

# 第二十五届“希望杯”全国数学邀请赛

## 初二 第1试试题



2014年3月16日 上午8:30至10:00

竞赛结束时，参加竞赛的同学只交答题卡，试卷可带走。  
官方答案将在今日中午12:00，于希望杯官方微博独家公布。



新浪微博  
weibo.com/xiwangbei  
@希望杯赛

未经“希望杯”组委会授权，任何单位和个人均不准翻印销售及传播此试卷，微博转载须注明转自希望杯。

### 一、选择题(每小题4分,共40分.)

1. 化简 $[(-1)^{n+1}p^3]^n$  ( $n$ 是自然数), 得( )

- (A)  $p^{3n}$ . (B)  $-p^{3n}$ . (C)  $-p^{n+3}$ . (D)  $p^{n+3}$ .

2. 若分式 $\frac{b^2-1}{b^2-2b-3}$ 的值是0, 则 $b$ 的值是( )

- (A) 1. (B) -1. (C)  $\pm 1$ . (D) 2.

3. 已知 $x = \sqrt{5}$ ,  $y$ 是不大于 $x$ 的最大整数, 则 $\frac{1}{x-y}$ 的值是( )

- (A)  $\sqrt{5}-2$ . (B)  $\sqrt{5}+2$ . (C)  $\sqrt{5}-1$ . (D)  $\sqrt{5}+1$ .

4. 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上有三个点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ , 其中 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 则 $y_1, y_2, y_3$ 的大小关系是( )

- (A)  $y_1 < y_2 < y_3$ . (B)  $y_2 < y_1 < y_3$ . (C)  $y_3 < y_1 < y_2$ . (D)  $y_3 < y_2 < y_1$ .

5. 有以下5个命题:

- (1) 两组邻角互补的四边形是平行四边形;
- (2) 有一条对角线平分一个内角的平行四边形是菱形;
- (3) 一边上的两个角相等的梯形是等腰梯形;
- (4) 对角线相等的四边形是矩形;
- (5) 菱形的面积等于两条对角线的乘积.

其中, 正确的命题有( )

- (A) 1个. (B) 2个. (C) 3个. (D) 4个.

6. 若关于 $x$ 的不等式组 $\begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ 2x+m > 0 \end{cases}$ 没有实数解, 则实数 $m$ 的取值范围是( )

- (A)  $m < -\frac{4}{3}$ . (B)  $m \leq -\frac{4}{3}$ . (C)  $m > -\frac{4}{3}$ . (D)  $m \geq -\frac{4}{3}$ .

7. 图1由4个相同的小正方形组成,  $\triangle ABC$ 的顶点都落在小正方形的顶点上. 则与 $\triangle ABC$ 成轴对称, 并且顶点都落在小正方形的顶点上的三角形有( )

- (A) 5个. (B) 4个. (C) 3个. (D) 2个.

8. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中,  $y$ 轴上有一点 $P$ , 它到点 $A(4, 3), B(3, -1)$ 的距离之和最小, 则点 $P$ 的坐标是( )

- (A)  $(0, 0)$ . (B)  $(0, \frac{4}{7})$ . (C)  $(0, \frac{5}{7})$ . (D)  $(0, \frac{4}{5})$ .

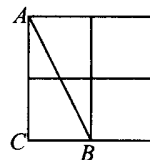


图1

9. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 函数 $\sqrt{xy} + |x-y+1| = 0$ 的图象是( )

- (A) 直线 $x=0, y=0$ 和 $x-y+1=0$ . (B) 直线 $x=0$ 和 $x-y+1=0$ .  
(C) 点 $(0, 0)$ 和直线 $x-y+1=0$ . (D) 点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$ .

10. 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 这 8 个数排成一行, 使 8 的两边各数的和相等, 则不同的排列方法有 ( )  
 (A) 1152 种. (B) 576 种. (C) 288 种. (D) 144 种.

二、A 组填空题 (每小题 4 分, 共 40 分.)

11. 已知  $|m-9| + (\sqrt{n}-2)^2 = 0$ , 分解因式  $mx^2 - ny^2 =$  \_\_\_\_\_.
12. 若  $x > \sqrt{2}x + 1$ , 则  $|x + \sqrt{2}| - \sqrt{(x + \sqrt{2} + 1)^2}$  的值是 \_\_\_\_\_.
13. 已知点  $P(a+1, 2a-1)$  关于  $x$  轴对称的点在第一象限内, 则  $|a+2| + |1-a|$  的值是 \_\_\_\_\_.
14. 已知  $x(x-1) - (x^2 - y) = -2$ , 则  $\frac{x^2 + y^2}{2} - xy$  的值是 \_\_\_\_\_.
15. 若两个不等实数  $m, n$  满足  $m^2 - 2m = a, n^2 - 2n = a, m^2 + n^2 = 5$ , 则实数  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.
16. 如图 2, 直线  $y = ax (a > 0)$  与曲线  $y = \frac{3}{x}$  交于点  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$ , 则  $4x_1y_2 - 3x_2y_1$  的值是 \_\_\_\_\_.

17. 若关于  $x$  的方程  $\frac{x^2 - x}{2x - 5} = \frac{m - 1}{m + 1}$  的两个根互为相反数, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

18. As shown in the Fig. 3,  $\angle XOY = 60^\circ$ ,  $M$  is a point in the angle  $\angle XOY$ . The distance from  $M$  to  $OX$  is  $MA$ , which is 1. The distance from  $M$  to  $OY$  is  $MB$ , which is 4. The length of  $CM$  is \_\_\_\_\_.

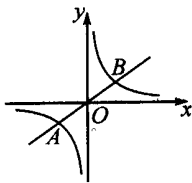


图 2

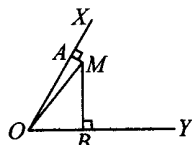


Fig. 3

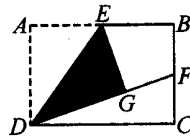


图 4

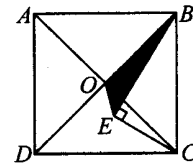


图 5

19. 如图 4, 矩形  $ABCD$  中,  $E$  是  $AB$  的中点, 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折叠后得到  $\triangle GDE$ , 且点  $G$  在矩形  $ABCD$  内部. 延长  $DG$  交  $BC$  于点  $F$ , 若  $F$  恰是  $BC$  的中点, 则  $\frac{AB}{AD}$  的值是 \_\_\_\_\_.

20. 如图 5, 正方形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ , 以正方形的边  $BC$  为斜边在正方形内作直角三角形  $BCE$ ,  $\angle BEC = 90^\circ$ . 若  $CE = 3, BE = 5$ , 则  $\triangle OBE$  的面积是 \_\_\_\_\_.

三、B 组填空题 (每小题 8 分, 共 40 分.)

21. Given  $\triangle ABC$  is an isosceles triangle,  $AB = AC$ . If a line through point  $C$  divides  $\triangle ABC$  into two small isosceles triangles, then the degree of  $\angle A$  is \_\_\_\_\_, or \_\_\_\_\_.

(英汉词典: isosceles triangle 等腰三角形; divide ... into ... 将 ... 分成 ...; degree 度数)

22. 已知  $x-1$  是多项式  $x^3 - 3x + k$  的一个因式, 那么  $k =$  \_\_\_\_\_; 将这个多项式分解因式, 得 \_\_\_\_\_.

23. 设一次函数  $y = kx + b$  的图象经过点  $P(1, 2)$ , 它与  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴分别交于  $A, B$  两点, 坐标原点为  $O$ , 若  $OA + OB = 6$ , 则此函数的解析式是 \_\_\_\_\_ 或 \_\_\_\_\_.

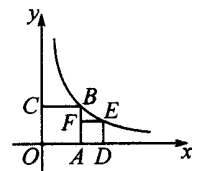


图 6

24. 如图 6, 若正方形  $OCBA$  的顶点  $B$  和正方形  $AFED$  的顶点  $E$  都在函数  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上, 则点  $E$  到  $x$  轴的距离是 \_\_\_\_\_, 到  $y$  轴的距离是 \_\_\_\_\_.

25. 如图 7,  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ, CB = 3, AC = 4$ , 且  $CB$  在直线  $l$  上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转到位置 ①, 可得到点  $P_1$ , 此时  $CP_1 =$  \_\_\_\_\_; 将位置 ① 的三角形绕点  $P_1$  顺时针旋转到位置 ②, 可得到点  $P_2$ , 将位置 ② 的三角形绕点  $P_2$  顺时针旋转到位置 ③, 可得到点  $P_3$ , ..., 按此规律继续旋转, 直到点  $P_{2014}$  为止, 则  $CP_{2014} =$  \_\_\_\_\_.

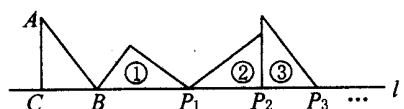


图 7

初中二年级

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	B	A	B	A	C	D	A
题号	11		12		13		14		15	
答案	$(3x+2y)(3x-2y)$		1		3		2		$\frac{1}{2}$	
题号	16		17		18		19		20	
答案	-3		$\frac{1}{3}$		$2\sqrt{7}$		$\sqrt{2}$		2.5	
题号	21		22			23				
答案	$\frac{180^\circ}{7}; 36^\circ$		2; $(x-1)^2(x+2)$			$y=-x+3; y=-2x+4$				
题号	24					25				
答案	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}; \frac{\sqrt{5}+1}{2}$					8; 8060				

评分标准:

第1~20题, 每题4分; 第21~25题, 每题8分, 每空4分(其中, 第21, 23题, 两空答案可互换)。