

第五届“学用杯”

全国数学知识应用竞赛 八年级决赛试题

一、(本题 20 分) 操作探究

小刚在计算机软件“几何画板”中制作了一个作图工具 \blacktriangleleft . 如图 1, 依次点击点 A, C, \blacktriangleleft 则计算机自动绘制出点 C' . 点 C' 是以点 A 为旋转中心, 将点 C 按逆时针方向旋转 90° 以后得到的点. 再依次点击点 B, C, \blacktriangleleft , 可得点 C'' . 点 C'' 是以点 B 为旋转中心, 将点 C 按逆时针方向旋转 90° 以后得到的点.

(1) 在图 1 中, 依次点击点 A, D, \blacktriangleleft , 得到点 D' ; 依次点击点 B, D, \blacktriangleleft , 得到点 D'' .

①在图中分别画出点 D', D'' 的位置;

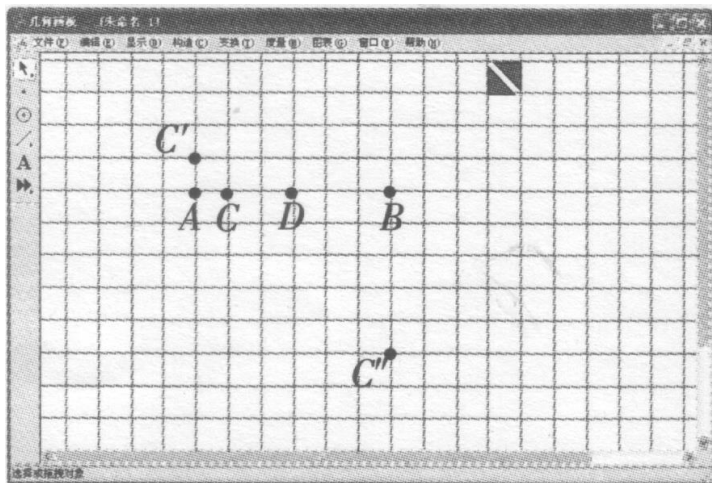


图 2

②顺次连接点 C', C'', D'', D', C' 后所得图形的形状为下列选项中的_____. (填空正确选项前的字母)

- (A) 平行四边形
- (B) 矩形
- (C) 菱形
- (D) 正方形
- (E) 梯形

(2) 如图 2, 如果 C, D 为平面内的任意两点, 同上操作, 分别得到点 C', C'', D', D'' , 那么顺次连接点 C', C'', D'', D' 后所理图形的形状为_____.

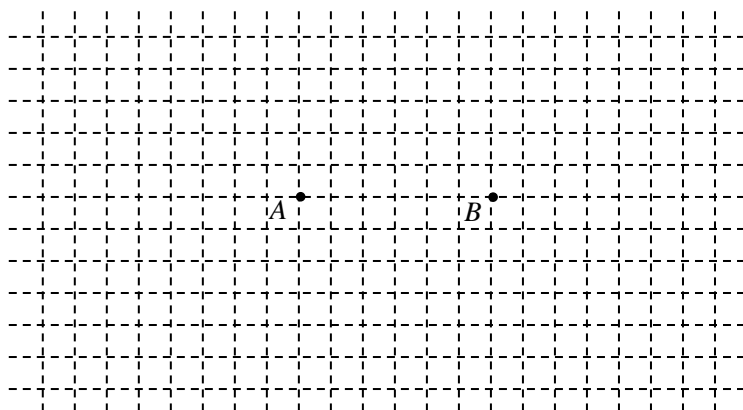


图 2

二、(本题 20 分) 实践应用

张艳红在银星商场实习时,商场企化部给了她一份实习作业:估计某商品在节日和淡季之外的销售量.假如商场购进某种商品 2000 件,销售价为购进价的 125%,现计划节日期间按原销售价让利 10%,售出至多 250 件商品,而在销售淡季按原定价格的 60% 大甩卖,为使全部商品售完后赢利,在节日和淡季之外要按原定价销售出至少多少件商品?请你帮张艳红估计一下.

三、(本题 20 分) 阅读理解

自 2006 年 1 月 1 日起,纳税人实际取得的工资、薪金所得,应适用新税法规定的费用扣除标准每月 1600 元,计算缴纳个人所得税.

个人所得税九级超额累进税率表(工资 薪金所得适用)如下:

级数	全月应纳税所得额 (含税所得额)	全月应纳税所得额 (不含税所得额)	税率%	速算扣除数
1	不超过 500 元	不超过 475 元的	5	0
2	超过 500 元至 2000 元的部分	超过 475 元至 1825 元的部分	10	25
3	超过 2000 元至 5000 元的部分	超过 1825 元至 4375 元的部分	15	125
4	超过 5000 元至 20000 元的部分	超过 4375 元至 16375 元的部分	20	375
5	超过 20000 元至 40000 元的部分	超过 16375 元至 31375 元的部分	25	1375
6	超过 40000 元至 60000 元的部分	超过 31375 元至 45375 元的部分	30	3375
7	超过 60000 元至 80000 元的部分	超过 45375 元至 58375 元的部分	35	6375
8	超过 80000 元至 100000 元的部分	超过 58375 元至 70375 元的部分	40	10375
9	超过 100000 元的部分	超过 70375 元的部分	45	15375

注:1. 应纳税所得额是指依照税法第六条规定,以每月收入额减除费用 1600 元.

不含税所得额是指他人(单位)代付税款的工资,薪金所得.

2. 应交个人所得税的计算公式:

应交个人所得税 = 应纳税所得额 × 适用税率 - 速算扣除数

国家税务总局发布《关于调整个人取得全年一次性奖金等计算征收个人所得税方法问题的通知》规定,纳税人取得的全年一次性奖金、年终加薪等,均可采用一次分解 12 个月确定税率的计税方法计税,即把全年一次性奖金,单独作为一个工资、薪金所得,除以 12(个月),再按商数确定适用税率.

根据规定,应分两种情况计算缴纳个人所得税:1. 个人当月工资薪金所得高于或等于税法规定的费用扣除额的,适用公式为:应纳税额 = 雇员当月取得全年一次性奖金 × 适用税率 - 速算扣除数;2. 个人当月工资薪金所得低于税法规定的费用扣除额的,适用公式为:应纳税额 = 雇员当月取得全年一次性奖金 - 雇员当月工资薪金所得与费用扣除额的差额 × 适用税率 - 速算扣除数.

李红由于工作业绩较好,一次性得到年终奖是 20000 元,而她的月工资是 2000 元.请问:

(1) 假如公司将年终奖一次性付给李红,那么这个月李红需缴税多少?实得多少?

(2) 假如公司分 12 月把年终奖按月在下半年发放给李红,那么李红每个月应缴税多少(假如李红的月工资仍是 2000 元)?每月的实得工资又是多少?

四、(本题 20 分) 方案设计

为了响应国家“退耕还林”政策,某县政府免费供给农民树苗,鼓励大家多种树,小明的爷爷有一块 9.9 米见方(边长为 9.9 米的正方形)的地也被列入种范围,根据林业局试验的结果,这种树苗每棵相隔一米,树苗才可以正常成长,小明的爷爷想充分利用这块地尽量多种一些树苗,但想来想去不知如何栽种最好,不知令取几棵树苗合适?如果你是小明,你能帮爷爷想想办法吗?请给出你的最佳方案,并说明理由.

五、(本题 30 分) 材料作文

材料一:

大家都听过“司马光砸缸”的故事吧:有一次,7岁的司马光跟小伙伴们在后院里玩耍.院子里有一口大缸,有个小孩爬到缸沿上,一不小心,掉到缸里.缸大水深,眼看那孩子快要没顶了.别的孩子们一见出了事,吓得一面哭喊,一面往外跑,找大人来救.司马光不慌不忙,从地上搬起一块大石块,使尽力气朝缸砸去.“砰”的一声,水缸破了,缸里的水流了出来,被淹在水里的小孩得救了.

材料二:

请看以下两道题的解法与分析

例 1 求 $\pm\sqrt{0.81}$ 的值.

解: 因为 $(\pm 0.9)^2 = 0.81$,

所以 $\pm\sqrt{0.81} = \pm 0.9$.

例 2 如图 3, 已知: 点 A, C, B, D 在同一条直线上, $AC = BD$, $AM = CN$, $BM = DN$, 请你说明 $\triangle AMB \cong \triangle CND$ 的理由.

分析: 已知 $AM = CN$, $BM = DN$, 要说明 $\triangle AMB \cong \triangle CND$, 只需说明 $\angle M = \angle N$, 或说明 $AB = CD$ 即可, 由于 $\angle M = \angle N$ 很难得出, 故可说明 $AB = CD$, 由于 $AB = AC + BC$, $CD = BC + BD$, 所以只要说明 $AC = BD$ 即可, 而已知 $AC = BD$.

通过阅读以上材料, 你能发现材料一和材料二的共同这外吗? 你能从中得到什么启示? 请写一篇 500 字左右的小短文 (题目自拟).

六、(本题 40 分) 数学作文

从下列题目中任选一个, 联系相关知识及现实生活, 写一篇数学短文, 字数控制在 1000 字以内.

1. 平移、旋转、对称与美
2. 生活中的函数关系
3. 一堂有趣的数学活动课
4. 有趣的勾股数
5. 数学与奥运

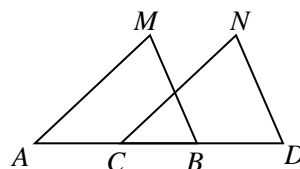


图 3

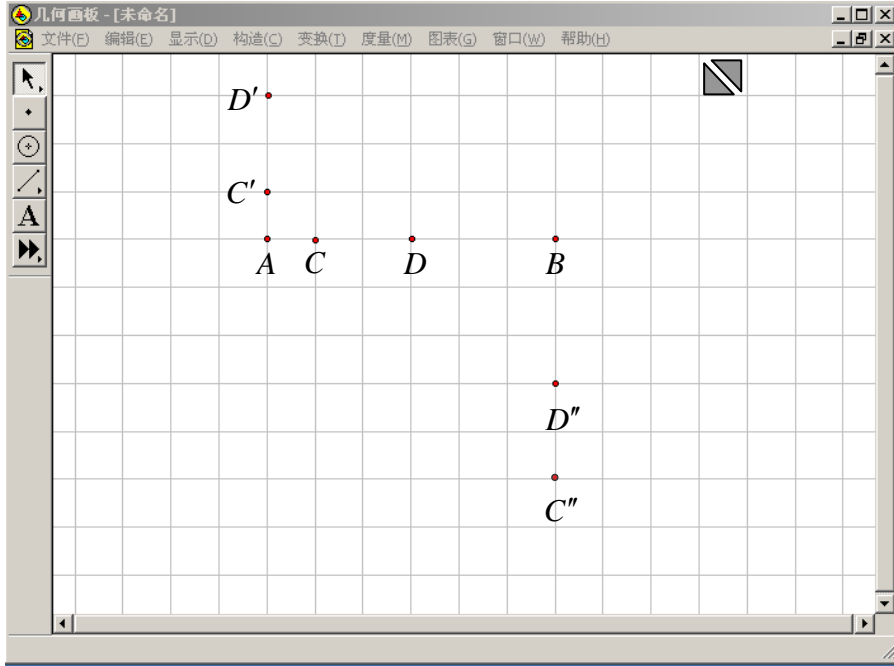
6. 通过参加本届“学用杯”竞赛, 你对数学的应用性有何看法? 请结合自己的学习生活以及“学用杯”初、决赛, 自拟题目, 谈一下自己的看法.

第五届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

八年级决赛试题

参考答案

一、(1) ①



..... (8分)

② (A); (12分)

(2) 平行四边形或线段 (图略). (20分)

(注: (2) 结果书写完整给 10 分, 当答案写为“四边形或线段”时, 扣 4 分, 否则不给分)

二、解: 设购进价为 a 元, 按原价销售出 x 件 ($0 \leq x \leq 2000$), 节日让利售出 y 件,

($0 \leq y \leq 250$), (2分)

依题意, 得

$$\begin{cases} a \cdot x \cdot 125\% + a \cdot y \cdot 125\% (1 - 10\%) + (200 - x - y) \cdot a \cdot 125\% \cdot 60\% > 2000a, \\ y \leq 250, \\ x \leq 2000. \end{cases} \quad \text{..... (12分)}$$

$$\text{解之得} \begin{cases} x + 0.75y > 1000, \\ y \leq 250, \\ x \leq 2000. \end{cases} \quad \text{..... (15分)}$$

显然, 当 y 最大时, x 最小, 所以当 $y = 250$ 时, $x + 0.75 \times 250 > 1000$, 即 $x > 812.5$,

故 x 最小为 813. (19分)

所以按原定价销售出至少 813 件商品, 才能使全部商品销售完后赢利. (20分)

三、(1) 李红的年终奖是 20000 元, 而她的月工资是 2000 元, 高于 1600 元新的费用扣除标准, 直接用 20000 元除以 12, 得数对应的税率为 10%, 速算扣除数为 25. 所以李红的奖金应缴纳的个人所得税为: $20000 \times 10\% - 25 = 1975$ (元). (6分)

本月工资应缴的个人所得税为: $400 \times 5\% = 20$ (元). (8分)

李红本月共缴税: $1975 + 20 = 1995$ (元),

实得: $22000 - 1995 = 20005$ (元). (12分)

(2) 李小姐每月工资为 $2000 + 1666.7 = 3666.7$ (元),

应缴税为：(3666.7-1600)×15% - 125 ≈ 185 (元)， (18分)

实得：3666.7 - 185 = 3481.7 (元)。 (20分)

四、答案不惟一，给出方案一给满分，给出方案二或其它方案可酌情给分。

方案一：如图 1 所示，按等边三角形来种，可种 120 棵树苗。

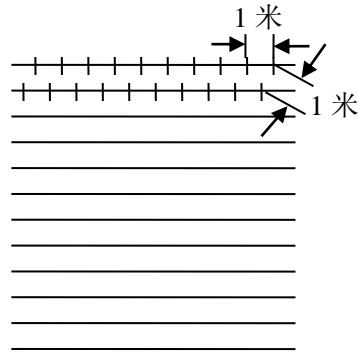


图 1

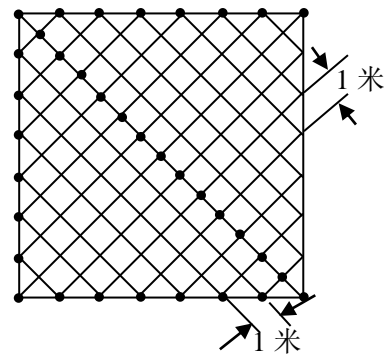


图 2

理由：因为边长为 1 米的等边三角形的高为 $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.867$ ，又 $\frac{9}{8} \approx 1.125$ ，所以在这块 9.9

米见方的土地上能种 12 行，每行 10 棵树苗，这样，共种 $12 \times 10 = 120$ (棵)，而且，上下方向和左右方向都有些余地。

方案二：如图 2，按对角线方向来种，可种 113 棵。

理由：对角线长为 $9.9 \times \sqrt{2} \approx 14$ ，所以对角线上可种 15 棵树苗，因边上相邻两棵间的间距

为 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1.414$ 米，这样每边上种 8 棵树苗时，边长为 $7 \times 1.414 \approx 9.90$ (米)。

这样共种 $15 + (13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1) = 113$ (棵)。

五、说明：本题旨在让学生根据材料归纳总结出逆向思维的思想方法，由此展开议论或说明。

六、略。