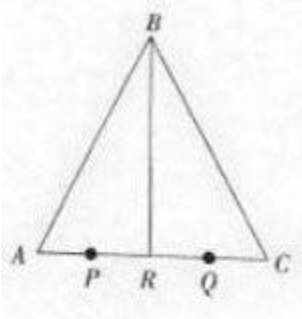
第十四届“中环杯”中学生思维能力训练活动

初一年级决赛

一、 填空题（每小题 5 分，共 50 分，请将答案填写在题中横线处）

1. 计算：$\frac{2014^4+4\times2013^4}{2013^2+4027^2}-\frac{2012^4+4\times2013^4}{2013^2+4025^2}$=_______
2. 如图所示，9 个相同的小正方形拼成一个大正方形，则角 1+角 2+角 3+角 4=_____
3. 已知 x、y 满足方程组 $\begin{cases}2014x+2000y=56196\\2014y-2000x=196\end{cases}$，则 x^2-xy+y^2=______
4. 解方程：$4^x+9^x+25^x=6^x+10^x+15^x$，x=____
5. 若一个多位数，每相邻两位中，右边的数字都大于左边的数字，则我们称其为“恒生银行数”，A 是一个“恒生银行数”，那么整数 9A 的各位数字之和是_____
6. 将自然数 1~7 排成一个七位数，1 和 4 之间的数字之和为 20,5 和 7 之间的数字之和 6。那么满足条件的七位数有_____个
7. 已知 f（x）是一个四次多项式，满足 f（165）=2014，并且 f（42）=f（68）=f（97）=f（123）=10，则 f（1）-f（2）+f（3）-f（4）+…+f（165）=_______
8. 设 M=$\left[\frac{10^{19900}}{10^{100}+3}\right]$，其中[x]表示不大于 x 的最大整数，则 M 的个位数字是_____
9. 小钱、小王、小张、小孙、小陶都很喜欢运动，每人都喜欢羽毛球、排球和壁球中的一种或几种。已知没有人三种运动都喜欢，但有人同时喜欢羽毛球和排球，也有人同时喜欢排球和壁球，还有人同时喜欢羽毛球和壁球。那么五个人各自爱好的球类运动共有____种不同的组合方式。
10. 等腰△ABC 被切割成了 13 个锐角等腰三角形，如右图两幅图所示，其中标记相同的两条线段长度相同，第二幅图是对△EFG 的详细切割，已知角 CAB 的度数是一个完全平方数，那么角 CBA 的度数是______
11. 是否存在 2013 个非零实数 a_1、a_2、…、a_{2013}，使得（a_1+1/a_1）（a_2+1/a_2）…（$a_{2013}+1/a_{2013}$）=（a_1-1/a_1）（a_2-1/a_2）…（$a_{2013}-1/a_{2013}$）？如果存在，请举例，如果不存在，请证明。
12. 求证：$3n^2+3n+7=m^3$ 没有正整数解
13. 在△ABC 中，P、Q 分别是 AC 上的点，满足 AP+BC=AB+CQ，R 是 PQ 的中点，BR 正好是角 ABC 的平分线，求证：△ABC 是等腰三角形



14. 三个互不相等的数 a、b、c 满足 $\begin{cases} a=(b-2)c \\ b=(c-2)a \\ c=(a-2)b \end{cases}$，求 abc 的值