2015年常州市中考数学试题及答案

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

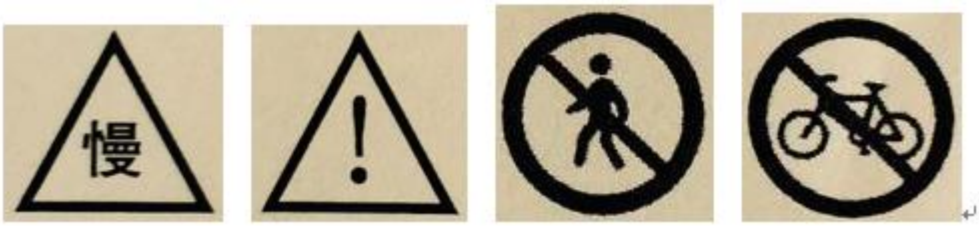
1．-3 的绝对值是

A．3　　*B*．-3　　*C*．$\frac{1}{3}$　　*D*．$-\frac{1}{3}$

2．要使分式 $\frac{3}{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围是

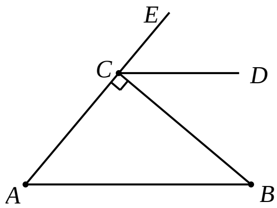
A．$x>2$　　*B*．$x<2$　　*C*．$x\neq-2$　　*D*．$x\neq2$

3．下列“慢行通过，注意危险，禁止行人通行，禁止非机动车通行”四个交通标志图（黑白阴影图片）中为轴对称图形的是



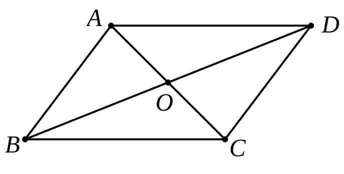
A．　　　　*B*．　　　　*C*．　　　　*D*．

4．如图，$BC\perp AE$ 于点 C，$CD/\!/AB$，$\angle B=40°$，则 $\angle ECD$ 的度数是



A．70°　　*B*．60°　　*C*．50°　　*D*．40°

5．如图，▱*ABCD* 的对角线 *AC*、*BD* 相交于点 *O*，则下列说法一定正确的是



A．$AO=OD$　　*B*．$AO\perp OD$　　*C*．$AO=OC$　　*D*．$AO\perp AB$

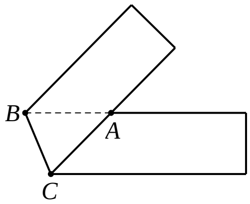
6．已知 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$b=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$c=\frac{\sqrt{5}}{5}$，则下列大小关系正确的是

A．$a>b>c$　　*B*．$c>b>a$　　*C*．$b>a>c$　　*D*．$a>c>b$

7．已知二次函数 $y=x^2+(m-1)x+1$，当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大，而 m 的取值范围是

A．$m=-1$　　B．$m=3$　　C．$m\leqslant-1$　　D．$m\geqslant-1$

8．将一张宽为 4cm 的长方形纸片（足够长）折叠成如图所示图形，重叠部分是一个三角形，则这个三角形面积的最小值是



A．$\frac{8}{3}\sqrt{3}\ cm^2$　　B．$8cm^2$　　C．$\frac{16}{3}\sqrt{3}\ cm^2$　　D．$16cm^2$

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

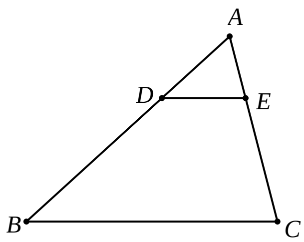
9．计算 $(\pi-1)^0+2^{-1}=$_________.

10．太阳的半径约为 696000km，把 696000 这个数用科学记数法表示为_______________________.

11．分解因式：$2x^2-2y^2=$____________________________.

12．已知扇形的圆心角为 120°，弧长为 6π，则扇形的面积是________.

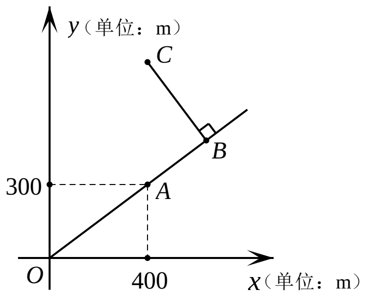
13．如图，在△ABC 中，DE∥BC，AD：$DB=1$：2，$DE=2$，则 BC 的长是______.



14．已知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $a(x+1)=\frac{1}{2}a+x$ 的解，则 a 的值是______________.

15．二次函数 $y=-x^2+2x-3$ 图像的顶点坐标是____________.

16．如图是根据某公园的平面示意图建立的平面直角坐标系，公园的入口位于坐标原点 O，古塔位于点 A（400，300），从古塔出发沿射线 OA 方向前行 300m 是盆景园 B，从盆景园 B 向左转 90° 后直行 400m 到达梅花阁 C，则点 C 的坐标是_______________.



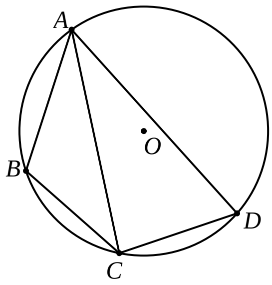
17．数学家歌德巴赫通过研究下面一系列等式，作出了一个著名的猜想．

4＝2＋2；	12＝5＋7；
6＝3＋3；	14＝3＋11＝7＋7；
8＝3＋5；	16＝3＋13＝5＋11；
10＝3＋7＝5＋5	18＝5＋13＝7＋11；

…

通过这组等式，你发现的规律是____（请用文字语言表达）．

18．如图，在⊙O的内接四边形$ABCD$中，AB＝3，AD＝5，∠BAD＝60°，点C为弧BD的中点，则AC的长是_______________．



三、解答题（共10小题，共84分）

19．（6分）先化简，再求值：$(x+1)^2-x(2-x)$，其中x＝2．

20．（8分）解方程和不等式组：

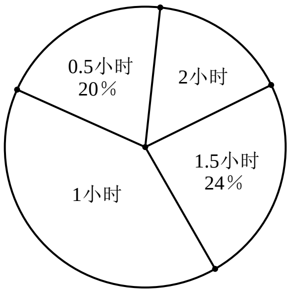
(1) $\dfrac{x}{3x-1}=2-\dfrac{1}{1-3x}$；　　(2) $\begin{cases}2x+4>0,\\1-2x>-5.\end{cases}$

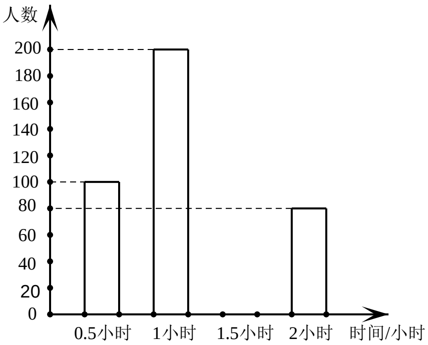
21．（8分）某调查小组采用简单随机抽样方法，对某市部分中小学生一天中阳光体育运动时间进行了抽样调查，并把所得数据整理后绘制成如下的统计图：

⑴该调查小组抽取的样本容量是多少？

⑵求样本学生中阳光体育运动时间为 1.5 小时的人数，并补全占频数分布直方图；

⑶请估计该市中小学生一天中阳光体育运动的平均时间.





22.（8 分）甲，乙，丙三位学生进入了“校园朗诵比赛”冠军、亚军和季军的决赛，他们将通过抽签来决定比赛的出场顺序.

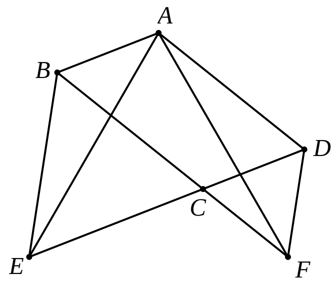
⑴求甲第一个出场的概率；

⑵求甲比乙先出场的概率.

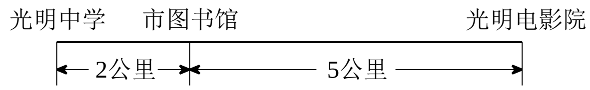
23.（8 分）如图，在▱*ABCD* 中，∠*BCD*＝120°，分别延长 *DC*、*BC* 到点 *E*，*F*，使得△*BCE* 和△*CDF* 都是正三角形.

⑴求证：*AE*＝*AF*；

⑵求∠*EAF* 的度数.



24.（8 分）已知某市的光明中学、市图书馆和光明电影院在同一直线上，它们之间的距离如图所示．小张星期天上午带了 75 元现金先从光明中学乘出租车去了市图书馆，付费 9 元；中午再从市图书馆乘出租车去了光明电影院，付费 12.6 元．若该市出租车的收费标准是：不超过 3 公里计费为 m 元，3 公里后按 n 元/公里计费.



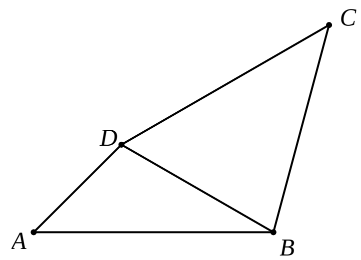
⑴求 m，n 的值，并直接写出车费 y（元）与路程 x（公里）（$x>3$）之间的函数关系式；

⑵如果小张这天外出的消费还包括：中午吃饭花费 15 元，在光明电影院看电影花费 25 元．问小张剩下的现金够不够乘出租车从光明电影院返回光明中学？为什么？

25．（8 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=45°$，$\angle ADB=\angle ABC=105°$．

⑴若 $AD=2$，求 AB；

⑵若 $AB+CD=2\sqrt{3}+2$，求 AB.



26．（10 分）设 ω 是一个平面图形，如果用直尺和圆规经过有限步作图（简称尺规作图），画出一个正方形与 ω 的面积相等（简称等积），那么这样的等积转化称为 ω 的“化方”.

⑴阅读填空

如图①，已知矩形 $ABCD$，延长 AD 到 E，使 $DE=DC$，以 AE 为直径作半圆．延长 CD 交半圆于点 H，以 DH 为边作正方形 $DFGH$，则正方形 $DFGH$ 与矩形 $ABCD$ 等积.

理由：连接 AH，EH.

∵ AE 为直径　∴ $\angle AHE=90°$　∴ $\angle HAE+\angle HEA=90°$．

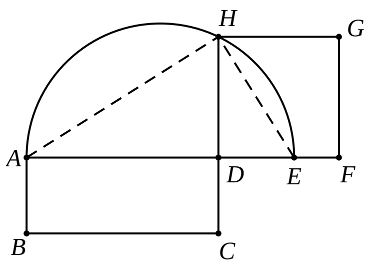
∵ $DH\perp AE$　∴ $\angle ADH=\angle EDH=90°$

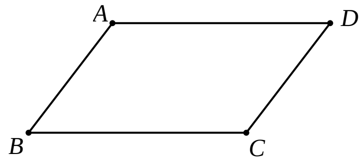
∴ $\angle HAD+\angle AHD=90°$

∴ $\angle AHD=\angle HED$　∴ $\triangle ADH\backsim$____________.

∴ $\dfrac{AD}{DH}=\dfrac{DH}{DE}$，即 $DH^2=AD\times DE$.

又∵ $DE=DC$　∴ $DH^2=$__________，即正方形 $DFGH$ 与矩形 $ABCD$ 等积.





⑵操作实践

平行四边形的“化方”思路是，先把平行四边形转化为等积的矩形，再把矩形转化为等积的正方形.

如图②，请用尺规作图作出与▱*ABCD*等积的矩形（不要求写具体作法，保留作图痕迹）.

⑶解决问题

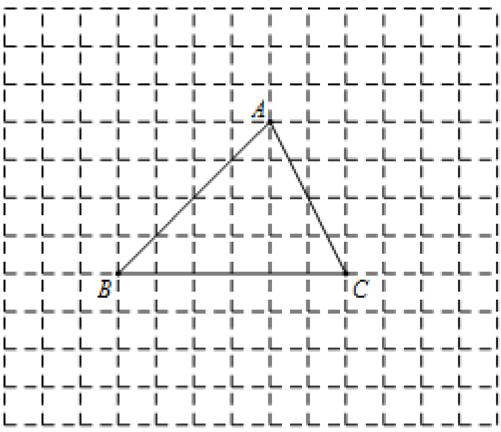
三角形的“化方”思路是：先把三角形转化为等积的__________________（填写图形名称），再转化为等积的正方形.

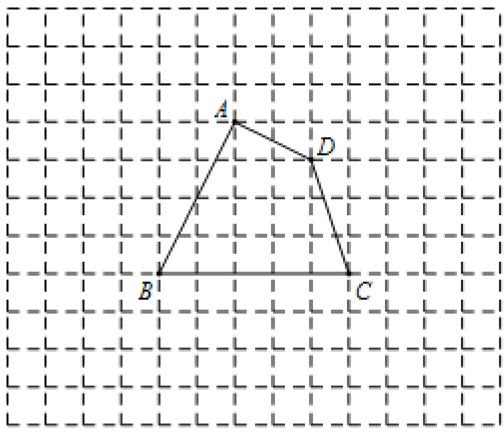
如图③，△*ABC*的顶点在正方形网格的格点上，请作出与△*ABC*等积的正方形的一条边（不要求写具体作法，保留作图痕迹，不通过计算△*ABC*面积作图）.

⑷拓展探究

n边形（$n>3$）的“化方”思路之一是：把n边形转化为等积的$n-1$边形，…，直至转化为等积的三角形，从而可以化方.

如图④，四边形*ABCD*的顶点在正方形网格的格点上，请作出与四边形*ABCD*等积的三角形（不要求写具体作法，保留作图痕迹，不通过计算四边形*ABCD*面积作图）.



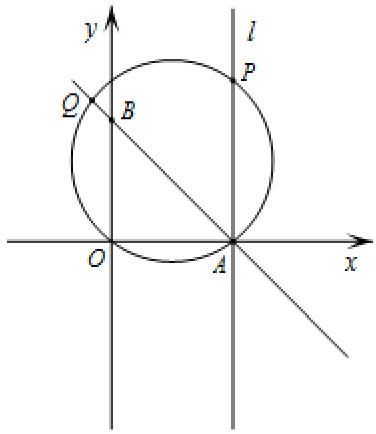


27.（10分）如图，一次函数$y=-x+4$的图像与x轴、y轴分别相交于点A、B，过点A作x轴的垂线l，点P为直线l上的动点，点Q为直线AB与△OAP外接圆的交点，点P、Q与点A都不重合.

⑴写出点 A 的坐标；

⑵当点 P 在直线 l 上运动时，是否存在点 P 使得△OQB 与△APQ 全等？如果存在，求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由.

⑶若点 M 在直线 l 上，且∠POM=90°，记△OAP 外接圆和△OAM 外接圆的面积分别是 S_1、S_2，求 $\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}$ 的值.

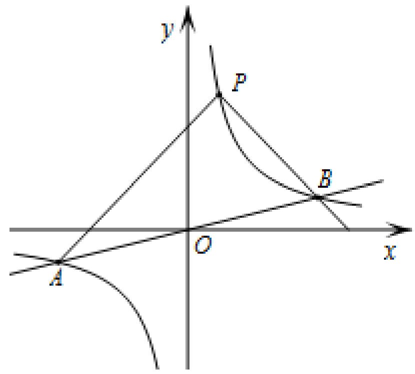


28.（10 分）如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像与一次函数 $y=\frac{1}{4}x$ 的图像交于点 A、B，点 B 的横坐标是 4．点 P 是第一象限内反比例函数图像上的动点，且在直线 AB 的上方.

⑴若点 P 的坐标是（1，4），直接写出 k 的值和△PAB 的面积；

⑵设直线 PA、PB 与 x 轴分别交于点 M、N，求证：△PMN 是等腰三角形；

⑶设点 Q 是反比例函数图像上位于 P、B 之间的动点（与点 P、B 不重合），连接 AQ、BQ，比较∠PAQ 与∠PBQ 的大小，并说明理由.



常州市 2015 年中考数学试题答案

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1、A

2．D

3．B

4．C

5．C

6．A

7．D

8．B

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

9.【答案】$\frac{3}{2}$

10.【答案】6.96×10^5

11.【答案】$2(x+y)(x-y)$

12.【答案】27π

13.【答案】6

14.【答案】$\frac{4}{5}$

15.【答案】（1，-2）

16.【答案】（400，800）

17.【答案】任何一个大于 2 的偶数都可以写成两个质数之和

18.【答案】$\frac{8}{3}\sqrt{3}$

三、解答题（共 10 小题，共 84 分）

19.【答案】$2x^2+1$，9

【命题立意】考查了整式乘法运算，合并同类项等知识

【解析】$(x+1)^2-x(2-x)=x^2+2x+1-2x+x^2=2x^2+1$

当 $x=2$ 时，代入原式得：原式$=2x^2+1=2\times2^2+1=9$

20.【答案】（1） $x=\frac{1}{5}$，（2） $-2<x<3$

【命题立意】考查了分式方程求解过程，不等式组的求解过程

【解析】(1) $\frac{x}{3x-1}=2-\frac{1}{1-3x}$；

解：去分母得 $x=2\times(3x-1)+1$

去括号得 $x=6x-2+1$

解得 $x=\frac{1}{5}$

经检验 $x=\frac{1}{5}$ 是分式方程的解

(2) $\begin{cases}2x+4>0 ①,\\ 1-2x>-5 ②.\end{cases}$

解：解不等式①得 $x>-2$

解不等式②得 $x<3$

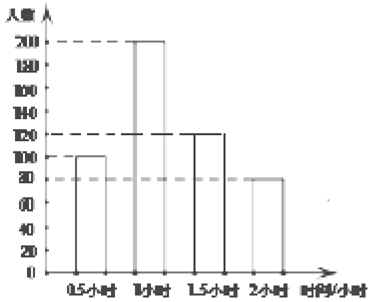
则不等式组的解集为 $-2<x<3$

21.【答案】（1）500，（2）120 人，（3）1.18 小时

【命题立意】考查了频率分布直方图，扇形统计图及数据分析相关知识

【解析】（1） $100\div20\%=500$，样本容量是 500

（2） $500\times24\%=120$ 人，补充分布直方图，如下图



（3） 平均为 $\frac{100\times0.5+200\times1+120\times1.5+80\times2}{500}=1.18$ 小时

22.【答案】（1） $\frac{1}{3}$，（2） $\frac{1}{2}$

【命题立意】考查了枚举法求概率知识运用

【解析】甲乙丙三人比赛情况枚举如下：

甲乙丙，甲丙乙，乙甲丙，乙丙甲，丙甲乙，丙乙甲，共 6 种情况。

（1）甲第一个出场概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

（21）甲比乙先出场概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

23.【答案】见解析过程

【命题立意】考查了平行四边形性质应用，等边三角形性质应用，全等三角形的判定及性质

【解析】（1）证明：在平行四边形 ABCD 中，AB=CD，BC=AD， $\angle ABC=\angle ADC$

$\because \Delta BCE,\Delta CDF$ 为正三角形，$\therefore$ DF=CD=AB，AD=BC=BE，$\angle EBC=\angle CDF=60°$

$\therefore \angle ABE=60°+\angle ABC=60°+\angle ADC=\angle FDA$

在 ΔABE 和 ΔFDA 中

$\begin{cases} AB=DF \\ \angle ABE=\angle FDA \\ BE=DA \end{cases}$ $\therefore \Delta ABE \cong \Delta FDA$（SAS）$\therefore$ AE=AF

（2）解由（1）可得 $\Delta ABE \cong \Delta FDA$，$\therefore \angle BAE=\angle DFA$

在平行四边形 ABCD 中，$\angle BCD=120°$ $\therefore \angle BAD=120°,\angle ADC=60°$

$\therefore \angle BAE+\angle DAF=\angle DFA+\angle DAF=180°-(60°+60°)=60°$

$\therefore \angle EAF=\angle BAD-(\angle BAE+\angle DAF)=120°-60°=60°$

【方法技巧】在求线段长度或角度大小的时候可以借助于三角形全等，进行线段转换或角度的转移，再结合题意求出相应的线段长或角度。

24.【答案】（1）$m=9,n=1.8,y=1.8x+3.6(x>3)$

（2）不够

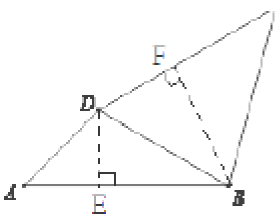
【命题立意】考查了分段函数的求解以及应用

【解析】（1）由题意可知 $m=9$，则 $n=(12.6-9)\div(5-3)=1.8$ 元/公里，则 $y=1.8(x-3)+9$，即 $y=1.8x+3.6(x>3)$

（2）从光明电影院到光明中学用 $x=2+5=7$ 公里，则乘车费用 $y=1.8\times 7+3.6=16.2$ 元，共花费 9+12.6+15+25+16.2=77.8 元，因为 77.8>75，所以小张剩下的现金不够乘出租车返回。

25.【答案】（1）$\sqrt{6}+\sqrt{2}$

（2）$\sqrt{3}+1$



【命题立意】考查了解直角三角形的相关知识。

【解析】过 D 点作 DE⊥AB 于 E，过 B 点作 BF⊥CD 于 F。

$\because \angle A=\angle C=45°$，$\angle ADB=\angle ABC=105°$

$\therefore \angle ADE=\angle CBF=90°-45°=45°$，$\angle BDE=\angle ADB-\angle ADE=105°-45°=60°$

$\angle ABF=\angle ABC-\angle CBF=105°-45°=60°$ $\therefore DE=DF$

设 $AE=DE=DF=x$

在 $Rt\Delta BDE$ 中，$BE=\dfrac{DE}{\tan 30°}=\dfrac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}x$；

在 $Rt\Delta BDF$ 中，$BF=\dfrac{DF}{\tan 30°}=\dfrac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}x$；$\therefore CF=BF=\sqrt{3}x$

$\therefore AB=AE+BE=x+\sqrt{3}x=(\sqrt{3}+1)x=CD$

（1） 若 $AD=2$，在 $Rt\Delta ADF$ 中，$DE=AD\times\sin\angle DAE=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

$\therefore AB=(\sqrt{3}+1)x=(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

（2）若 $AD+CD=2\sqrt{3}+2$，则 $AB+CD=(\sqrt{3}+1)x\times 2=2\sqrt{3}+2$ 得 $DE=x=1$，

$\therefore AB=(\sqrt{3}+1)x=(\sqrt{3}+1)\times 1=\sqrt{3}+1$

【方法技巧】在锐解三角形、钝角三角形中求线段，可以分割成直角三角形，进行解直角形，进而求出相应的线段长。

26.【答案】（1） ΔHDE，$AD\times DC$

（2）（见解析过程）

（3）长方形，（见解析过程）

（4）（见解析过程）

【命题立意】考查了学生对于新知识的理解和应用，并将新知识进行转化而应用。

【解析】（1） ΔHDE，（注意对应顶点字母对应书写，联系上下文可以找出答案）

$AD\times DC$（由等量代换可知）

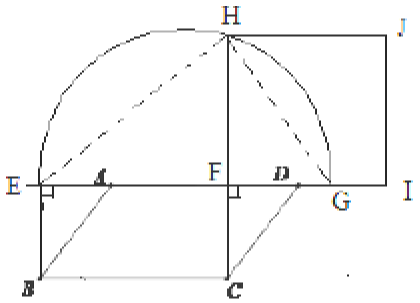
（2）作法：①延长 DA，过 B、C 分别作 BE、CF 分别垂直于 E、F

②延长 AD，取 FG=FC

③以 EG 为直径作半圆 O

④延长 CF 交半圆 O 于 H

⑤以 H F 作正方形 HFIJ，则正方形 HFIJ 为平行四边形 ABCD 的等积正方形

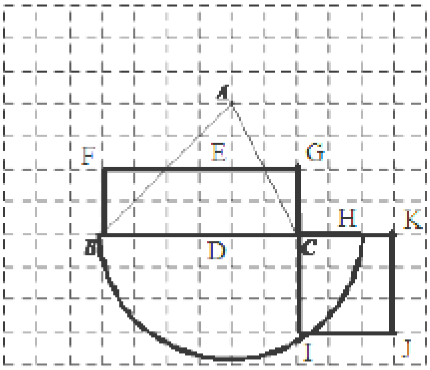


（3）作法：①过 A 点作 AD 垂直 BC 于 D

②作 AD 的垂直平行线，取 AD 中点 E

③过 E 作 BC 平行线，作长方形 BCGF，则 $S_{长BCGF}=S_{\Delta ABC}$

同（2）可作出其等积正方形

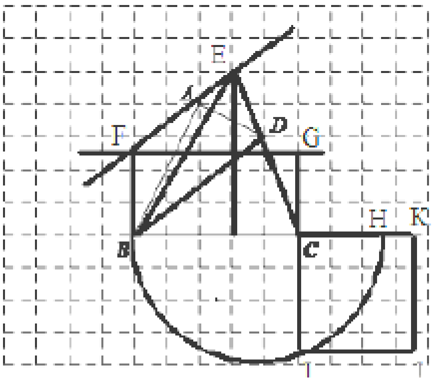


（4）作法：①，连接 BD，过 A 点作 BD 平行线l

②延 CD 交平行线于 E 点

③连接 BE，则 $S_{四ABCD}=S_{\Delta EBC}$

同（3）可作出其等积正方形



27.【答案】（1）A（4，0）

（2）存在，P（4，$4\sqrt{2}-4$）

（3）$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}=\frac{1}{4\pi}$

【命题立意】考查了一次函数的性质，三角形全等的判定及应用，三角形外接圆的面积计算等知识。

【解析】（1）∵A 点在 x 轴上，且在直线 $y=-x+4$ 上，∴当 $y=0$ 时，代入 $y=-x+4$ 得 $x=4$，∴A 点坐标为（4，0）

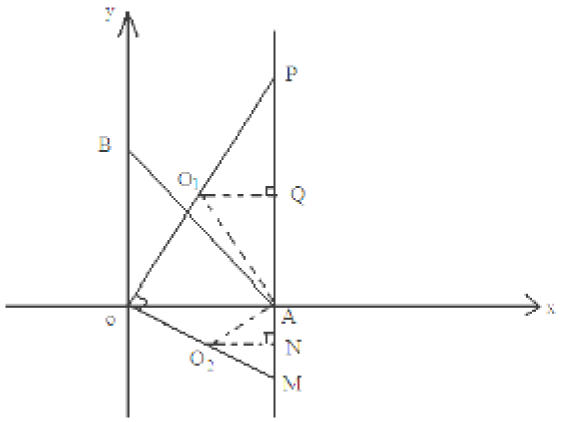
（2）①存在

②若 ΔOQB 与 ΔOAP 全等，∵ $\angle OBA=\angle BAP=45°$，则它们是对应角，

则 BQ=PA，OB=QA，∵ $y=-x+4$ 与 y 轴相交于 B 点，∴B 点坐标为（0，4）

则

$$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}=\frac{S_1+S_2}{S_1S_2}=\frac{\pi\times(\frac{1}{4}a^2+4)+\pi\times(\frac{1}{4}b^2+4)}{\pi\times(\frac{1}{4}a^2+4)\times\pi\times(\frac{1}{4}b^2+4)}=\frac{4}{\pi}\times\frac{a^2+b^2+16+16}{16a^2+16b^2+16^2+16^2}=\frac{1}{4\pi}$$



则 $OB=4=QA$，在 $Rt\Delta OAB$ 中，OA=OB=4，$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore BQ=AB-AQ=4\sqrt{2}-4=PA$ $\because$ P 在第一象限内，且 P 在直线 $x=4$ 上，所以 P 点坐标为（4，$4\sqrt{2}-4$）

（3）令 $PA=a, MA=b$，

$\therefore OP^2=OA^2+PA^2=4^2+a^2=16+a^2$，$OM^2=OA^2+MA^2=4^2+b^2=16+b^2$

在 $Rt\Delta POM$ 中，$PM^2=OP^2+OM^2=a^2+16+b^2+16$

又 $\because PM^2=(PA+AM)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $\therefore ab=16$

$\because O_1A^2=O_1Q^2+QA^2=(\frac{OA}{2})^2+(\frac{PA}{2})^2=\frac{1}{4}a^2+4$

$O_2A^2=O_2N^2+NA^2=(\frac{OA}{2})^2+(\frac{MA}{2})^2=\frac{1}{4}b^2+4$

$\therefore S_1=\pi\times O_1A^2=(\frac{1}{4}a^2+4)\pi$，$S_2=\pi\times O_2A^2=(\frac{1}{4}b^2+4)\pi$

28.【答案】（1）$k=4, S_{\Delta PAB}=15$

（2）（见解析过程）

（3）相等，（见解析过程）

【命题立意】

反比例函数综合题；待定系数法求一次函数解析式；反比例函数与一次函数的交点问题；三角形的外角性质；线段垂直平分线的性质；等腰三角形的判定与性质。

【解析】

【解答】解：（1）k=4，$S_{\triangle PAB}=15$．提示：过点A作AR⊥y轴于R，过点P作PS⊥y轴于S，连接PO，

设AP与y轴交于点C，如图1，把x=4代入$y=\frac{1}{4}x$，得到点B的坐标为（4，1），

把点B（4，1）代入$y=\frac{k}{x}$，得k=4．

解方程组$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x \\ y=\frac{4}{x} \end{cases}$，得到点A的坐标为（−4，−1），则点A与点B关于原点对称，

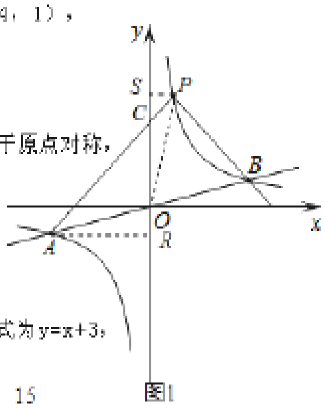


图1

∴OA=OB，∴$S_{\triangle AOP}=S_{\triangle BOP}$，∴$S_{\triangle PAB}=2S_{\triangle AOP}$．

设直线AP的解析式为y=mx+n，

把点A（−4，−1），P（1，4）代入y=mx+n，求得直线AP的解析式为y=x+3，

则点C的坐标（0，3），OC=3，

∴$S_{\triangle AOP}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle POC}=\frac{1}{2}OC\cdot AR+\frac{1}{2}OC\cdot PS=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{15}{2}$，

∴$S_{\triangle PAB}=2S_{\triangle AOP}=15$；

（2）过点P作PH⊥x轴于H，如图2．设直线PB的解析式为y=ax+b，

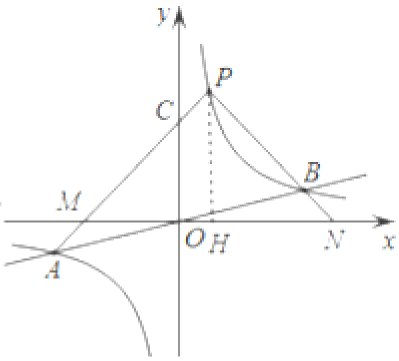
把点P（1，4）、B（4，1）代入y=ax+b，得

$\begin{cases} a+b=4 \\ 4a+b=1 \end{cases}$，解得：$\begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases}$，∴直线PB的解析式为y=−x+5．

当y=0时，−x+5=0，∴x=5，点N（5，0）．同理可得M（−3，0），

∴MH=1−（−3）=4，NH=5−1=4，∴MH=NH，

∴PH垂直平分MN，∴PM=PN，∴△PMN是等腰三角形；



（3）∠PAQ=∠PBQ．理由如下：

过点Q作QT⊥x轴于T，设AQ交x轴于D，QB的延长线交x轴于E，如图3．

可设点Q为（c，$\frac{4}{c}$），直线AQ的解析式为y=px+q，则有

$\begin{cases}-4p+q=-1\\ cp+q=\frac{4}{c}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}p=\frac{1}{c}\\ q=\frac{4}{c}-1\end{cases}$，

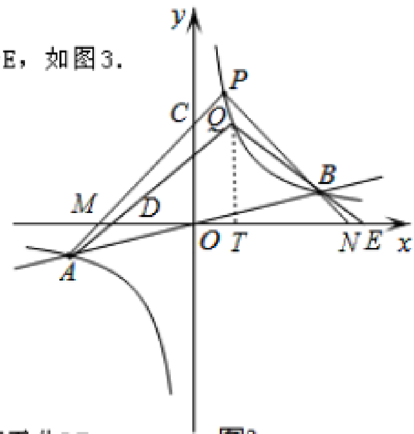


图3

∴直线AQ的解析式为y=$\frac{1}{c}$x+$\frac{4}{c}$-1．当y=0时，$\frac{1}{c}$x+$\frac{4}{c}$-1=0，

解得：x=c-4，∴D（c-4，0）．同理可得E（c+4，0），

∴DT=c-（c-4）=4，ET=c+4-c=4，∴DT=ET，∴QT垂直平分DE，

∴QD=QE，∴∠QDE=∠QED．

∵∠MDA=∠QDE，∴∠MDA=∠QED．

∵PM=PN，∴∠PMN=∠PNM．

∵∠PAQ=∠PMN-∠MDA，∠PBQ=∠NBE=∠PNM-∠QED，

∴∠PAQ=∠PBQ．