

第七届“学用杯”全国数学知识应用竞赛

九年级初赛（B）卷试题

一、选择题（每小题 6 分，共 30 分）

1. 北京奥运会金牌创造性地将白玉圆环嵌在其中（如图 1），这一设计不仅是对获胜者的礼赞，也形象地诠释了中华民族自古以来以“玉”比“德”的价值观。若白玉圆环面积与整个金牌面积的比值为 k ，则下列各数与 k 最接近的是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

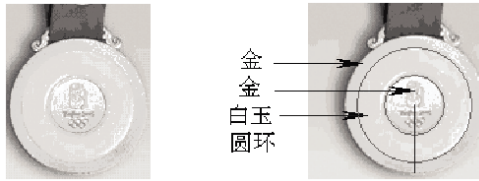


图 1

2. 图 2 是由线和小棒吊挂 4 个小球，其中 3 个小球质量相同，1 个是特殊的；图中的数字表示小棒的端点到支点的长度（即物理学中的力臂）；假若小棒和线的重量均忽略不计；现在整个装置处于平衡，那么此特殊球应是（ ）

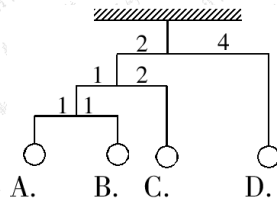


图 2

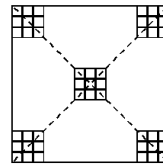


图 3

3. 用同样大小的正方形瓷砖铺一块正方形地面，两条对角线铺黑色的，其它地方铺白色的（如图 3）。铺满这块地面一共用了白色瓷砖 484 块，那么黑色瓷砖共用（ ）

- A. 45 块 B. 48 块 C. 22 块 D. 23 块

4. 在“仓库世家”游戏中，游戏规则为“只要将所有木箱归位，便可过关，♀可以左右上下转身，♀推动木箱只可前进，无法后拉，按 8、2、4、6 可上、下、左、右移动。（△代表木箱，☆代表木箱应到的目的地，□代表空地，■代表墙壁，移动一次只动一个格）其中某一关是如图 4（1），设计移动方案可以为：♀→4→8→2→6→6→6。图 4（2）为又一关，则移动方案可以为：♀→（ ）

- A. 482666886884222 B. 482884666884222
C. 482884884666222 D. 222666884884482

数字	表示
8	上移一格
2	下移一格
4	左移一格
6	右移一格

(1) (2)

图 4

5. 同学们都见过并玩过呼拉圈吧！我们把呼拉圈看作一个圆，现在某人在正常运动中，呼拉圈总是在一个水平面内沿人的腰部滚动（人的腰部近似看成一个圆，如图 5）。现设某人的腰围是 70cm(转呼拉圈处)，呼拉圈的直径为 140cm。那么，当呼拉圈沿此人的腰部滚动 100 周时，呼拉圈自转的圈数约为（ ）

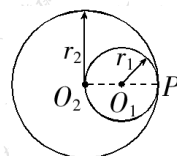


图 5

- A. 48 B. 72 C. 84 D. 98

二、填空题（每小题 6 分，共 30 分）

6. 如图 6，四边形 $ABCD$ 为某一住宅区的平面示意图，其周长为 800m，为了美化环境，计划在住宅区周围 5m 内（虚线以内，四边形 $ABCD$ 之外）作为绿化带，则绿化带的面积为_____。

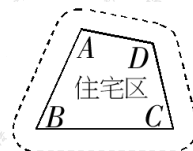


图 6

7. 芳芳和明明要玩一个游戏：两人轮流在一个正方形硬纸上放同样大小的硬币，规则是：每人每次只能放一枚，让硬币平躺在桌面上，任何两枚硬币不能重合。谁放完最后一枚，使得对方再也找不到空地放下一枚硬币的时候，谁就赢了。

如果芳芳走第一步，她应该放在哪里才可能稳操胜券？请说明你的理由。_____。

8. 在计算机屏幕上，相继出现了类似无锡“大阿福”式样（一种玩具，古时候就很有名气）的 6 副面孔。图 7 是它们依次出现的先后顺序。



图 7

这些面孔的出现是按照一种简单而确定的逻辑得来的。那么，根据这 6 副面孔可以推测第 7 副面孔应是_____。（画出草图）

9. 李大伯第一次种植大棚菜，在塑料大棚内密植了 100 棵黄瓜秧，收获时，每棵黄瓜秧平均只收获 2 千克黄瓜，听说邻居每棵黄瓜秧可收获近 5 千克黄瓜，他便向县农业技术员请教，农业技术员查看了情况后说：种植太密，不通风，并告诉他如何改进。已知每少栽一棵秧苗，一棵黄瓜秧平均可多收 0.1 千克黄瓜，那么请你帮李伯伯计算减少_____棵黄瓜收获最多，最多收获_____千克。

10. 西清公园的喷水池边上有半圆形的石头（半径为 1.68m）作为装饰（如图 8），其中一块石头正对前方 6m 处的彩灯，某一时刻，该灯柱落在此半圆形石头上的影长为 56π cm。如果同一时刻，一直立 70cm 的杆子的影长为 1.8m，则灯柱的高为_____（精确到 0.01m）。

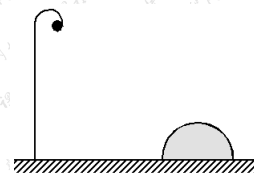


图 8

三、解答题（第 11、12、13 题各 15 分，第 14 题 20 分，第 15 题 25 分，共 90 分）

11. 实践应用：台风“圣帕”所带来的强降水造成了许多地方洪水泛滥成灾，田地被冲毁十分严重，几户承包者的田地都被冲成了一片，灾后他们必须按原来的面积进行重新勘测划分，其中有张老汉家的一块，他已不知道原来那一块的面积是多少，几经回忆才想起原来那块地的形状是一个直角梯形，直角腰的两端恰好又各有一块大石头，另一腰的中点处有一棵大树。大家一看，两块大石头 A 、 B 及大树 P 还在（如图 9 所示），请问，如何知道张老汉原来那块地的面积？写出你的测量方案，并用字母表示相关的数据后计算出面积。



图 9

12. **实验探究：**同学们，你注意过烟盒里的香烟是如何摆放的吗？

已知，一个烟盒的长为 56mm，宽为 22mm，高为 87mm，一根烟的直径是 8mm，若把 20 根香烟摆放在烟盒中，请你探究合理的摆放方法。

13. **信息处理：**某市在全面建设小康社会的 25 项指标中，有 16 项完成了序时进度，其中 10 项已达到小康指标值。根据所给的数据和图表，完成下列各题：

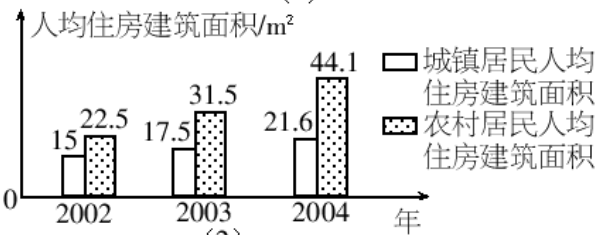
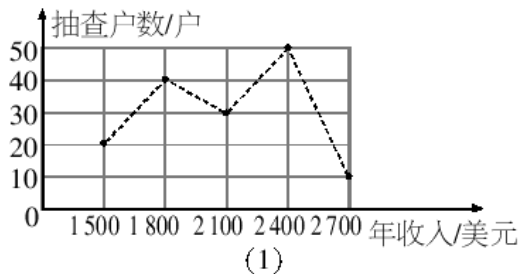


图 10

(1) 该市居民家庭年收入以及人均住房建筑面积的一项调查情况如图 10(1)和图 10(2)，从图 10(1)中可以得出：家庭收入的众数为_____美元；家庭收入的平均数为_____美元。小康指标规定：城镇、农村居民人均住房建筑面积应分别在 35m^2 和 40m^2 以上。观察图 10(2)，从 2002 年到 2004 年城镇、农村人均住房建筑面积的年平均增长率分别为_____。

(2) 若人均住房建筑面积的年平均增长率不变，那么到 2007 年城镇居民人均住房建筑面积能否达到小康指标值？请说明理由。

14. **猜想归纳：**为了建设经济型节约型社会，“先锋”材料厂把一批三角形废料重新利用，因此工人师傅需要把它们截成不同大小的正方形铁片。

(1) 如图 11①，若截取 $\triangle ABC$ 的内接正方形 $DEFG$ ，请你求出此正方形的边长；

(2) 如图 11②，若在 $\triangle ABC$ 内并排截取两个相同的正方形（它们组成的矩形内接于 $\triangle ABC$ ），请你求出此正方形的边长；

(3) 如图 11③，若在 $\triangle ABC$ 内并排截取三个相同的正方形（它们组成的矩形内接于 $\triangle ABC$ ），请你求出此正方形的边长；

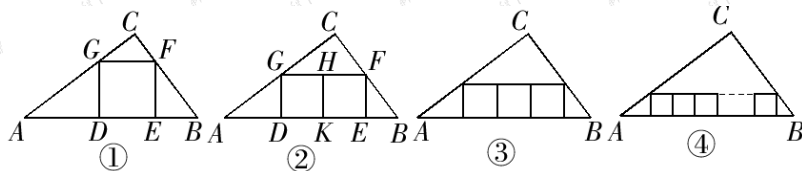


图 11

(4)猜想：如图 11④，假设在 $\triangle ABC$ 内并排截取 n 个相同的正方形，使它们组成的矩形内接于 $\triangle ABC$ ，则此正方形的边长是多少？

(已知： $AC=40$ ， $BC=30$ ， $\angle C=90^\circ$)

15. 方案设计：“春江花月”生活区有一块长 36 米、宽 26 米的矩形场地，欲建成一个供居民休闲的小花园。计划在正中央建一个半径为 3 米的喷水池，其余部分面积的一半进行绿化，现生活区向居民征集设计方案，如果你是小区的居民，请你至少给出两种设计方案(要求美观大方，标出有关数据，并解释其可行性).

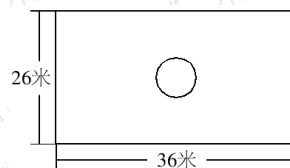


图 12

第七届“学用杯”全国数学知识应用竞赛 九年级初赛（B）卷试参考答案

一、1. B 2. D 3. A 4. A 5. C

二、6. $25\pi + 4000$ (m^2)

7. 芳芳的第一步应放正方形硬纸板的中心位置。这时，明明放一枚硬币，芳芳总可以在硬纸板上放一枚硬币，使它与明明的硬币关于中心对称，直到明明无处可放，芳芳就赢了。

8. 如图 1.



图 1

9. 40, 360

10. 4.11m

三、11. 解：量出 AB 的长，记为 a 米，过点 P 作 AB 的垂线 PQ ，并量出它的长，记为 b 米，则张老汉原来那块地的面积为 ab 平方米。

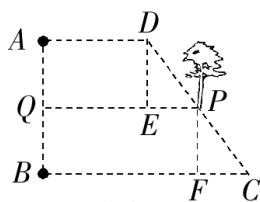


图 2

理由是：设原来那块地为直角梯形 $ABCD$ (如图 2)，其中 $AD \parallel BC$ ， P 是 DC 的中点，因为 $PQ \perp AB$ ， AD 、 BC 也都垂直于 AB ，所以 $AD \parallel PQ \parallel BC$ ，作 $DE \perp PQ$ 于 E ， $PF \perp BC$ 于 F 。则四边形 $AQED$ 、 $BFPQ$ 都是矩形，所以 $AQ = DE$ ， $BQ = PF$ 。又 $PD = PC$ ，所以易知 $\triangle DEP \cong \triangle PFC$ ，所以 $DE = PF$ ，从而 $AQ = BQ$ ，所以 PQ 是梯形 $ABCD$ 的中位线，所以梯形 $ABCD$ 的面积为 ab 。

12. 解：(1) 若并列摆放，如图 3①，因为烟的直径为 8mm，所以 AD 方向上能并排放 $\frac{56}{8} = 7$ (根) 烟，而在 AB 方向上，因为 $8 \times 3 = 24 > 22$ ，所以只能放两根，即烟盒只能放 $2 \times 7 = 14$ (根) 烟，此法不行。

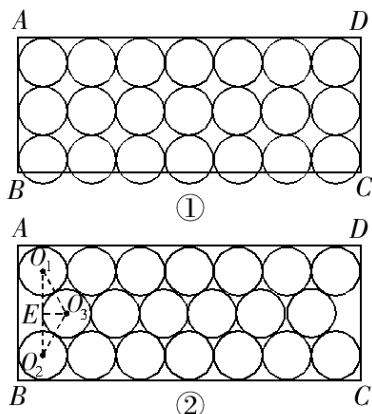


图 3

(2) 若错位摆放, 如图 3②, 连接 O_1O_2 、 O_2O_3 、 O_3O_1 , 则 $O_2O_3 = O_3O_1 = 8\text{mm}$, $\triangle O_1O_2O_3$

为等腰三角形, 过 O_3 作 $O_3E \perp O_1O_2$, 则 E 是 O_1O_2 的中点.

$$O_1E = \frac{O_1O_2}{2} = \frac{22-8}{2} = 7 \text{ (mm)}.$$

所以在 $\text{Rt}\triangle O_1O_3E$ 中,

$$O_3E = \sqrt{O_1O_3^2 - O_1E^2} = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{15} \text{ (mm)}.$$

故排列后中排所需空间长度 $= 2\sqrt{15} + 6 \times 8 < 56$ (mm), 三排所需宽度为 $AB=22\text{mm}$, 故此摆放符合要求.

13. 解: (1) 2 400; 2 080; 0.2 和 0.4;

(2) 能达到小康指标. 理由如下:

因为城镇人均住房建筑面积的年增长率为 0.2, 所以有 $21.6(1+0.2)^3 = 37.3\ 248 > 35$, 故到 2007 年城镇人均住房建筑面积能达到小康指标.

14. 解: (1) 在图 4①中作 $\triangle ABC$ 的高 CN 交 GF 于 M ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because AC=40, BC=30, \therefore AB=50, CN=24$.

由 $GF \parallel AB$, 得 $\triangle CGF \sim \triangle CAB$,

$$\therefore \frac{CM}{CN} = \frac{GF}{AB}.$$

设正方形的边长为 x , 则 $\frac{24-x}{24} = \frac{x}{50}$,

$$\text{解得 } x = \frac{600}{37}.$$

即正方形的边长为 $\frac{600}{37}$.

(2) 方法同 (1), 如图 4②.

$\triangle CGF \sim \triangle CAB$, 则 $\frac{CM}{CN} = \frac{GF}{AB}$.

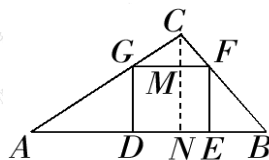


图 4①

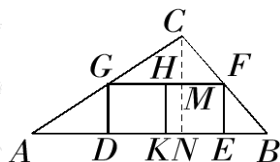


图 4②

设小正方形的边长为 x ,

$$\text{则 } \frac{24-x}{24} = \frac{2x}{50},$$

$$\text{解得 } x = \frac{600}{49}.$$

即小正方形的边长为 $\frac{600}{49}$.

(3) 同 (1)、(2) 可得小正方形的边长为 $\frac{600}{61}$.

(4) 每个小正方形的边长为 $\frac{600}{12n+25}$.

15. 本题答案不惟一, 现给出两种方案.

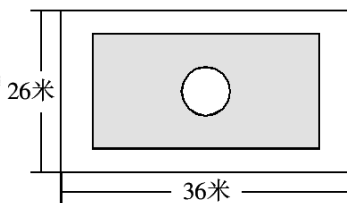


图 5①

方案一: 如图 5①, 设计一个矩形绿化带, 使绿化带四周的小路宽度都相等.

设小路宽度为 x 米, 则矩形的长为 $(36-2x)$ 米, 宽为 $(26-2x)$ 米, 从而有:

$$(36-2x)(26-2x) - 9\pi = \frac{1}{2}(36 \times 26 - 9\pi),$$

整理得, $4x^2 - 124x + 468 - 4.5\pi = 0$,

解得, $x_1 \approx 26.7 > 26$ 米 (不合题意, 舍去),

$x_2 \approx 4.2$ 米.

所以图中小路宽 4.2 米.

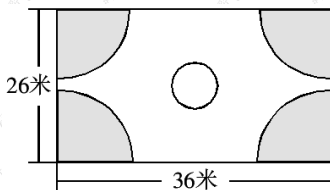


图 5②

方案二: 如图 5②, 在矩形场地的四个角分别设计四个相同的四分之一圆形绿化区.

设四分之一圆形绿化区的半径为 r 米, 则 $\pi r^2 = \frac{1}{2}(36 \times 26 - 9\pi)$, $r \approx 12$ (米).

$12+12 < 26$, 所以符合题意.

注: 本题为开放题, 答案不惟一, 只要合理、正确即可得分, 给出一种方案得一半分, 每一种方案可加 5 分.