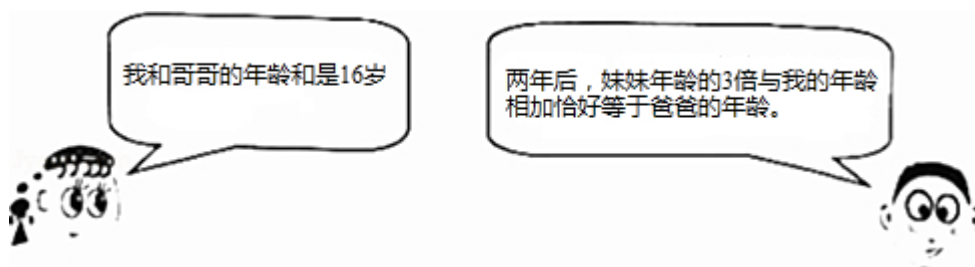
22. (7分) 一个不透明的口袋中装有 4 张卡片，卡片上分别标有数字 1， - 3， - 5， 7， 这些卡片除数字外都相同，小芳从口袋中随机抽取一张卡片，小明再从剩余的三张卡片中随机抽取一张，请你用画树状图或列表的方法，求两人抽到的数字符号相同的概率。

23. (8分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 O 是边 BC 的中点，连接 DO 并延长，交 AB 延长线于点 E ，连接 BD ， EC 。

- (1) 求证：四边形 $BECD$ 是平行四边形；
- (2) 若 $\angle A=50^\circ$ ，则当 $\angle BOD=$ _____°时，四边形 $BECD$ 是矩形。



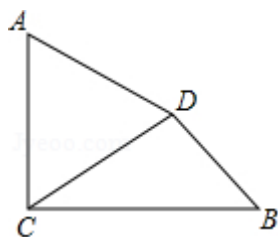
24. (8分) 4月9日上午8时，2017徐州国际马拉松赛鸣枪开跑，一名34岁的男子带着他的两个孩子一同参加了比赛，下面是两个孩子与记者的对话：



根据对话内容, 请你用方程的知识帮记者求出哥哥和妹妹的年龄.

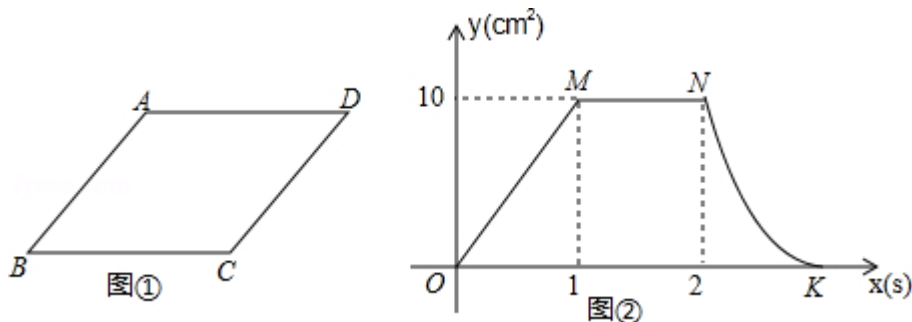
25. (8分) 如图, 已知 $AC \perp BC$, 垂足为 C , $AC=4$, $BC=3\sqrt{3}$, 将线段 AC 绕点 A 按逆时针方向旋转 60° , 得到线段 AD , 连接 DC , DB .

- (1) 线段 $DC=$ _____;
- (2) 求线段 DB 的长度.



26. (9分) 如图①, 菱形 $ABCD$ 中, $AB=5\text{cm}$, 动点 P 从点 B 出发, 沿折线 $BC - CD - DA$ 运动到点 A 停止, 动点 Q 从点 A 出发, 沿线段 AB 运动到点 B 停止, 它们运动的速度相同, 设点 P 出发 $x\text{s}$ 时, $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, 已知 y 与 x 之间的函数关系如图②所示, 其中 OM , MN 为线段, 曲线 NK 为抛物线的一部分, 请根据图中的信息, 解答下列问题:

- (1) 当 $1 < x < 2$ 时, $\triangle BPQ$ 的面积_____ (填“变”或“不变”);
- (2) 分别求出线段 OM , 曲线 NK 所对应的函数表达式;
- (3) 当 x 为何值时, $\triangle BPQ$ 的面积是 5cm^2 ?



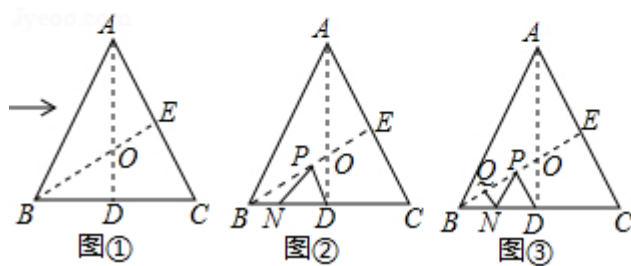
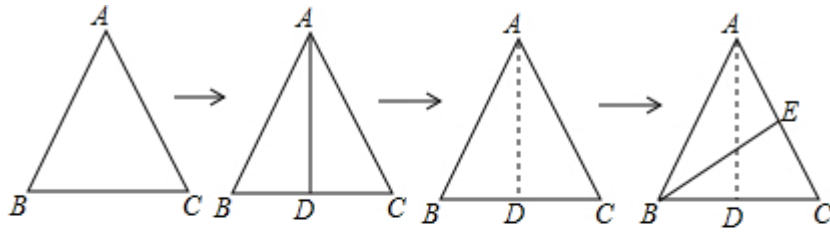
27. (9分) 如图, 将边长为 6 的正三角形纸片 ABC 按如下顺序进行两次折叠, 展平后, 得折痕 AD , BE (如图①), 点 O 为其交点.

(1) 探求 AO 与 OD 的数量关系，并说明理由；

(2) 如图②，若 P, N 分别为 BE, BC 上的动点.

① 当 PN+PD 的长度取得最小值时，求 BP 的长度；

② 如图③，若点 Q 在线段 BO 上，BQ=1，则 QN+NP+PD 的最小值=_____.

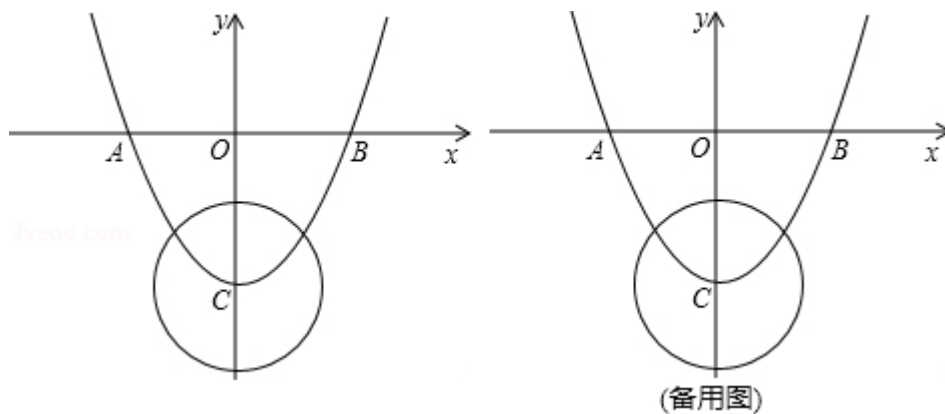


28. (10分) 如图，已知二次函数 $y = \frac{4}{9}x^2 - 4$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C，⊙C 的半径为 $\sqrt{5}$ ，P 为 ⊙C 上一动点.

(1) 点 B, C 的坐标分别为 B (_____)，C (_____);

(2) 是否存在点 P，使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 连接 PB，若 E 为 PB 的中点，连接 OE，则 OE 的最大值=_____.



2017 年江苏省徐州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2017•徐州) -5 的倒数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

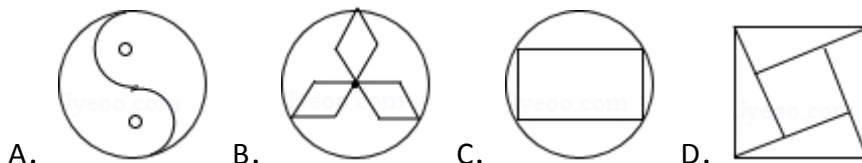
【分析】 根据倒数的定义可直接解答.

【解答】 解: -5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$;

故选 D.

【点评】 本题比较简单, 考查了倒数的定义, 即若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (3 分) (2017•徐州) 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



【分析】 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不合题意;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不合题意;

C、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 符合题意;

D、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 不合题意.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

3. (3分)(2017•徐州)肥皂泡的泡壁厚度大约是0.00000071米,数字0.00000071用科学记数法表示为()

- A. 7.1×10^7 B. 0.71×10^{-6} C. 7.1×10^{-7} D. 71×10^{-8}

【分析】绝对值小于1的正数也可以利用科学记数法表示,一般形式为 $a \times 10^{-n}$,与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂,指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

【解答】解:数字0.00000071用科学记数法表示为 7.1×10^{-7} ,

故选:C.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数,一般形式为 $a \times 10^{-n}$,其中 $1 \leq |a| < 10$,n为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

4. (3分)(2017•徐州)下列运算正确的是()

- A. $a - (b+c) = a - b + c$ B. $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^5$ C. $a^3 + a^3 = 2a^6$ D. $(x+1)^2 = x^2 + 1$

【分析】根据去括号,单项式的乘法,合并同类项以及完全平方公式进行解答.

【解答】解:A、原式= $a - b - c$,故本选项错误;

B、原式= $6a^5$,故本选项正确;

C、原式= $2a^3$,故本选项错误;

D、原式= $x^2 + 2x + 1$,故本选项错误;

故选:B.

【点评】本题考查了单项式乘单项式,整式的加减,完全平方公式,熟记计算法则和完全平方公式即可解题.

5. (3分)(2017•徐州)在“朗读者”节目的影响下,某中学开展了“好书伴我成长”读书活动,为了解5月份八年级300名学生读书情况,随机调查了八年级50名学生读书的册数,统计数据如下表所示:

册数	0	1	2	3	4
人数	4	12	16	17	1

关于这组数据,下列说法正确的是()

- A. 中位数是2 B. 众数是17 C. 平均数是2 D. 方差是2

【分析】先根据表格提示的数据得出 50 名学生读书的册数，然后除以 50 即可求出平均数；在这组样本数据中，3 出现的次数最多，所以求出了众数；将这组样本数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 2，从而求出中位数是 2，根据方差公式即可得出答案.

【解答】解：观察表格，可知这组样本数据的平均数为：

$$(0 \times 4 + 1 \times 12 + 2 \times 16 + 3 \times 17 + 4 \times 1) \div 50 = \frac{99}{50};$$

∵ 这组样本数据中，3 出现了 17 次，出现的次数最多，

∴ 这组数据的众数是 3；

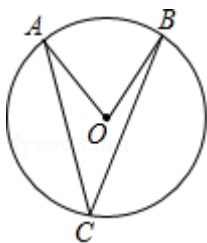
∵ 将这组样本数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 2，

∴ 这组数据的中位数为 2，

故选 A.

【点评】本题考查的知识点有：用样本估计总体、众数、方差以及中位数的知识，解题的关键是牢记概念及公式.

6. (3 分) (2017•徐州) 如图，点 A, B, C 在 $\odot O$ 上， $\angle AOB = 72^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 等于 ()



A. 28° B. 54° C. 18° D. 36°

【分析】根据圆周角定理：同弧所对的圆周角等于同弧所对圆心角的一半即可求解.

【解答】解：根据圆周角定理可知，

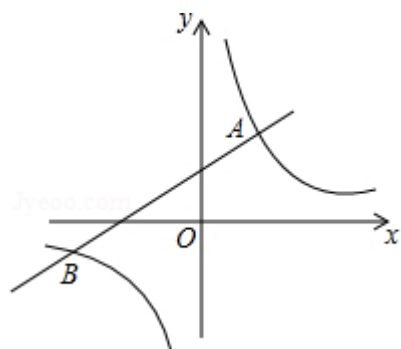
$$\angle AOB = 2\angle ACB = 72^\circ,$$

即 $\angle ACB = 36^\circ$ ，

故选 D.

【点评】本题主要考查了圆周角定理，正确认识 $\angle ACB$ 与 $\angle AOB$ 的位置关系是解题关键.

7. (3分) (2017•徐州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 与 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象相交于点 $A(2, 3)$, $B(-6, -1)$, 则不等式 $kx+b > \frac{m}{x}$ 的解集为 ()



A. $x < -6$ B. $-6 < x < 0$ 或 $x > 2$ C. $x > 2$ D. $x < -6$ 或 $0 < x < 2$

【分析】 根据函数的图象和交点坐标即可求得结果.

【解答】 解: 不等式 $kx+b > \frac{m}{x}$ 的解集为: $-6 < x < 0$ 或 $x > 2$,

故选 B.

【点评】 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 关键是注意掌握数形结合思想的应用.

8. (3分) (2017•徐州) 若函数 $y=x^2 - 2x+b$ 的图象与坐标轴有三个交点, 则 b 的取值范围是 ()

A. $b < 1$ 且 $b \neq 0$ B. $b > 1$ C. $0 < b < 1$ D. $b < 1$

【分析】 抛物线与坐标轴有三个交点, 则抛物线与 x 轴有 2 个交点, 与 y 轴有一个交点.

【解答】 解: \because 函数 $y=x^2 - 2x+b$ 的图象与坐标轴有三个交点,

$$\therefore \begin{cases} \Delta = (-2)^2 - 4b > 0, \\ b \neq 0 \end{cases}$$

解得 $b < 1$ 且 $b \neq 0$.

故选: A.

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点. 该题属于易错题, 解题时, 往往忽略了抛物线与 y 轴有交点时, $b \neq 0$ 这一条件.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

9.（3 分）（2017•徐州）4 的算术平方根是 2 .

【分析】依据算术平方根的定义求解即可.

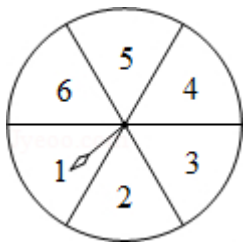
【解答】解：∵ $2^2=4$,

∴4 的算术平方根是 2.

故答案为：2.

【点评】本题主要考查的是算术平方根的定义，熟练掌握算术平方根的定义是解题的关键.

10.（3 分）（2017•徐州）如图，转盘中 6 个扇形的面积相等，任意转动转盘 1 次，当转盘停止转动时，指针指向的数小于 5 的概率为 $\frac{2}{3}$.



【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解：∵共 6 个数，小于 5 的有 4 个，

$$\therefore P(\text{小于 } 5) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

11.（3 分）（2017•徐州）使 $\sqrt{x-6}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq 6$.

【分析】直接利用二次根式的定义分析得出答案.

【解答】解：∵ $\sqrt{x-6}$ 有意义，

∴ x 的取值范围是： $x \geq 6$.

故答案为： $x \geq 6$.

【点评】此题主要考查了二次根式的定义，正确把握二次根式的定义是解题关键.

12. (3分)(2017•徐州)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $M(-2, 1)$, 则 $k =$ -2.

【分析】直接把点 $M(-2, 1)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 求出 k 的值即可.

【解答】解: \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $M(-2, 1)$,

$\therefore 1 = -\frac{k}{2}$, 解得 $k = -2$.

故答案为: -2 .

【点评】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

13. (3分)(2017•徐州) $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 AB, AC 的中点, $DE=7$, 则 $BC =$ 14.

【分析】根据三角形中位线定理三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半可知, $BC=2DE$, 进而由 DE 的值求得 BC .

【解答】解: $\because D, E$ 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\because DE=7$,

$\therefore BC=2DE=14$.

故答案是: 14 .

【点评】本题主要考查三角形的中位线定理, 中位线是三角形中的一条重要线段, 由于它的性质与线段的中点及平行线紧密相连, 因此, 它在几何图形的计算及证明中有着广泛的应用.

14. (3分)(2017•徐州) 已知 $a+b=10$, $a-b=8$, 则 $a^2 - b^2 =$ 80.

【分析】根据平方差公式即可求出答案.

【解答】解: $\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$,

$$\therefore a^2 - b^2 = 10 \times 8 = 80,$$

故答案为：80

【点评】 本题考查平方差公式，解题的关键是熟练运用平方差公式，本题属于基础题型.

15. (3分) (2017•徐州) 正六边形的每个内角等于 120 °.

【分析】 根据多边形内角和公式即可求出答案.

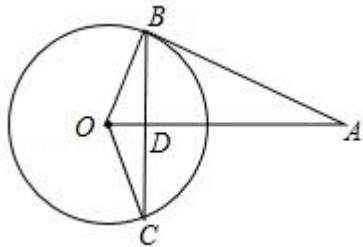
【解答】 解：六边形的内角和为： $(6 - 2) \times 180^\circ = 720^\circ$,

$$\therefore \text{正六边形的每个内角为：} \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ,$$

故答案为：120°

【点评】 本题考查多边形的内角和，解题的关键是求出六边形的内角和，本题属于基础题型.

16. (3分) (2017•徐州) 如图，AB 与 $\odot O$ 相切于点 B，线段 OA 与弦 BC 垂直，垂足为 D，AB=BC=2，则 $\angle AOB =$ 60 °.



【分析】 由垂径定理易得 $BD=1$ ，通过解直角三角形 ABD 得到 $\angle A=30^\circ$ ，然后由切线的性质和直角三角形的两个锐角互余的性质可以求得 $\angle AOB$ 的度数.

【解答】 解： $\because OA \perp BC$ ， $BC=2$ ，

$$\therefore \text{根据垂径定理得：} BD = \frac{1}{2} BC = 1.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中，} \sin \angle A = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ.$$

$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 B，

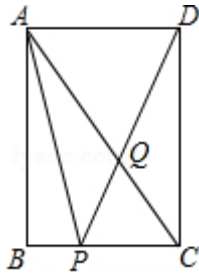
$$\therefore \angle ABO = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ.$$

故答案是：60.

【点评】本题主要考查的圆的切线性质，垂径定理和一些特殊三角函数值，有一定的综合性.

17. (3分) (2017•徐州) 如图，矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3，点 Q 在对角线 AC 上，且 AQ=AD，连接 DQ 并延长，与边 BC 交于点 P，则线段 AP= $\sqrt{17}$.



【分析】先根据勾股定理得到 AC 的长，再根据 AQ=AD，得出 CP=CQ=2，进而得到 BP 的长，最后在 Rt△ABP 中，依据勾股定理即可得到 AP 的长.

【解答】解：∵矩形 ABCD 中，AB=4，AD=3=BC，

$$\therefore AC=5,$$

又∵AQ=AD=3，AD∥CP，

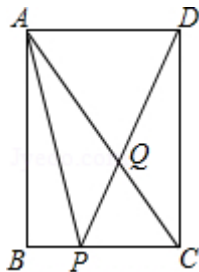
$$\therefore CQ=5-3=2, \angle CQP=\angle AQP=\angle ADQ=\angle CPQ,$$

$$\therefore CP=CQ=2,$$

$$\therefore BP=3-2=1,$$

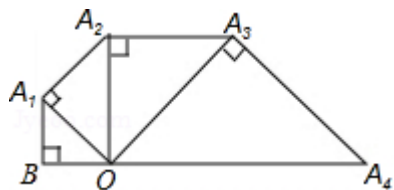
$$\therefore \text{Rt}\triangle ABP \text{ 中, } AP=\sqrt{AB^2+BP^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17},$$

故答案为： $\sqrt{17}$.



【点评】本题主要考查了矩形的性质，勾股定理以及等腰三角形的性质的综合应用，解决问题的关键是判定△CPQ 是等腰三角形.

18. (3分) (2017•徐州) 如图, 已知 $OB=1$, 以 OB 为直角边作等腰直角三角形 A_1BO , 再以 OA_1 为直角边作等腰直角三角形 A_2A_1O , 如此下去, 则线段 OA_n 的长度为 $(\sqrt{2})^n$.



【分析】 利用等腰直角三角形的性质以及勾股定理分别求出各边长, 进而得出答案.

【解答】 解: $\because \triangle OBA_1$ 为等腰直角三角形, $OB=1$,

$$\therefore BA_1=OB=1, OA_1=\sqrt{2}OB=\sqrt{2};$$

$\because \triangle OA_1A_2$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore A_1A_2=OA_1=\sqrt{2}, OA_2=\sqrt{2}OA_1=2;$$

$\because \triangle OA_2A_3$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore A_2A_3=OA_2=2, OA_3=\sqrt{2}OA_2=2\sqrt{2};$$

$\because \triangle OA_3A_4$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore A_3A_4=OA_3=2\sqrt{2}, OA_4=\sqrt{2}OA_3=4.$$

$\because \triangle OA_4A_5$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore A_4A_5=OA_4=4, OA_5=\sqrt{2}OA_4=4\sqrt{2},$$

$\because \triangle OA_5A_6$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore A_5A_6=OA_5=4\sqrt{2}, OA_6=\sqrt{2}OA_5=8.$$

$$\therefore OA_n \text{ 的长度为 } (\sqrt{2})^n.$$

故答案为: $(\sqrt{2})^n$.

【点评】 此题主要考查了等腰直角三角形的性质以及勾股定理, 熟练应用勾股定理得出是解题关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 86 分)

19. (10分) (2017•徐州) 计算:

$$(1) (-2)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2017^0$$

$$(2) \left(1 + \frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4x+4}.$$

【分析】(1) 根据负整数指数幂、零指数幂可以解答本题；

(2) 根据分式的加法和除法可以解答本题.

【解答】解：(1) $(-2)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2017^0$

$$= 4 - 2 + 1$$

$$= 3;$$

$$(2) \left(1 + \frac{4}{x-2}\right) \div \frac{x+2}{x^2-4x+4}$$

$$= \frac{x-2+4}{x-2} \cdot \frac{(x-2)^2}{x+2}$$

$$= \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{(x-2)^2}{x+2}$$

$$= x - 2.$$

【点评】本题考查分式的混合运算、实数的运算、负整数指数幂、零指数幂，解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

20. (10分) (2017•徐州) (1) 解方程: $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x > 0 \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2x-1}{3} \end{cases}$$

【分析】(1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解；

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出解集的公共部分即可.

【解答】解：(1) $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$,

去分母得: $2(x+1) = 3x$,

解得: $x=2$,

经检验 $x=2$ 是分式方程的解，

故原方程的解为 $x=2$;

$$(2) \begin{cases} 2x > 0 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2x-1}{3} \text{ ②} \end{cases},$$

由①得： $x > 0$ ；

由②得： $x < 5$ ，

故不等式组的解集为 $0 < x < 5$ 。

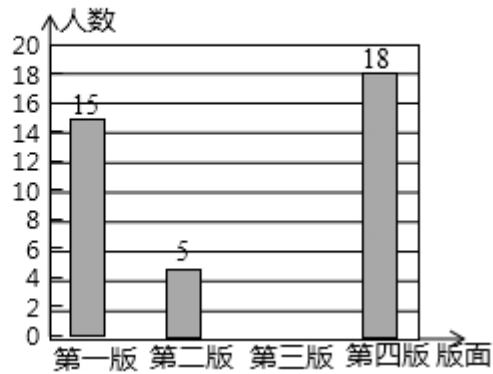
【点评】此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。解分式方程一定要注意要验根。同时考查了解一元一次不等式组。

21. (7分) (2017•徐州) 某校园文学社为了解本校学生对本社一种报纸四个版面的喜欢情况，随机抽查部分学生做了一次问卷调查，要求学生选出自己最喜欢的一个版面，将调查数据进行了整理、绘制成部分统计图如下：

各版面选择人数的扇形统计图



各版面选择人数的条形统计图



请根据图中信息，解答下列问题：

(1) 该调查的样本容量为 50， $a =$ 36 %，“第一版”对应扇形的圆心角为 108 °；

(2) 请你补全条形统计图；

(3) 若该校有 1000 名学生，请你估计全校学生中最喜欢“第三版”的人数。

【分析】(1) 设样本容量为 x 。由题意 $\frac{5}{x} = 10\%$ ，求出 x 即可解决问题；

(2) 求出“第三版”的人数为 $50 - 15 - 5 - 18 = 12$ ，画出条形图即可；

(3) 用样本估计总体的思想解决问题即可。

【解答】解：(1) 设样本容量为 x 。

由题意 $\frac{5}{x} = 10\%$ ，

解得 $x = 50$ ，

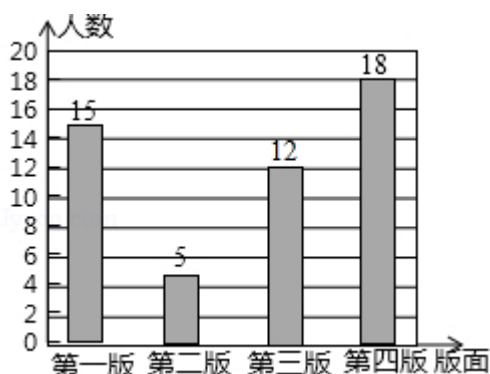
$$a = \frac{18}{50} \times 100\% = 36\%$$

“第一版”对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{15}{50} = 108^\circ$

故答案分别为 50, 36, 108.

(2) “第三版”的人数为 $50 - 15 - 5 - 18 = 12$,

条形图如图所示,



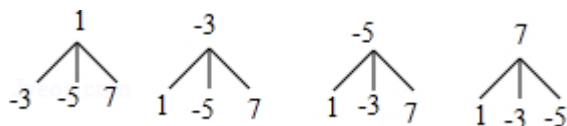
(3) 该校有 1000 名学生, 估计全校学生中最喜欢“第三版”的人数约为 $1000 \times \frac{12}{50} \times 100\% = 240$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

22. (7 分) (2017•徐州) 一个不透明的口袋中装有 4 张卡片, 卡片上分别标有数字 1, -3, -5, 7, 这些卡片除数字外都相同, 小芳从口袋中随机抽取一张卡片, 小明再从剩余的三张卡片中随机抽取一张, 请你用画树状图或列表的方法, 求两人抽到的数字符号相同的概率.

【分析】 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再找出两人抽到的数字符号相同的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】 解: 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数，其中两人抽到的数字符号相同的结果数为 4，

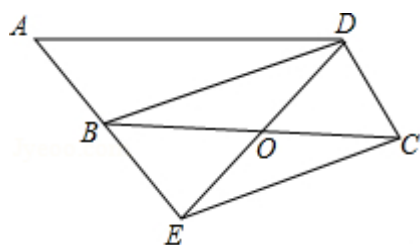
所以两人抽到的数字符号相同的概率 = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

23. (8 分) (2017•徐州) 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 O 是边 BC 的中点，连接 DO 并延长，交 AB 延长线于点 E，连接 BD，EC.

(1) 求证：四边形 BECD 是平行四边形；

(2) 若 $\angle A = 50^\circ$ ，则当 $\angle BOD = \underline{100}$ 时，四边形 BECD 是矩形.



【分析】 (1) 由 AAS 证明 $\triangle BOE \cong \triangle COD$ ，得出 $OE = OD$ ，即可得出结论；

(2) 由平行四边形的性质得出 $\angle BCD = \angle A = 50^\circ$ ，由三角形的外角性质求出 $\angle ODC = \angle BCD$ ，得出 $OC = OD$ ，证出 $DE = BC$ ，即可得出结论.

【解答】 (1) 证明： \because 四边形 ABCD 为平行四边形，

$\therefore AB \parallel DC$ ， $AB = CD$ ，

$\therefore \angle OEB = \angle ODC$ ，

又 $\because O$ 为 BC 的中点，

$\therefore BO = CO$ ，

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle COD$ 中，
$$\begin{cases} \angle OEB = \angle ODC \\ \angle BOE = \angle COD, \\ BO = CO \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle COD$ (AAS)；

$\therefore OE = OD$ ，

\therefore 四边形 BECD 是平行四边形；

(2) 解：若 $\angle A = 50^\circ$ ，则当 $\angle BOD = 100^\circ$ 时，四边形 BECD 是矩形. 理由如下：

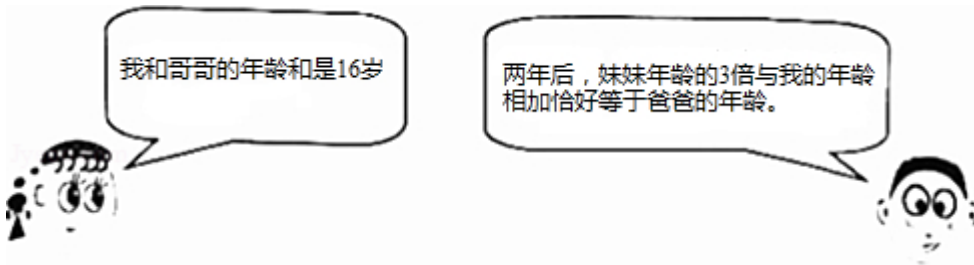
\because 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore \angle BCD = \angle A = 50^\circ$,
 $\because \angle BOD = \angle BCD + \angle ODC$,
 $\therefore \angle ODC = 100^\circ - 50^\circ = 50^\circ = \angle BCD$,
 $\therefore OC = OD$,
 $\because BO = CO, OD = OE$,
 $\therefore DE = BC$,
 \because 四边形 BECD 是平行四边形,
 \therefore 四边形 BECD 是矩形;

故答案为: 100.

【点评】此题主要考查了矩形的判定、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定与性质等知识; 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解决问题的关键.

24. (8分)(2017•徐州)4月9日上午8时,2017徐州国际马拉松赛鸣枪开跑,一名34岁的男子带着他的两个孩子一同参加了比赛,下面是两个孩子与记者的对话:



根据对话内容,请你用方程的知识帮记者求出哥哥和妹妹的年龄.

【分析】设今年妹妹的年龄为 x 岁,哥哥的年龄为 y 岁,根据两个孩子的对话,即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组,解之即可得出结论.

【解答】解:设今年妹妹的年龄为 x 岁,哥哥的年龄为 y 岁,

根据题意得:
$$\begin{cases} x+y=16 \\ 3(x+2)+(y+2)=34+2 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases}$$

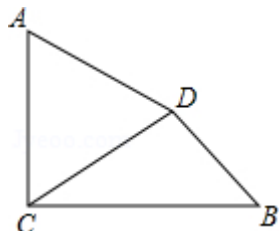
答:今年妹妹6岁,哥哥10岁.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用,找准等量关系,列出二元一次方程组是解题的关键.

25. (8分) (2017•徐州) 如图, 已知 $AC \perp BC$, 垂足为 C , $AC=4$, $BC=3\sqrt{3}$, 将线段 AC 绕点 A 按逆时针方向旋转 60° , 得到线段 AD , 连接 DC , DB .

(1) 线段 $DC=$ 4 ;

(2) 求线段 DB 的长度.



【分析】 (1) 证明 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 据此求解;

(2) 作 $DE \perp BC$ 于点 E , 首先在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中利用三角函数求得 DE 和 CE 的长, 然后在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中利用勾股定理求解.

【解答】 解: (1) $\because AC=AD$, $\angle CAD=60^\circ$,

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore DC=AC=4$.

故答案是: 4;

(2) 作 $DE \perp BC$ 于点 E .

$\because \triangle ACD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ACD=60^\circ$,

又 $\because AC \perp BC$,

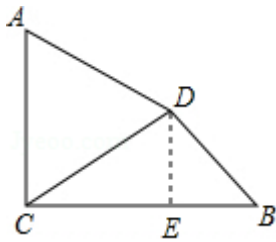
$\therefore \angle DCE = \angle ACB - \angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\therefore \text{Rt}\triangle CDE$ 中, $DE = \frac{1}{2}DC = 2$,

$CE = DC \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore BE = BC - CE = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$.

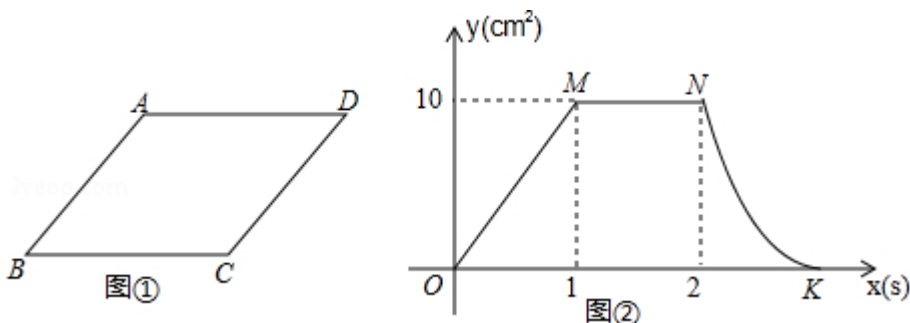
$\therefore \text{Rt}\triangle BDE$ 中, $BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$.



【点评】 本题考查了旋转的性质以及解直角三角形的应用，正确作出辅助线，转化为直角三角形的计算是关键。

26. (9分) (2017•徐州) 如图①，菱形 ABCD 中， $AB=5\text{cm}$ ，动点 P 从点 B 出发，沿折线 BC - CD - DA 运动到点 A 停止，动点 Q 从点 A 出发，沿线段 AB 运动到点 B 停止，它们运动的速度相同，设点 P 出发 $x\text{s}$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$ ，已知 y 与 x 之间的函数关系如图②所示，其中 OM, MN 为线段，曲线 NK 为抛物线的一部分，请根据图中的信息，解答下列问题：

- (1) 当 $1 < x < 2$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积 不变 (填“变”或“不变”);
- (2) 分别求出线段 OM, 曲线 NK 所对应的函数表达式;
- (3) 当 x 为何值时， $\triangle BPQ$ 的面积是 5cm^2 ?



【分析】 (1) 根据函数图象即可得到结论;

(2) 设线段 OM 的函数表达式为 $y=kx$ ，把 $(1, 10)$ 即可得到线段 OM 的函数表达式为 $y=10x$ ；设曲线 NK 所对应的函数表达式 $y=a(x-3)^2$ ，把 $(2, 10)$ 代入得根据得到曲线 NK 所对应的函数表达式 $y=10(x-3)^2$ ；

(3) 把 $y=5$ 代入 $y=10x$ 或 $y=10(x-3)^2$ 解方程组即可得到结论。

【解答】 解：(1) 由函数图象知，当 $1 < x < 2$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积始终等于 10，
 \therefore 当 $1 < x < 2$ 时， $\triangle BPQ$ 的面积不变；
 故答案为：不变；

(2) 设线段 OM 的函数表达式为 $y=kx$ ，

把 (1, 10) 代入得, $k=10$,

\therefore 线段 OM 的函数表达式为 $y=10x$;

设曲线 NK 所对应的函数表达式 $y=a(x-3)^2$,

把 (2, 10) 代入得, $10=a(2-3)^2$,

$\therefore a=10$,

\therefore 曲线 NK 所对应的函数表达式 $y=10(x-3)^2$;

(3) 把 $y=5$ 代入 $y=10x$ 得, $x=\frac{1}{2}$,

把 $y=5$ 代入 $y=10(x-3)^2$ 得, $5=10(x-3)^2$,

$\therefore x=3 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\because 3 + \frac{\sqrt{2}}{2} > 3$,

$\therefore x=3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$,

\therefore 当 $x=\frac{1}{2}$ 或 $3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $\triangle BPQ$ 的面积是 5cm^2 .

【点评】 本题考查了平行四边形的性质, 三角形的面积公式, 待定系数法求函数的解析式, 掌握的识别函数图象是解题的关键.

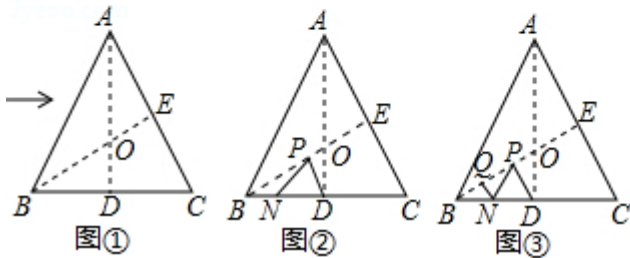
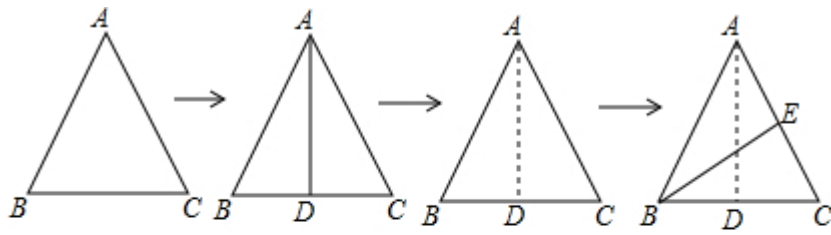
27. (9分) (2017•徐州) 如图, 将边长为 6 的正三角形纸片 ABC 按如下顺序进行两次折叠, 展平后, 得折痕 AD, BE (如图①), 点 O 为其交点.

(1) 探求 AO 与 OD 的数量关系, 并说明理由;

(2) 如图②, 若 P, N 分别为 BE, BC 上的动点.

①当 PN+PD 的长度取得最小值时, 求 BP 的长度;

②如图③, 若点 Q 在线段 BO 上, BQ=1, 则 QN+NP+PD 的最小值= $\sqrt{10}$.



【分析】(1) 根据等边三角形的性质得到 $\angle BAO = \angle ABO = \angle OBD = 30^\circ$ ，得到 $AO = OB$ ，根据直角三角形的性质即可得到结论；

(2) 如图②，作点 D 关于 BE 的对称点 D' ，过 D' 作 $D'N \perp BC$ 于 N 交 BE 于 P ，则此时 $PN + PD$ 的长度取得最小值，根据线段垂直平分线的想知道的 $BD = BD'$ ，推出 $\triangle BDD'$ 是等边三角形，得到 $BN = \frac{1}{2}BD = \frac{3}{2}$ ，于是得到结论；

(3) 如图③，作 Q 关于 BC 的对称点 Q' ，作 D 关于 BE 的对称点 D' ，连接 $Q'D'$ ，即为 $QN + NP + PD$ 的最小值。根据轴对称的定义得到 $\angle Q'BN = \angle QBN = 30^\circ$ ， $\angle QBQ' = 60^\circ$ ，得到 $\triangle BQQ'$ 为等边三角形， $\triangle BDD'$ 为等边三角形，解直角三角形即可得到结论。

【解答】解：(1) $AO = 2OD$ ，

理由： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAO = \angle ABO = \angle OBD = 30^\circ,$$

$$\therefore AO = OB,$$

$$\because BD = CD,$$

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle BDO = 90^\circ,$$

$$\therefore OB = 2OD,$$

$$\therefore OA = 2OD;$$

(2) 如图②，作点 D 关于 BE 的对称点 D' ，过 D' 作 $D'N \perp BC$ 于 N 交 BE 于 P ，则此时 $PN + PD$ 的长度取得最小值，

∵ BE 垂直平分 DD′,

∴ BD=BD′,

∵ ∠ABC=60°,

∴ △BDD′ 是等边三角形,

∴ $BN = \frac{1}{2}BD = \frac{3}{2}$,

∵ ∠PBN=30°,

∴ $\frac{BN}{PB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $PB = \sqrt{3}$;

(3) 如图③, 作 Q 关于 BC 的对称点 Q′, 作 D 关于 BE 的对称点 D′, 连接 Q′D′, 即为 QN+NP+PD 的最小值.

根据轴对称的定义可知: ∠Q′BN=∠QBN=30°, ∠QBQ′=60°,

∴ △BQQ′ 为等边三角形, △BDD′ 为等边三角形,

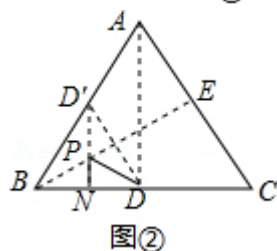
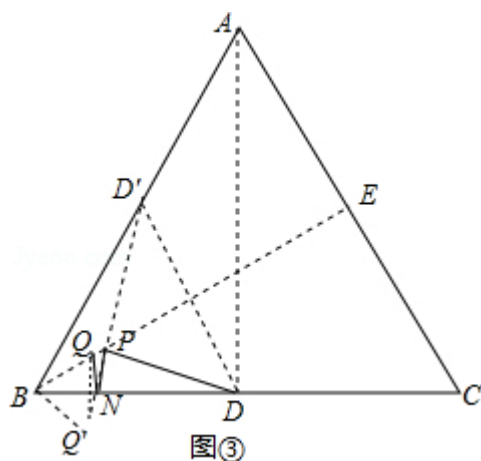
∴ ∠D′BQ′=90°,

∴ 在 Rt△D′BQ′ 中,

$D′Q′ = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

∴ QN+NP+PD 的最小值 = $\sqrt{10}$,

故答案为: $\sqrt{10}$.



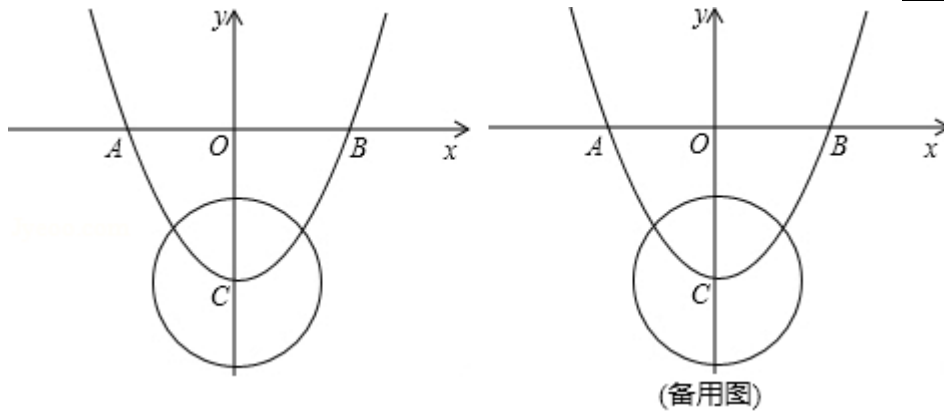
【点评】 本题考查了等边三角形的性质和判定，解直角三角形，轴对称 - - 最短路径问题，根据轴对称的定义，找到相等的线段是解题的关键。

28. (10分) (2017•徐州) 如图，已知二次函数 $y = \frac{4}{9}x^2 - 4$ 的图象与 x 轴交于 A ， B 两点，与 y 轴交于点 C ， $\odot C$ 的半径为 $\sqrt{5}$ ， P 为 $\odot C$ 上一动点。

(1) 点 B ， C 的坐标分别为 B (3, 0)， C (0, -4)；

(2) 是否存在点 P ，使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 连接 PB ，若 E 为 PB 的中点，连接 OE ，则 OE 的最大值 = $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ 。



【分析】 (1) 在抛物线解析式中令 $y=0$ 可求得 B 点坐标，令 $x=0$ 可求得 C 点坐标；

(2) ①当 PB 与 $\odot C$ 相切时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，如图 1，连接 BC ，根据勾股定理得到 $BC=5$ ， $BP_2=2\sqrt{5}$ ，过 P_2 作 $P_2E \perp x$ 轴于 E ， $P_2F \perp y$ 轴于 F ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{P_2F}{P_2E} = \frac{CP_2}{BP_2} = 2$ ，设 $OC=P_2E=2x$ ， $CP_2=OE=x$ ，得到 $BE=3-x$ ， $CF=2x-4$ ，

于是得到 $FP_2 = \frac{11}{5}$ ， $EP_2 = \frac{22}{5}$ ，求得 $P_2(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5})$ ，过 P_1 作 $P_1G \perp x$ 轴于 G ， $P_1H \perp y$ 轴于 H ，同理求得 $P_1(-1, -2)$ ，②当 $BC \perp PC$ 时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，根据相似三角形的判定和性质即可得到结论；

于是得到 $FP_2 = \frac{11}{5}$ ， $EP_2 = \frac{22}{5}$ ，求得 $P_2(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5})$ ，过 P_1 作 $P_1G \perp x$ 轴于 G ， $P_1H \perp y$ 轴于 H ，同理求得 $P_1(-1, -2)$ ，②当 $BC \perp PC$ 时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，根据相似三角形的判定和性质即可得到结论；

根据相似三角形的判定和性质即可得到结论；

(3) 如图 3 中，连接 AP ， $\because OB=OA$ ， $BE=EP$ ，推出 $OE = \frac{1}{2}AP$ ，可知当 AP 最大时，

OE 的值最大，

【解答】 解：(1) 在 $y = \frac{4}{9}x^2 - 4$ 中，令 $y=0$ ，则 $x = \pm 3$ ，令 $x=0$ ，则 $y = -4$ ，

$\therefore B(3, 0)$ ， $C(0, -4)$ ；

故答案为：3，0；0，-4；

(2) 存在点 P，使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形，

①当 PB 与 \odot 相切时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，如图 (2) a，
连接 BC，

$$\because OB=3, OC=4,$$

$$\therefore BC=5,$$

$$\because CP_2 \perp BP_2, CP_2 = \sqrt{5},$$

$$\therefore BP_2 = 2\sqrt{5},$$

过 P_2 作 $P_2E \perp x$ 轴于 E， $P_2F \perp y$ 轴于 F，

则 $\triangle CP_2F \sim \triangle BP_2E$ ，四边形 OCP_2B 是矩形，

$$\therefore \frac{P_2F}{P_2E} = \frac{CP_2}{BP_2} = \frac{1}{2},$$

设 $OC=P_2E=2x$ ， $CP_2=OE=x$ ，

$$\therefore BE=3-x, CF=2x-4,$$

$$\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{3-x}{2x-4} = 2,$$

$$\therefore x = \frac{11}{5}, 2x = \frac{22}{5},$$

$$\therefore FP_2 = \frac{11}{5}, EP_2 = \frac{22}{5},$$

$$\therefore P_2 \left(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5} \right),$$

过 P_1 作 $P_1G \perp x$ 轴于 G， $P_1H \perp y$ 轴于 H，

同理求得 $P_1(-1, -2)$ ，

②当 $BC \perp PC$ 时， $\triangle PBC$ 为直角三角形，

过 P_4 作 $P_4H \perp y$ 轴于 H，

则 $\triangle BOC \sim \triangle CHP_4$ ，

$$\therefore \frac{CH}{OB} = \frac{P_4H}{OC} = \frac{P_4C}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{3\sqrt{5}}{5}, P_4H = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore P_4 \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right);$$

同理 $P_3 \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right)$;

综上所述: 点 P 的坐标为: $(-1, -2)$ 或 $\left(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5}\right)$ 或 $\left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{3\sqrt{5}}{5} - 4\right)$

或 $\left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5} - 4\right)$;

(3) 如图 (3), 连接 AP, $\because OB=OA, BE=EP,$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AP,$$

\therefore 当 AP 最大时, OE 的值最大,

\because 当 P 在 AC 的延长线上时, AP 的值最大, 最大值 $=5+\sqrt{5},$

$$\therefore OE \text{ 的最大值为 } \frac{5+\sqrt{5}}{2}$$

故答案为: $\frac{5+\sqrt{5}}{2}.$

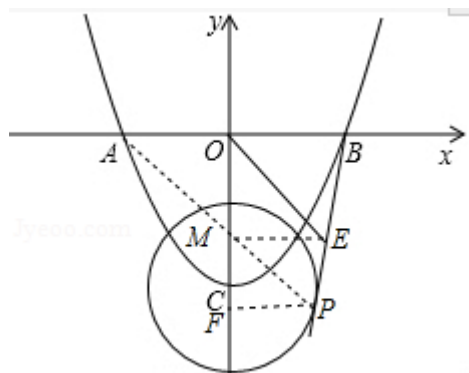


图 (3)

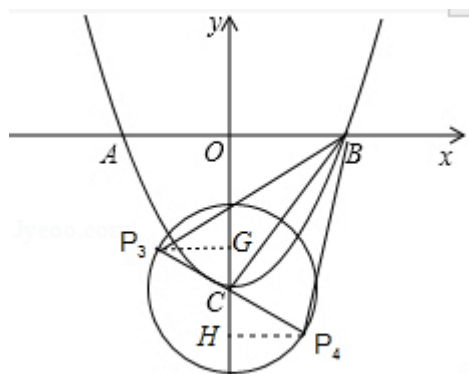
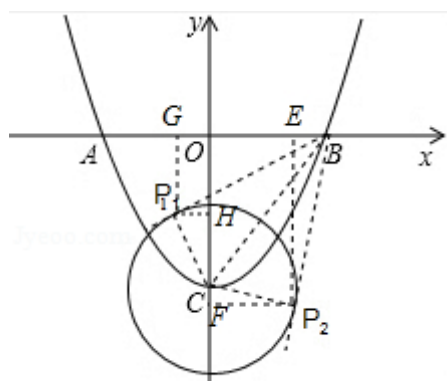


图 (2) b



图(2) a

【点评】 本题考查了根据函数的解析式求得点的坐标，圆与直线是位置关系，勾股定理，相似三角形的判定和性质，考查中位线和圆外一定点到圆上距离的最值等知识点，正确的作出辅助线是解题的关键.