

苏教版九年级下册

数学

全册优质课件

二次函数

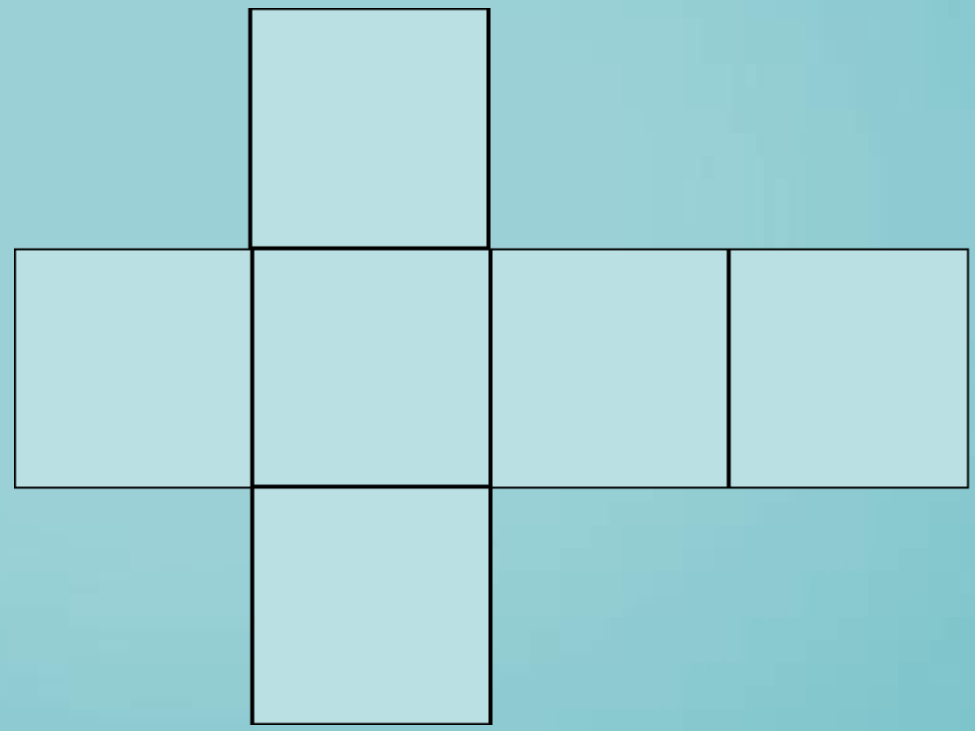
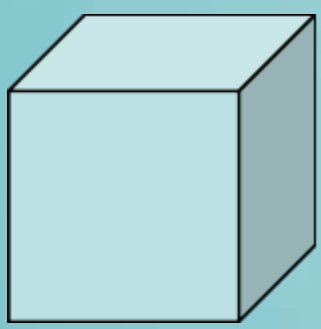




问题1

正方体的六个面是全等的正方形,设正方形的棱长为 x ,表面积为 y ,它们的具体关系可以表示为

$$y=6x^2 \text{ ①}$$



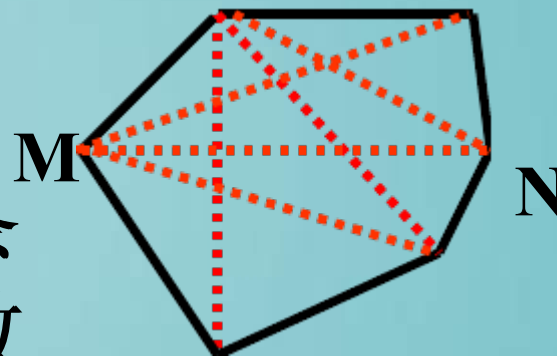


问题2

多边形的对角线数与边数 n 有什么关系?

由图可以想出,如果多边形有 n 条边,那么它有 n 个顶点,从一个顶点出发,连接与这点不相邻的各顶,可以作 $(n-3)$ 条对角线.

因为像线段 MN 与 NM 那样,连接相同两顶点的对角线是同一条对角线,所以多边形的对角线总数



$$d = \frac{1}{2}n(n-3)$$

即

$$d = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n \text{ ②}$$



问题3

某工厂一种产品现在的年产量20件,计划今后两年增加产量如果每年都比上一年的产量增加 x 倍,那么两年后这种产品的产量将随计划所定的 x 的值而确定, y 与 x 之间的关系应怎样表示?

这种产品的原产量是20件,一年后的产量是 $20(1+x)$ 件,再经过一年后的产量是 $20(1+x)^2$ 件,即两年后的产量为 $y = 20(1+x)^2$

即 $y = 20x^2 + 40x + 20$ ③

观察

函数①②③有什么共同点

$$y=6x^2 \text{ ①}$$

$$d = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n \text{ ②}$$

$$y = 20x^2 + 40x + 20 \text{ ③}$$

在上面的问题中函数都是用自变量的二次式表示的,

定义：一般地，形如
 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的
函数叫做 x 的二次函数。

注意：

- (1) 等号左边是变量，右边是关于自变量的整式
- (2) a, b, c 为常数，且 $a \neq 0$ 。
- (3) 等式的右边最高次数为 2，可以没有一次项和常数项，但不能没有二次项
- (4) x 的取值范围是任意实数。

二次函数的一般形式：

$$y = ax^2 + bx + c \quad (\text{其中 } a、b、c \text{ 是常数, } a \neq 0)$$

a是二次项系数

b是一次项系数

c是常数项

二次函数的特殊形式：

$$\text{当 } b = 0 \text{ 时, } y = ax^2 + c$$

$$\text{当 } c = 0 \text{ 时, } y = ax^2 + bx$$

$$\text{当 } b = 0, c = 0 \text{ 时, } y = ax^2$$

小结:

现在我们学习过的函数有
一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$), 其中包括正比例函数
 $y = kx$ ($k \neq 0$),

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

一展身手

下列函数中，哪些是二次函数？若是，别指出二次项系数一次项系数常数项。

$$(1) y=3(x-1)^2+1$$

$$(2) y=x+\frac{1}{x}$$

$$(3) s=3-2t^2$$

$$(4) y=(x+3)^2-x^2$$

$$(5) y=\frac{1}{x^2}-x$$

$$(6) v=10\pi r^2$$

解: (1) $y=3(x-1)^2+1$
 $=3(x^2-2x+1)+1$
 $=3x^2-6x+3+1$
即 $y=3x^2-6x+4$

是二次函数
二次项系数 3
一次项系数 -6
常数项: 4

(2) $y=x+\frac{1}{x}$ 不是二次函数

(3) $s=3-2t^2$ 是二次函数
二次项系数 -2
一次项系数 0
常数项: 3

(4) $y=(x+3)^2-x^2=x^2+6x+9-x^2$

即 $y=6x+9$ 不是二次函数

(5) $y=\frac{1}{x^2}-x$ 不是二次函数

(6) $v=10\pi r^2$ 是二次函数

二次项系数 10π
一次项系数 0
常数项: 0

例题讲解

例1.将进货单价为40元的商品按50元卖出时,就能卖出500个,已知这种商品每涨1元,其销售量就会减少10个,设售价定为 X 元($x > 50$)时的利润为 Y 元。试求出 Y 与 X 的函数关系式,并按所求的函数关系式计算出售定价80元时所得利润。

一展身手

写出下列各函数关系，并判断它们是什么类型的函数

1、菱形的两条对角线的和 26cm ，求菱形的面积 S (cm^2) 与一对角线长 x (cm) 之间的函数关系。

2、用总长为 60cm 的铁丝围成矩形场地，矩形面积 s (平方厘米) 与矩形的一边长 x (cm) 之间的关系：

一展身手

3. 一个圆柱的高等于底面半径, 写出它的表面积 s 与半径 r 之间的关系式

4. n 支球队参加比赛, 每两队之间进行一场比赛, 写出比赛的场次数 m 与球队数 n 之间的关系式

生活与数学

5、要给边长为 x 米的正方形房间铺设地板，已知某种地板的价格为每平方米 240 元，踢脚线的价格为每米 30 元，如果其他费用为 1000 元，门宽 0.8 米，那么总费用 y 为多少元？

例题讲解

例2、 $y = (m+3)x^{m^2-7}$

- (1) m 取什么值时，此函数是正比例函数？
- (2) m 取什么值时，此函数是反比例函数？
- (3) m 取什么值时，此函数是二次函数？

一展身手

1、下列函数中， x 是自变量，是二次函数的为()

A $y=ax^2+bx+c$

B $y^2=x^2-4x+1$

C $y=x^2$

D $y=2+\sqrt{x^2+1}$

2.函数 $y=(m-n)x^2+mx+n$ 是二次函数的条件是 ()

A m,n 是常数,且 $m\neq 0$

B m,n 是常数,且 $n\neq 0$

C m,n 是常数,且 $m\neq n$

D m,n 为任何实数

一展身手

3、当 m 为何值时，函数
 $y = (m-2)x^{m^2-2} + 4x - 5$ 是 x 的二次函数

一展身手

4. 已知函数 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a , b , c 是常数),

当 a ___ 时, 是二次函数;

当 a __, b ___ 时, 是一次函数;

当 a __, b __, c ___ 时, 是正比例函数.

你敢挑战吗？

$y = (m+3)x^{m^2+m} + 2x + x^2 - 1$ ，
当 m 为何值时， y 是 x 的二次函数？

($x \neq 0$, $m^2 + m$ 为整数)

小结:

谈谈你的收获

二次函数的图象和性质

学习目标

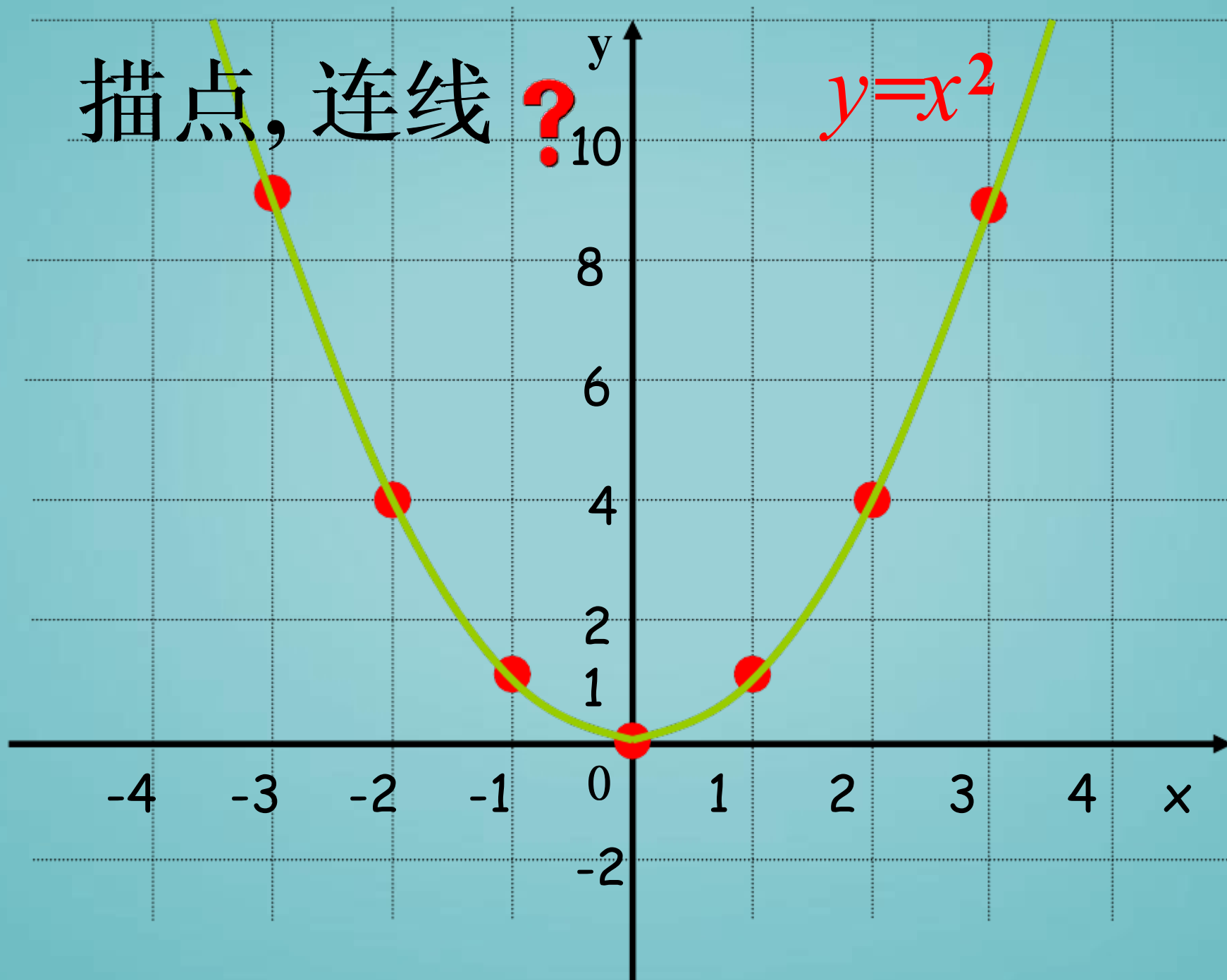
- ◆ 1、会用描点法画二次函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 的图象；
- ◆ 2、根据函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 的图象，直观地了解它的性质。

数形结合, 直观感受

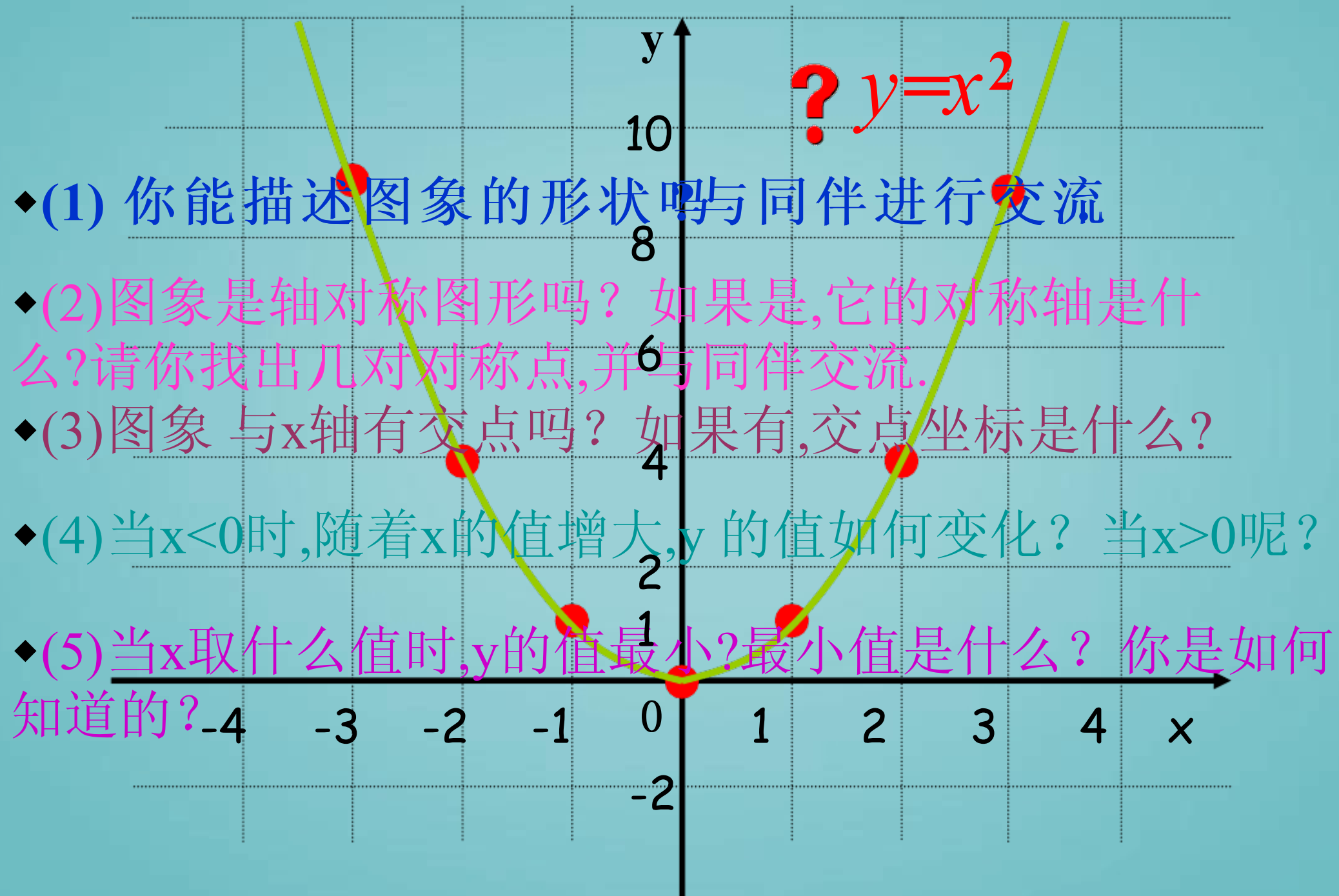
- 在二次函数 $y=x^2$ 中, y 随 x 的变化而变化的规律是什么?
- 你想直观地了解它的性质吗
- ◆ 你会用描点法画二次函数 $y=x^2$ 的图象吗?
- ◆ 观察 $y=x^2$ 的表达式, 选择适当 x 值, 并计算相应的 y 值, 完成下表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y=x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...

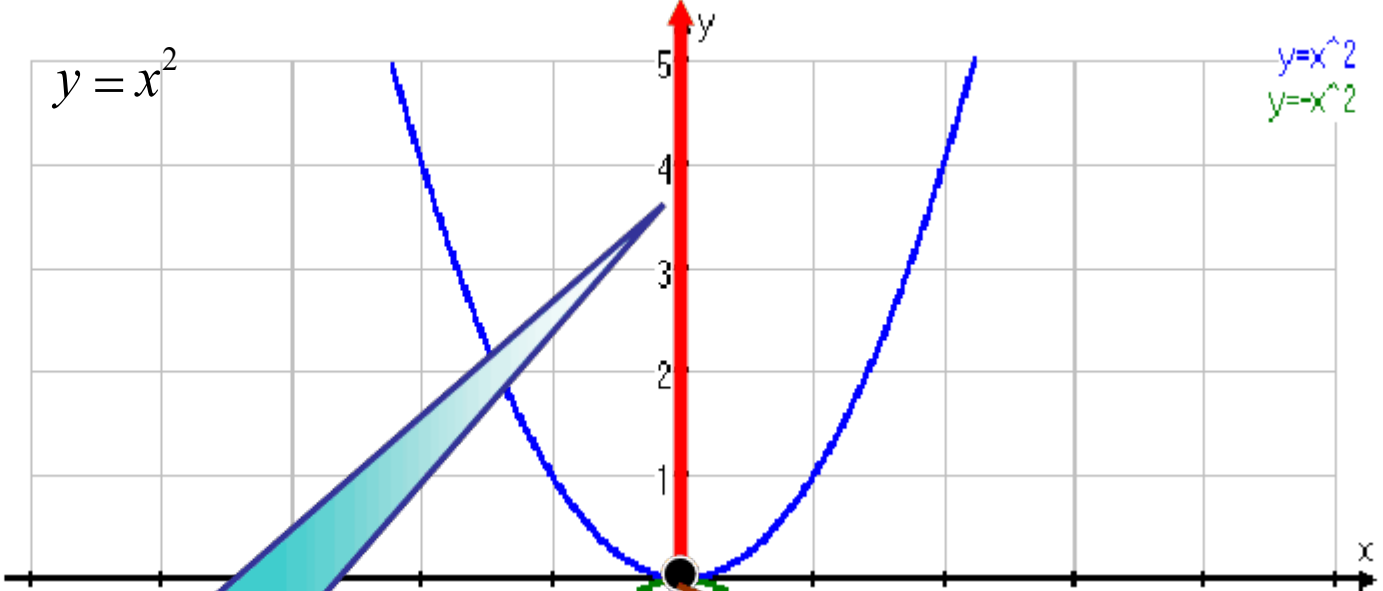
描点, 连线 ?



观察图象, 回答问题串



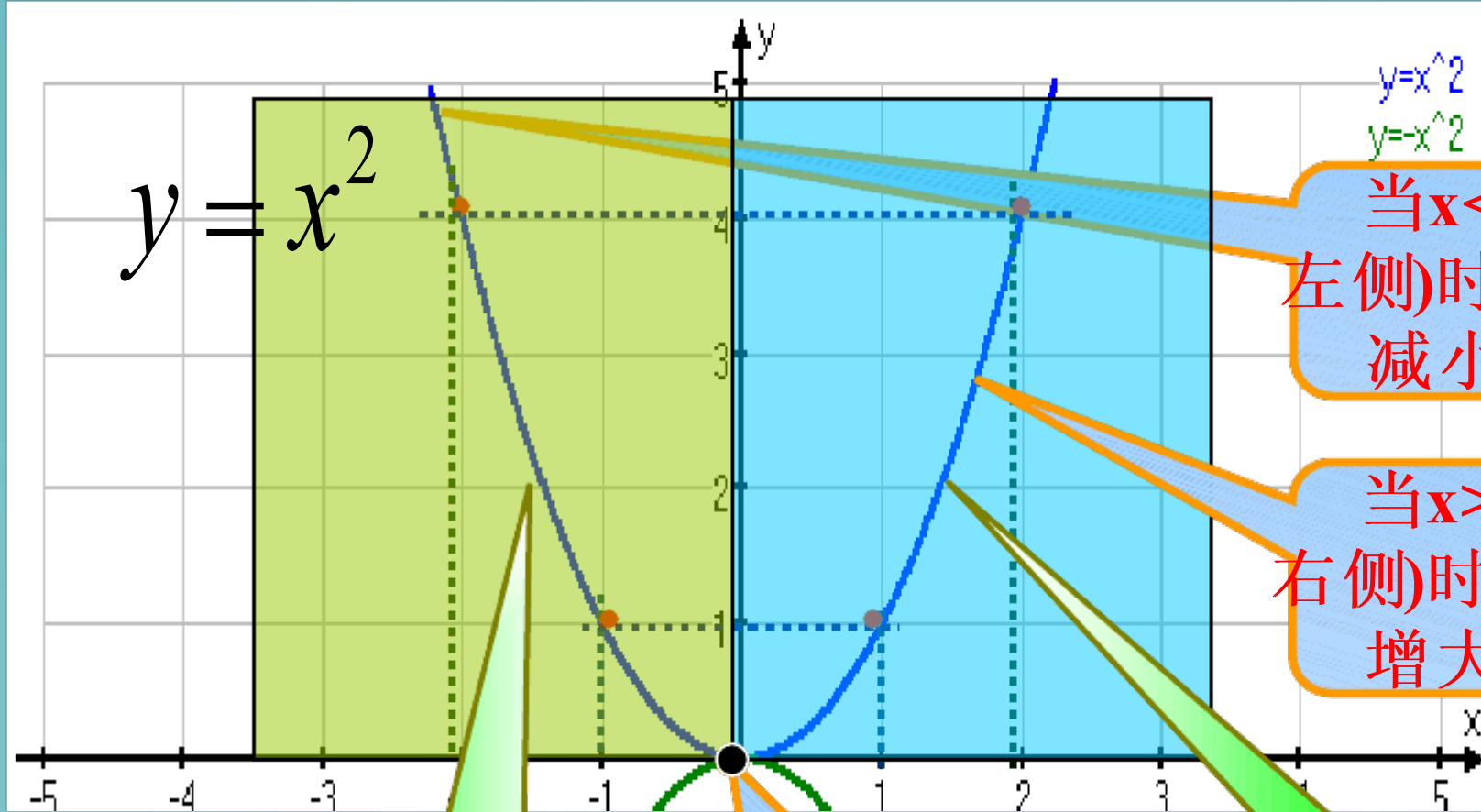
二次函数 $y=x^2$ 的
图象形如物体抛射
时所经过的路线我
们把它叫做**抛物线**



这条抛物线关于
y轴对称,y轴就
是它的对称轴

对称轴与抛物
线的交点叫做
抛物线的顶点





当 $x = -2$ 时, $y = 4$
 当 $x = -1$ 时, $y = 1$

抛物线 $y = x^2$ 在 x 轴的上方(除顶点外), 顶点是它的最低点, 开口向上, 并且向上无限伸展; 当 $x = 0$ 时, 函数 y 的值最小, 最小值是 0 .

当 $x < 0$ (在对称轴的左侧) 时, y 随着 x 的增大而减小.

当 $x > 0$ (在对称轴的右侧) 时, y 随着 x 的增大而增大.

当 $x = 1$ 时, $y = 1$
 当 $x = 2$ 时, $y = 4$



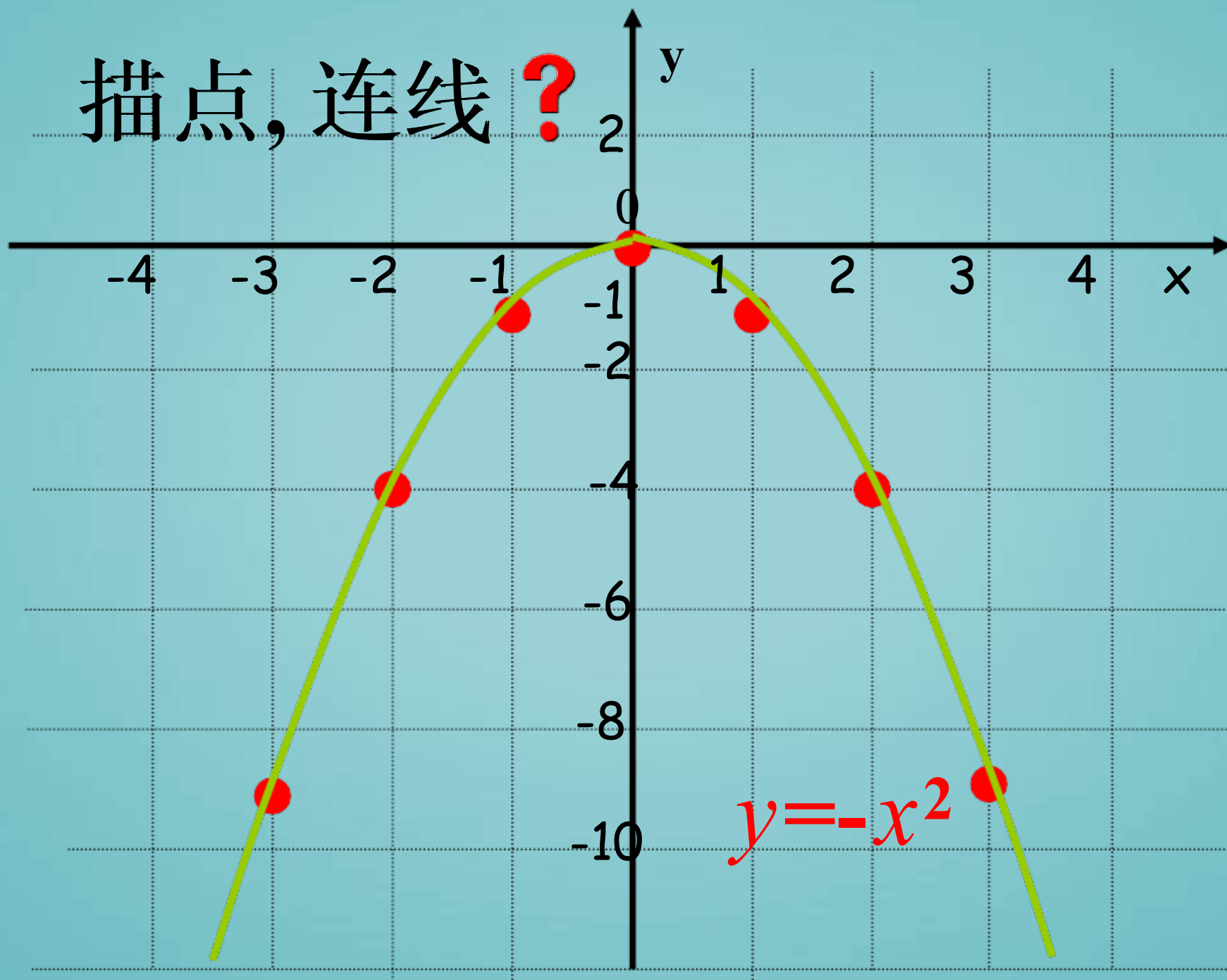
在学中做—在做中学?

- ◆(1) 二次函数 $y=-x^2$ 的图象是什么形状?
- ◆(2) 先想一想, 然后作出它的图象.
- ◆(3) 它与二次函数 $y=x^2$ 的图象有什么关系?

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y=-x^2$...	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	...

你能根据表格中的数据作出猜想
吗?

描点, 连线 ?



观察图象, 回答问题串

描点, 连线?

(1) 你能描述图象的形状吗? 与同伴进行交流

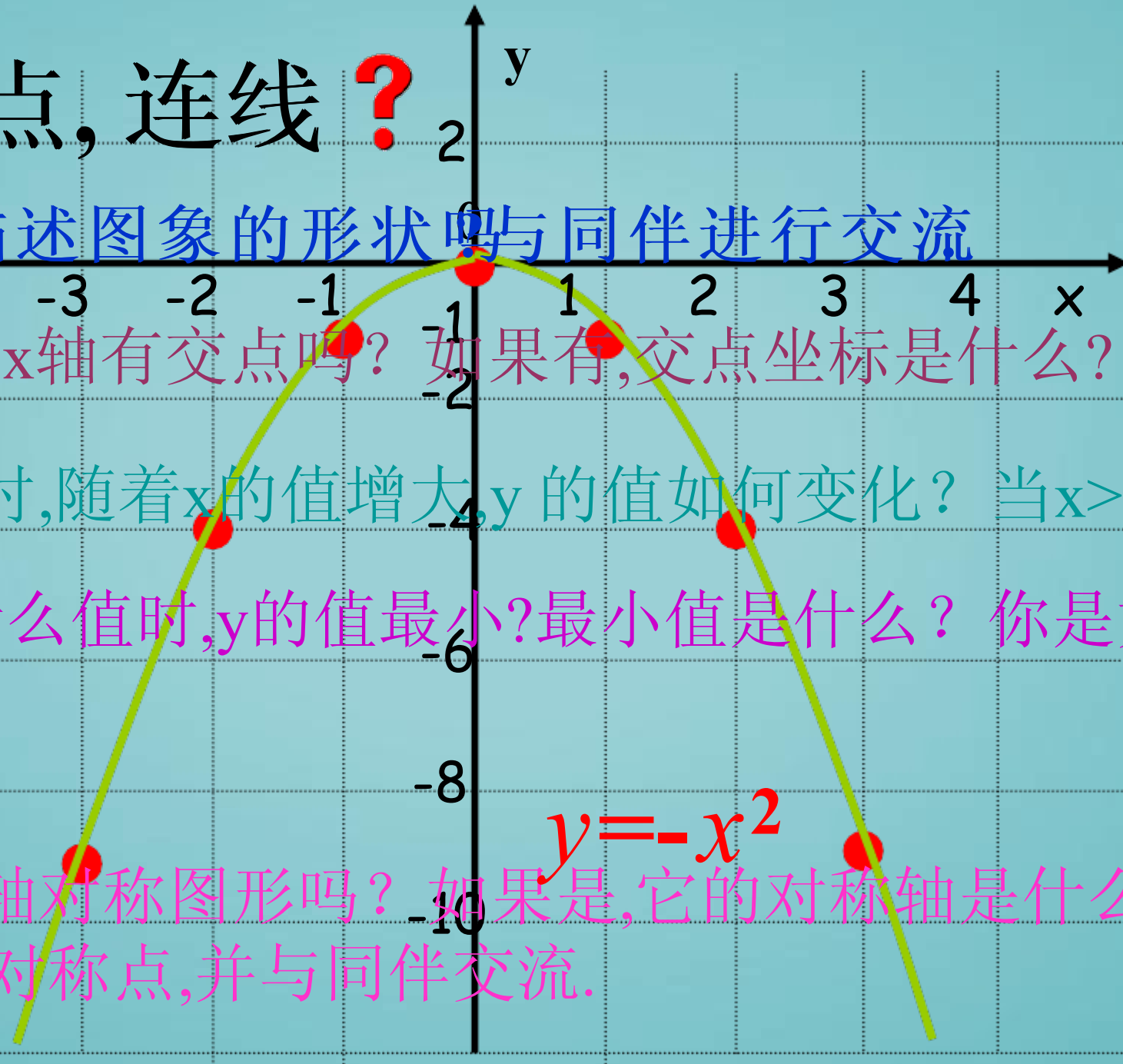
-4 -3 -2 -1 1 2 3 4 x

(2) 图象与x轴有交点吗? 如果有, 交点坐标是什么?

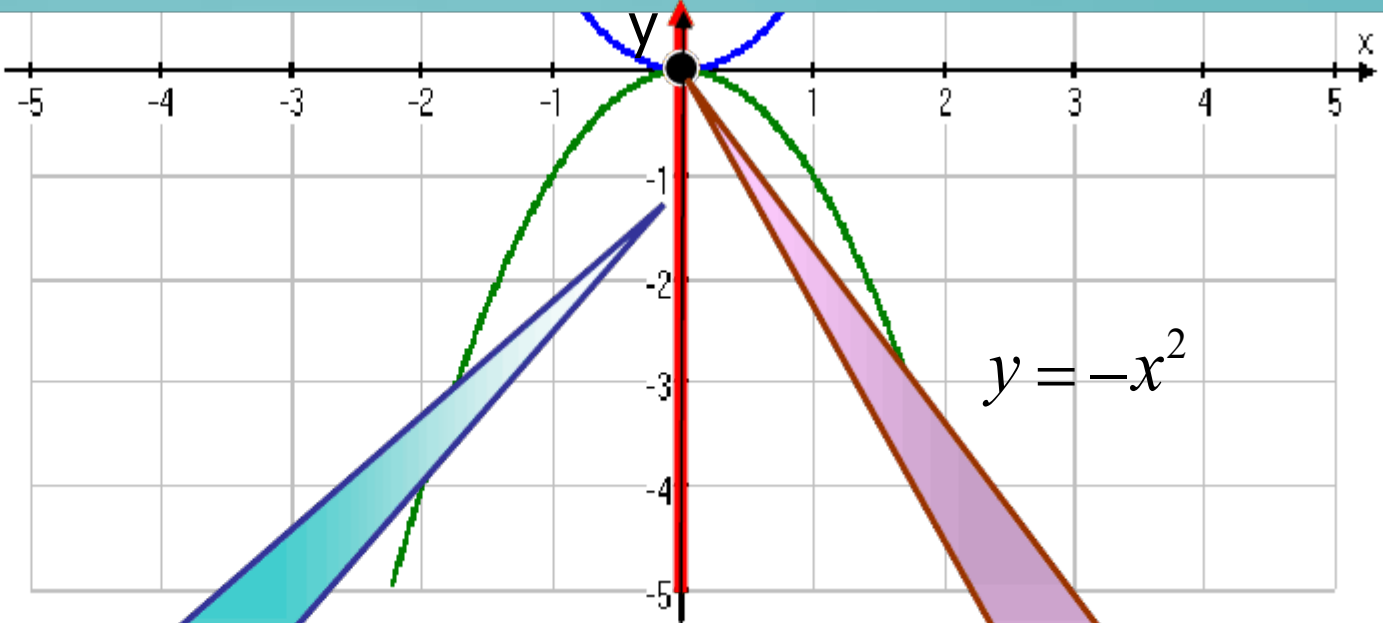
(3) 当 $x < 0$ 时, 随着 x 的值增大, y 的值如何变化? 当 $x > 0$ 呢?

(4) 当 x 取什么值时, y 的值最小? 最小值是什么? 你是如何知道的?

(5) 图象是轴对称图形吗? 如果是, 它的对称轴是什么? 请你找出几对对称点, 并与同伴交流.



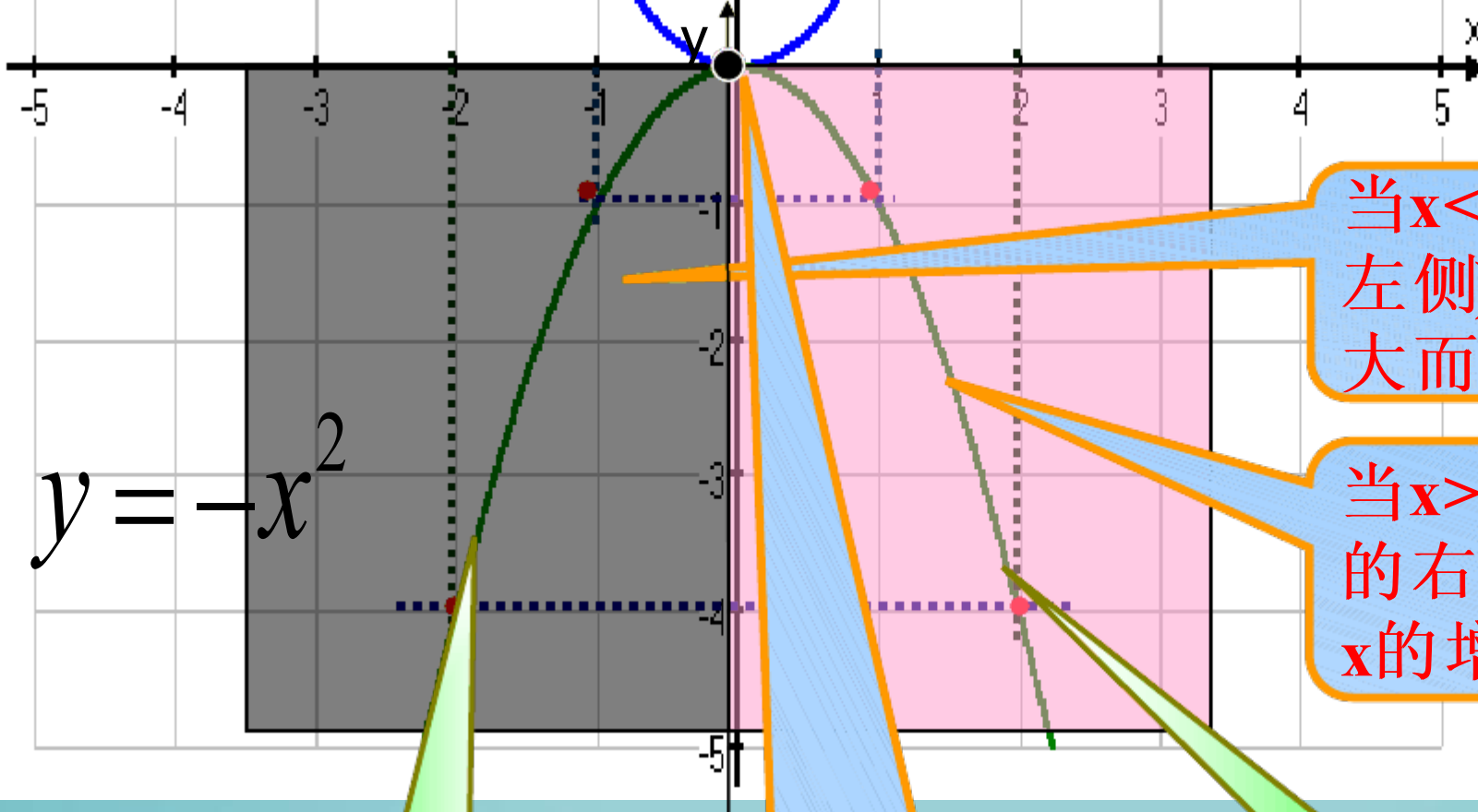
二次函数 $y = -x^2$ 的图象形如物体抛射时所经过的路线我们把它叫做**抛物线**



这条抛物线关于y轴对称,y轴就是它的对称轴

对称轴与抛物线的交点叫做抛物线的顶点





当 $x < 0$ (在对称轴的左侧)时, y 随着 x 的增大而增大

当 $x > 0$ (在对称轴的右侧)时, y 随着 x 的增大而减小

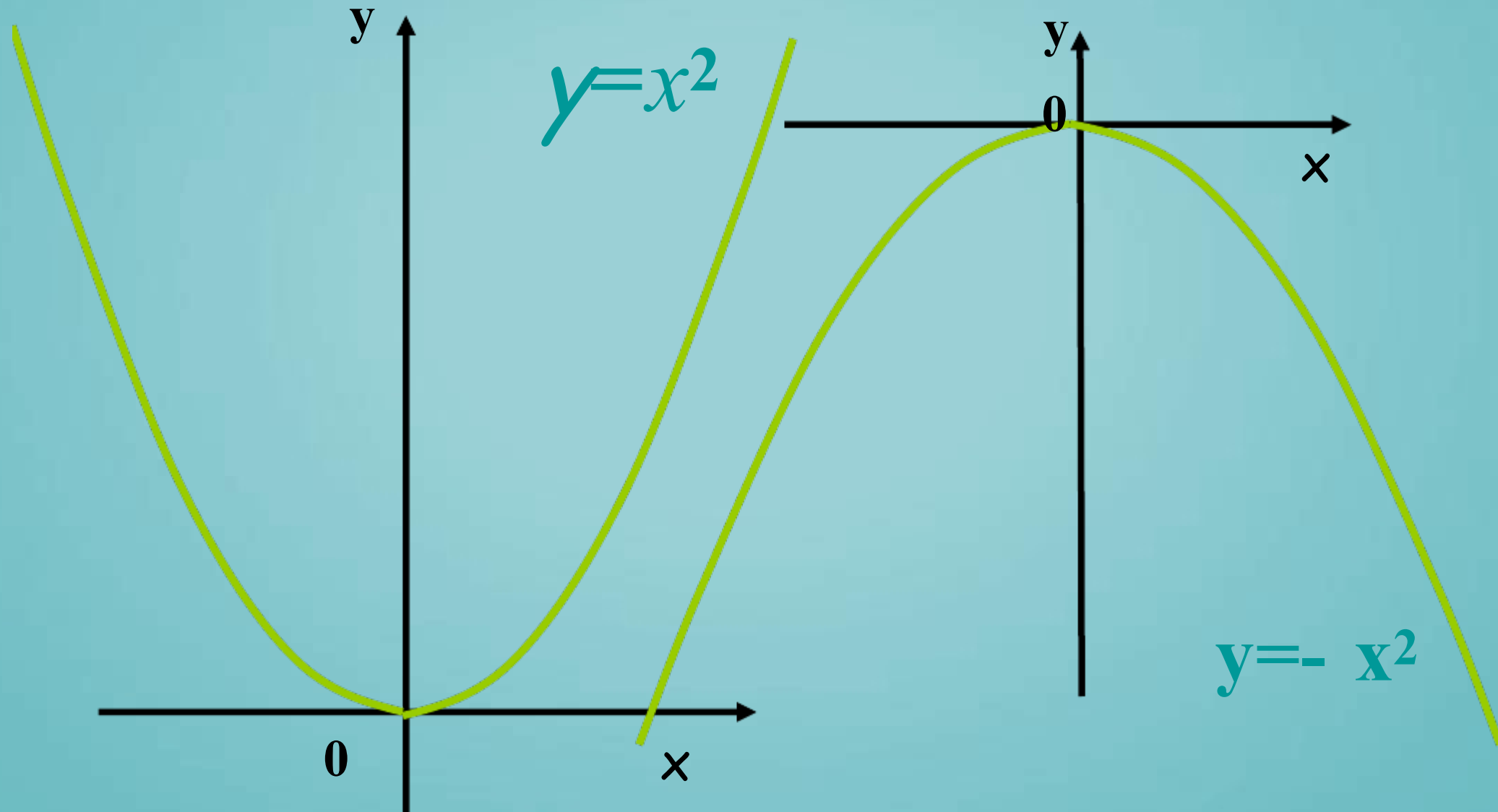
当 $x = -2$ 时, $y = -4$
当 $x = -1$ 时, $y = -1$

抛物线 $y = -x^2$ 在 x 轴的下方(除顶点外),顶点是它的最高点,开口向下,并且向下无限伸展;当 $x = 0$ 时,函数 y 的值最大,最大值是 0 .

当 $x = 1$ 时, $y = -1$
当 $x = 2$ 时, $y = -4$

看图说话?

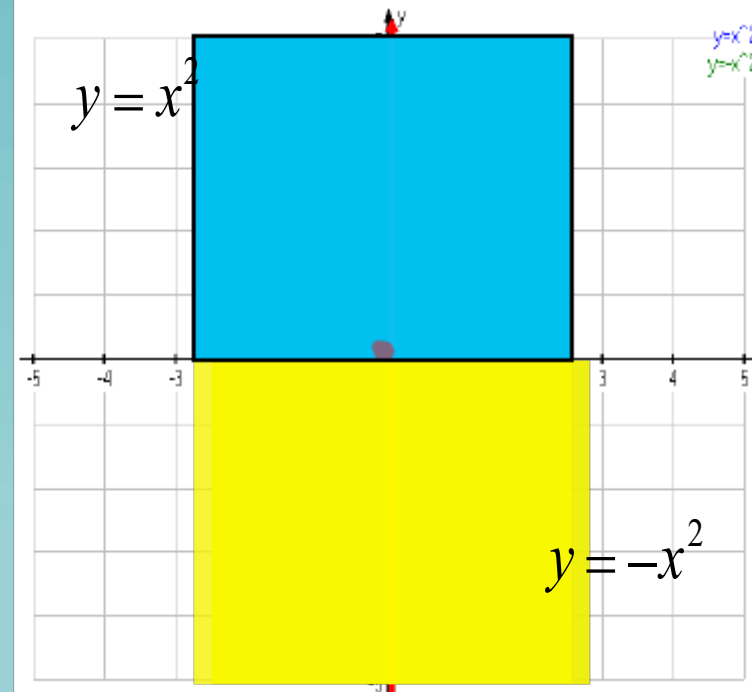
◆ 函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质：



二次函数 $y=ax^2$ 的性质

1. 顶点坐标与对称轴
2. 位置与开口方向
3. 增减性与最值

根据图形填表：

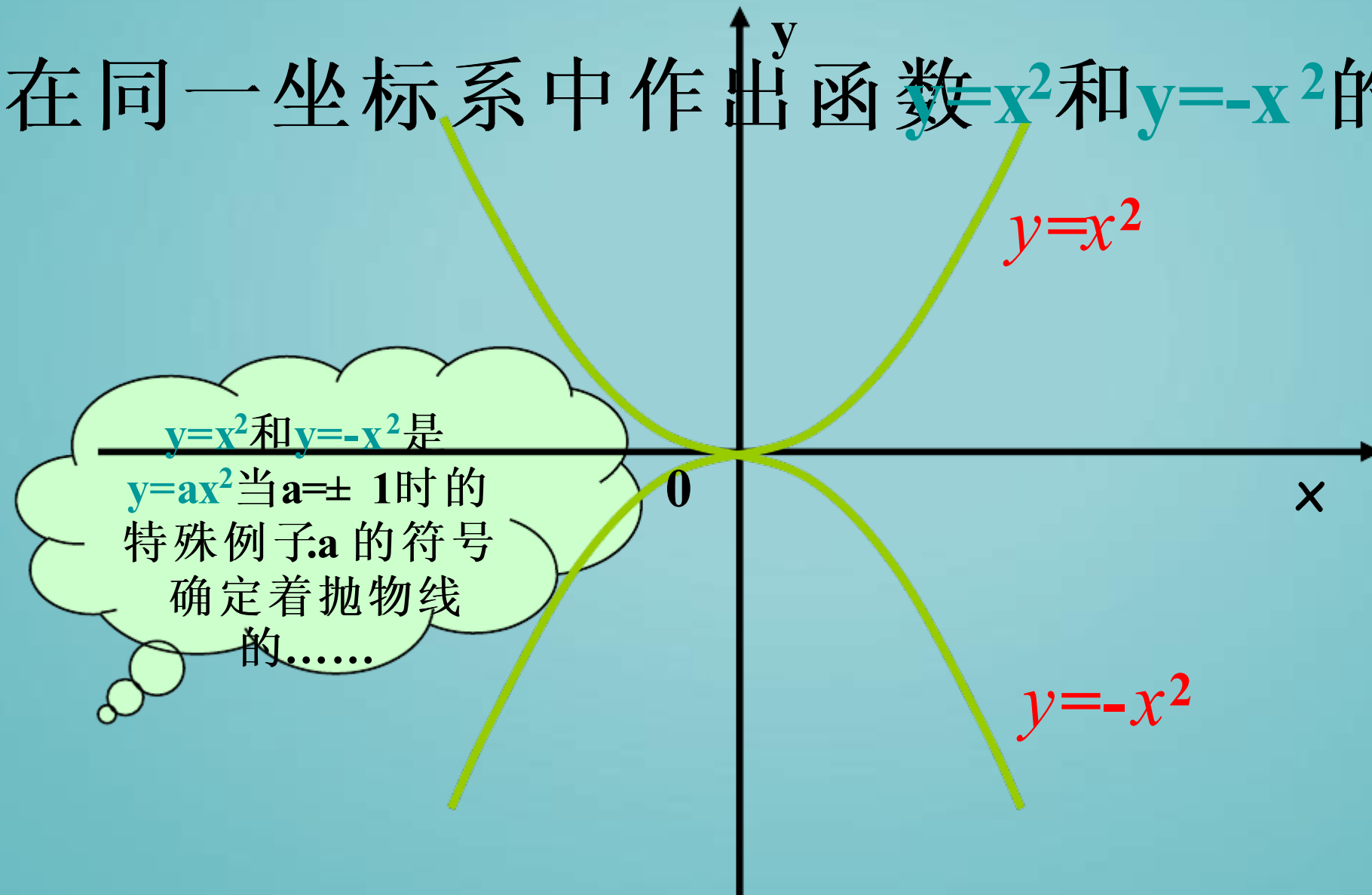


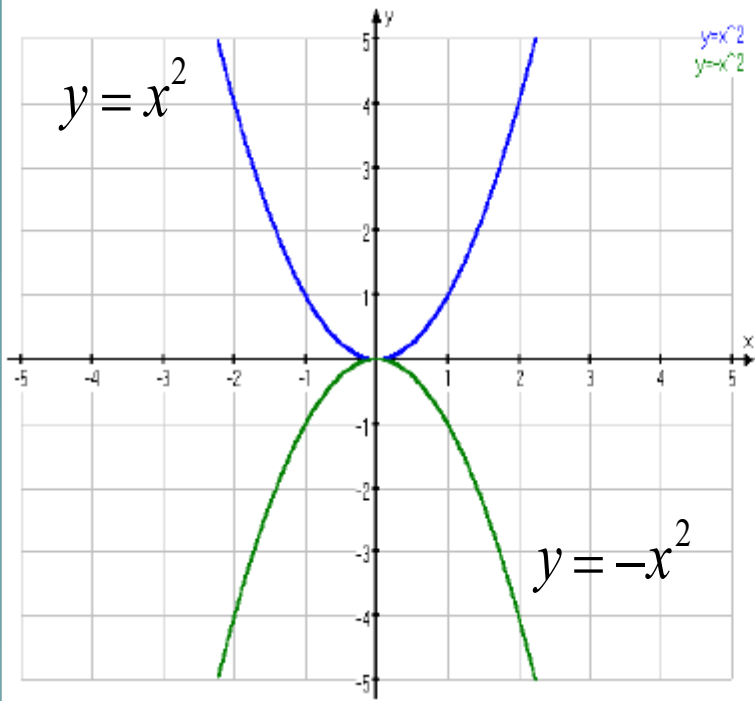
抛物线	$y=x^2$	$y=-x^2$
顶点坐标	$(0, 0)$	$(0, 0)$
对称轴	y轴	y轴
位置	在x轴的上方(除顶点外)	在x轴的下方(除顶点外)
开口方向	向上	向下
增减性	在对称轴的左侧y随着x的增大而减小 在对称轴的右侧y随着x的增大而增大	在对称轴的左侧y随着x的增大而增大 在对称轴的右侧y随着x的增大而减小
最值	当 $x=0$ 时,最小值为0.	当 $x=0$ 时,最大值为0.

看图说话?

函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质:

在同一坐标系中作出函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 的图象





二次函数 $y=ax^2$ 的性质

1. 抛物线 $y=ax^2$ 的顶点是原点, 对称轴是y轴.

2. 当 $a>0$ 时, 抛物线 $y=ax^2$ 在x轴的上方(除顶点外), 它的开口向上, 并且向上无限伸展;

当 $a<0$ 时, 抛物线 $y=ax^2$ 在x轴的下方(除顶点外), 它的开口向下, 并且向下无限伸展

3. 当 $a>0$ 时, 在对称轴的左侧, y随着x的增大而减小; 在对称轴右侧, y随着x的增大而增大. 当 $x=0$ 时, 函数y的值最小.

当 $a<0$ 时, 在对称轴的左侧, y随着x的增大而增大; 在对称轴的右侧, y随着x增大而减小. 当 $x=0$ 时, 函数y的值最大.

我思，我进步?

◆1.已知抛物线 $y=ax^2$ 经过点A (-2, -8) .

(1) 求此抛物线的函数解析式;

(2) 判断点B (-1, -4) 是否在此抛物线上

(3) 求出此抛物线上纵坐标为6的点的坐标

◆解 (1) 把 (-2, -8) 代入 $y=ax^2$,得 $-8=a(-2)^2$,

◆解得 $a=-2$,所求函数解析式为 $y=-2x^2$.

(2) 因为 $-4 \neq -2(-1)^2$,所以点B (-1, -4) 不在此抛物线上

(3) 由 $-6=-2x^2$,得 $x^2=3$, $x = \pm\sqrt{3}$
所以纵坐标为6的点有两个, 它们分别是

$(\sqrt{3}, -6)$ 与 $(-\sqrt{3}, -6)$

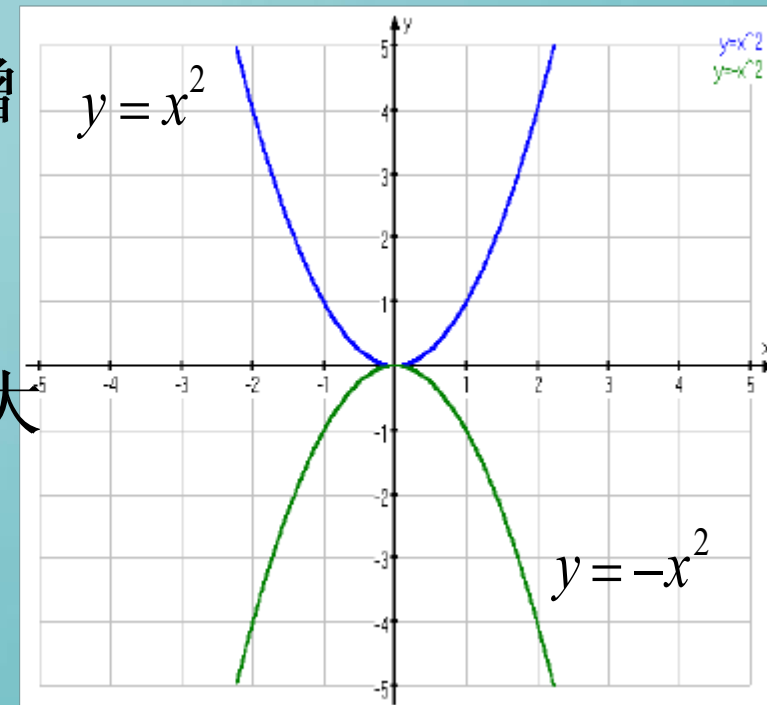
知道就做别客气

◆2. 填空: (1) 抛物线 $y=2x^2$ 的顶点坐标是(0, 0), 对称轴是y轴, 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而增大; 在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而减小, 当 $x=$ 0时, 函数 y 的值最小, 最小值是0, 抛物线 $y=2x^2$ 在 x 轴的上方(除顶点外).

◆(2) 抛物线 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 在 x 轴的下方(除顶点外), 在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而减小, 当 $x=0$ 时, 函数 y 的值最大, 最大值是0,

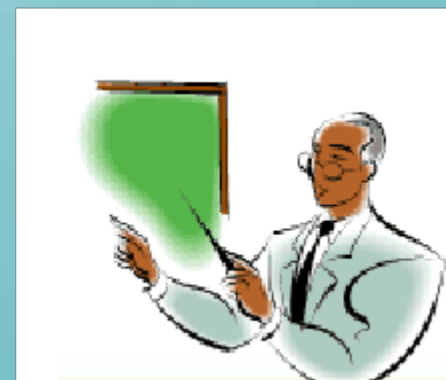
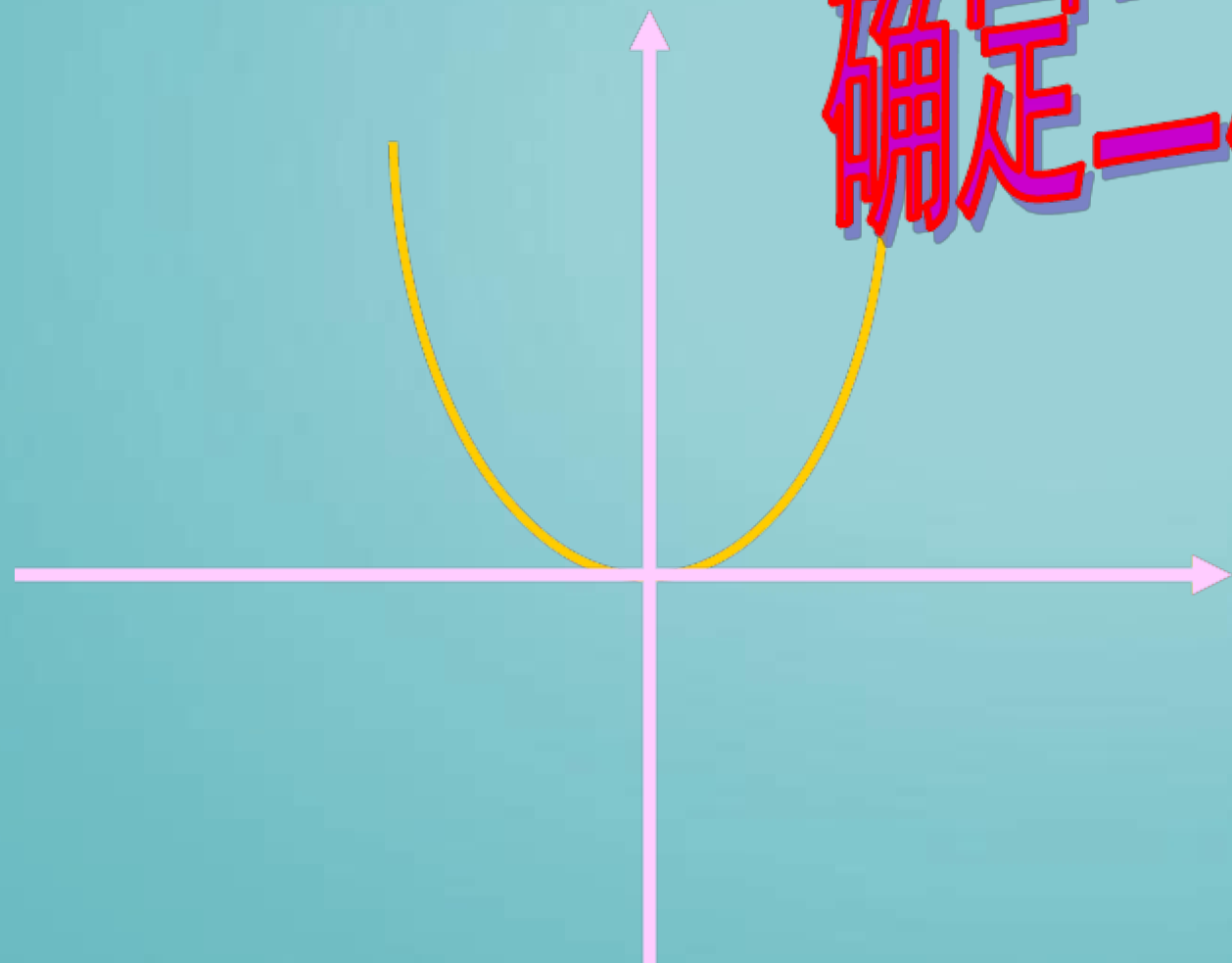
当 x ≠0时, $y < 0$.

- 由二次函数 $y=x^2$ 和 $y=-x^2$ 知：
 - ◆ 1. 抛物线 $y=ax^2$ 的顶点是原点,对称轴是y轴.
 - ◆ 2. 当 $a>0$ 时,抛物线 $y=ax^2$ 在x轴的上方 (除顶点外),它的开口向上,并且向上无限伸展;
当 $a<0$ 时,抛物线 $y=ax^2$ 在x轴的下方 (除顶点外),它的开口向下,并且向下无限伸展
 - ◆ 3. 当 $a>0$ 时,在对称轴的左侧y随着x的增大而减小;
在对称轴右侧y随着x的增大而增大当
 $x=0$ 时函数y的值最小.
当 $a<0$ 时,在对称轴的左侧y随着x的增大而增大;
在对称轴的右侧y随着x增大而减小,当
 $x=0$ 时,函数y的值最大



用待定系数法

确定二次函数表达式





情景创设

反比例函数的图像经过点 $(1, 3)$ ，
则这个函数的表达式为_____。

确定反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的
表达式，关键是确定反比例系数
 k 的值，



情景创设

点A(1, 2), 点B(2, 5) 在一次函

数的图像上, 求一次函数的解析式。

这种求函数关系

式的方法是什么?

待定系数法



1、已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$

当 $x=1$ 时, $y=0$, 则 $a+b+c=\underline{0}$

经过点 $(-1,0)$, 则 $\underline{a-b+c=0}$

经过点 $(0,-3)$, 则 $\underline{c=-3}$

经过点 $(4,5)$, 则 $\underline{16a+4b+c=5}$

对称轴为直线 $x=1$, 则 $\underline{-\frac{b}{2a}=1}$



2、已知抛物线 $y=a(x-h)^2+k$

顶点坐标是 $(-3,4)$, 则

$$h=\underline{-3}, k=\underline{4},$$

$$\text{代入得 } y=\underline{a(x+3)^2+4}$$

对称轴为直线 $x=1$, 则 $\underline{h=1}$

$$\text{代入得 } y=\underline{a(x-1)^2+k}$$

二次函数常用的几种解析式

用待定系数法确定二次函数

$$y=ax^2+bx+c \quad (a \neq 0)$$

已知三个点坐标三对对应值，选择一般式

条件的特点，恰当地选用

$$y=a(x-h)^2+k \quad (a \neq 0)$$

已知顶点坐标或对称轴或最值，选择顶点式

一种函数表达式。

例 1

已知二次函数 $y = ax^2$ 的图像经过点 $(-2, 8)$ ，求 a 的值。

解：由二次函数 $y = ax^2$ 的图像经过点 $(-2, 8)$ ，
得

$$8 = (-2)^2 a.$$

解得

$$a = 2.$$

例 2

问题2:

已知二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图像经过点 $(-2, 8)$ 和 $(-1, 5)$ ，求 a 、 c 。

解：由二次函数 $y = ax^2 + c$ 的图像经过点 $(-2, 8)$ 和 $(-1, 5)$ ，得

$$\begin{cases} 8 = (-2)^2 a + c, \\ 5 = (-1)^2 a + c. \end{cases}$$

解得

$$a = 1, c = 4.$$

例题

$$\begin{cases} 16a+4b=8 \\ a-b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a+b=2 \\ a-b=3 \end{cases}$$

已知一个二次函数的图象过点 $(-3, 0)$ $(4, 5)$ $(-1, 0)$ 三点，求这个函数的解析式？

解：设所求的二次函数为 $y=ax^2+bx+c$

\because 二次函数的图象过点 $(-3, 0)$ $(4, 5)$ $(-1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} c=-3 \\ 16a+4b+c=5 \\ a-b+c=0 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a= \\ b= \\ c=-3 \end{cases}$

$$x=0 \text{ 时, } y=-3;$$

$$x=4 \text{ 时, } y=5;$$

$$x=-1 \text{ 时, } y=0;$$

例题

已知一个二次函数的图象过点 $0, (-3)$ $(4, 5)$
 $(-1, 0)$ 三点，求这个函数的解析式？

解：设所求的二次函数为 $y = ax^2 + bx + c$

\because 二次函数的图象过点 $0, (-3)$ $(4, 5)$ $(-1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} c = -3 \\ 16a + 4b + c = 5 \\ a - b + c = 0 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

\therefore 所求二次函数为 $y = x^2 - 2x - 3$

$x=0$ 时, $y=-3$;

一、设
 $x=4$ 时, $y=5$;

三、解
 $x=-1$ 时, $y=0$;

四、还原