【12 月 22 日 中环杯初中场】

第十四届“中环杯”中学生思维能力训练活动初二年级选拔赛试题

填空题：

1、计算：=____________________

2、已知，则 a+b-10x+5y=__________。

3、在 1，2，3…，2013 这 2013 个自然数中，最多可以取到_______________个数，使得其中任意两个数之和为 160 的倍数。

4、已知实数 a、b 满足 a3+b3+3ab=1，且 ab≠1，则 a+b=_____________

5、在△ABC 中，AB=a，AC=b（b＞a），∠ABC=3∠C，AD 是∠BAC 的平分线，BE⊥AD 于 F，则 BE=_____________（结果用 a，b 表示）=0，则 x=________________

6、已知正数 x 满足-4x2-10x-6+2（x+1）2=0，则 x=________________

7、如果一个数正写和逆写的值不变，那么我们称这样的数为回文数码比如 12331 或 121，如果一个数不能表示为两个回文数之和，我们就称其为中环数。则超过 2013 的最小中环数为______________.

8、如图，在长方形 ABCD 中，AB=14cm，AD=10cm，在线段 AB 上取一点 E，作 CF⊥DE 交 DE 于 F，则△ABF 面积的最小值为__________cm2

9、已知关于 x 的方程 x2-2ax+9=0 的两个实数根为α，β，则（α-1）2+（β-1）2 的最小值为_______________.

10、+++…+=_______（答案保留“！”符号）

11、如图，在 Rt△ABC 中，E 为斜边 AB 的三等分点中靠近 B 的那个点，∠AEC=45°，则=___________。

（a≠0），则的最小值为_________________。

13、定义 n！=1×2×3×…×n，那么÷7 的余数为__________________。

14、将编号为 1-10 的 10 本书放入编号为 1-10 的 10 个书架上，要求编号为 k 的书只能放在编号为 k-1 或 k 或 k+1 的书架上，例如：编号为 1 的书只能放在编号为 1 或 2 的书架上；编号为 4 的书只能放在编号为 3 或 4 或 5 的书架上；编号为 10 的书只能放在编号为 9 或 10 的书架上。那么一共有______________种放法

15、目前暂时没有搜到该题目。

16、目前暂时没有搜到该题目。

17、+++…+，则 S 的整数部分为____________。

18、已知凸五边形 ABCDE 满足 AB=BC，CD=DE，∠ABC=150°，∠CDE=30°，BD=2，则五边形 ABCDE 的面积为_________________。

19、已知正整数 n＞1，并且满足 nn-1 的所有质因数都是（nn-1）（n2-1）的质因数，则 n 有_______________个解。

20、在一个 8×8 的表格中，将 1-12 这 12 个数字填入表格中。使得：

①每个格子中最多填入一个数字，并且这 12 个数字每个只能使用一次；

②两个填入数字的格子不会接触（没有公共点，也没有公共边）

③一些行、列外给出了一些数字，这些数字告诉我们这行、列中所含有的所有数字之和，没有给出数字的行、列中的数字之和未知（不是 0）

第十四届“中环杯”中学生思维能力训练活动

初二年级选拔赛答案

1、【分析】

$$原式=\sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{7}+1)^2}-\sqrt{3}\times\frac{(\sqrt{21}+3\sqrt{2})+(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{21}+3\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)}$$

$$=\sqrt{5}+\sqrt{7}+1-\sqrt{3}(\frac{\sqrt{21}-3\sqrt{2}}{3}+\sqrt{2}-1)$$

$$=\sqrt{5}+\sqrt{7}+1-(\sqrt{7}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{3})$$

$$=\sqrt{5}+\sqrt{3}+1$$

2、【分析】

$a+b=2013$

$x-2y=1;x+3y=9$

可得$x=-3;y=-2$

代入即可

答案：2033

3、【分析】

2013=12×160+93，想使得所选任意两个数之和为 160，则所选的这组数字应为除 160 余 80 的数，根据上式可知答案为 13 个

4、【分析】

$a^3+b^3+3ab=(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab=1$

当 a+b=1 时，上式等于$(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab(a+b)=(a+b)^3=1$ 成立。

5、【分析】

延长BE交AC于F

设$\angle C=\alpha$,则$\angle ABC=3\alpha$

$\angle BAC=180^o-4\alpha$

$\therefore\angle BAE=90^o-2\alpha$

$\because AE\perp BE,\therefore\angle ABE=2\alpha$

$\therefore\angle EBC=\alpha$

$\therefore BF=FC$

又$AB=AF=a,\therefore FC=b-a$

$\therefore BE=\frac{1}{2}BF=\frac{b-a}{2}$

6、【分析】

原式可化简为：$(2x+3)(x+1)=(x+1)^2\sqrt{2x+3}$

$\because x$为正整数$,\therefore x+1>0$

$\therefore \sqrt{2x+3}=x+1$

可得：$x=\sqrt{2}$

8、【分析】

过点 F 分别做 $FG\perp DC$，$FH\perp AB$ 垂足为 G、H

设 $GF=a$，则 $FH=10-a$，设 $DG=b$，则 $GC=14-b$

$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}S_{ABCD}-S_{\triangle DFC}=70-7a$

勾股定理 $DC^2=DF^2+FC^2$ 可得：$14^2=a^2+b^2+(14-b)^2$

即 $a^2=-(b-7)^2+49$，$\therefore a$最大为7，此时$b=7$

$\therefore S_{\triangle ABF最大}=70-7\times7=21$

9、【分析】

原式=（α+β）^{2}-2αβ-2(α+β)+2=4a^2-4a-16

Δ≥0，可得 a^2≥9

所以原式最小值为 8

10、　【分析】

原式：

$$=\frac{(3-2)\times2!}{2}+\frac{(4-2)\times3!}{2^2}+\cdots+\frac{(2015-2)\times2014!}{2^{2013}}$$

$$=\frac{3!}{2}-2!+\frac{4!}{2}-\frac{3!}{2}+\cdots+\frac{2015!}{2^{2013}}-\frac{2014!}{2^{2012}}$$

$$=\frac{2015!}{2^{2013}}-2$$

11、【分析】

作 $CD\perp AB$,垂足为 D

设 $DE=1,BE=a$，则 $AB=3a,AD=2a-1$

$\because \angle DEC=45^o,\therefore DC=DE=1$

由 $s_{\triangle ADC}\backsim s_{\triangle CDB}$，得 $\frac{AD}{CD}=\frac{CD}{BD}$，即 $\frac{2a-1}{1}=\frac{1}{a+1}$

解得$a=\dfrac{\sqrt{17}-1}{4}$，$\therefore \dfrac{AC}{BC}=\dfrac{AD}{DC}=2a-1=\dfrac{\sqrt{17}-3}{2}$

12、　【分析】

$\dfrac{\overline{abc}}{a+b+c}=1+\dfrac{99a+9b}{a+b+c}$，可知$c=9$时有最小值，代入得：$10+\dfrac{90a-81}{a+b+9}$

可知$b=9$时有最小值，代入得：$100-\dfrac{1701}{a+18}$，

可知$a=1$时有最小值，代入可得最小值为：$10\dfrac{9}{19}$

14、【分析】

$n=1$　　1

$n=2$　　2

$n=3$　　$1+2=3$

$n=4$　　$2+3=5$

$n=5$　　$3+5=8$

$n=6$　　$5+8=13$

$n=7$　　$8+13=21$

$n=8$　　34

$n=9$　　55

$n=10$　　89

15、　【分析】

延长 EF 交 AB、CD 于 M、N，有$MN=\dfrac{a+b}{2}$，$ME=FN=\dfrac{a}{2}$，$EF=\dfrac{a+b}{2}-a=\dfrac{b-a}{2}$

$$\therefore \begin{cases} S_{EFDA}=(\dfrac{b-a}{2}+a)h_1\times\dfrac{1}{2} \\ S_{EFCB}=(\dfrac{b-a}{2}+B)h_2\times\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

又$\because \dfrac{S_{EFDA}}{S_{EFCB}}=\dfrac{1}{k}$，可得$\dfrac{a+b}{3b-a}=\dfrac{1}{k}$，整理得：$\dfrac{a}{b}=\dfrac{3-k}{k+1}$

16、【分析】

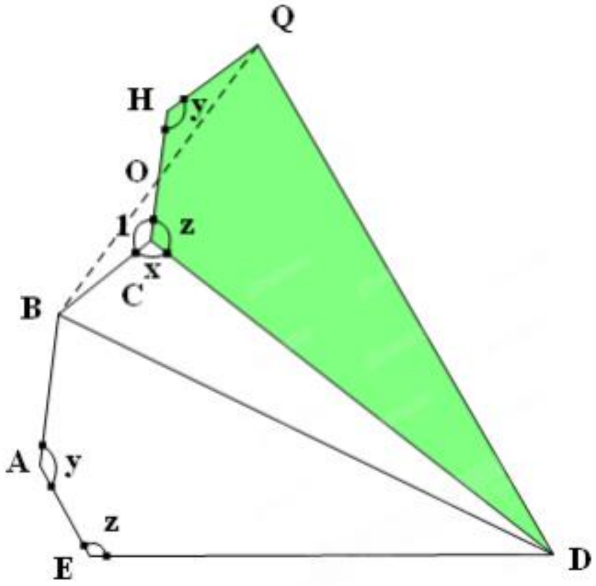
$\because x^2-x-1$是质数，又$\because ax+bx+1$是一次式，则整除的条件是：

x^2-x-1是$ax+bx+1$的质因数

$\therefore ax+bx+1=\pm1$即可，即$a+b=0$

17、【分析】2011

18、【分析】



$x+y+z=360^o$

$x+z+\angle 1=360^o$

$\Rightarrow \begin{cases} \angle 1 = y \\ HQ = AB = BC \end{cases}$

$\Rightarrow HQCB$为平行四边形

又有$\triangle HOQ \cong \triangle CBO$

$\Rightarrow$求$\triangle BDQ$面积即可

$S=1$

19、【分析】1

20、

	24	1	3		20	13		11
3			3					
18	10				8			
21	5				12			4
20	9					11		
13				6				7
3		1				2		